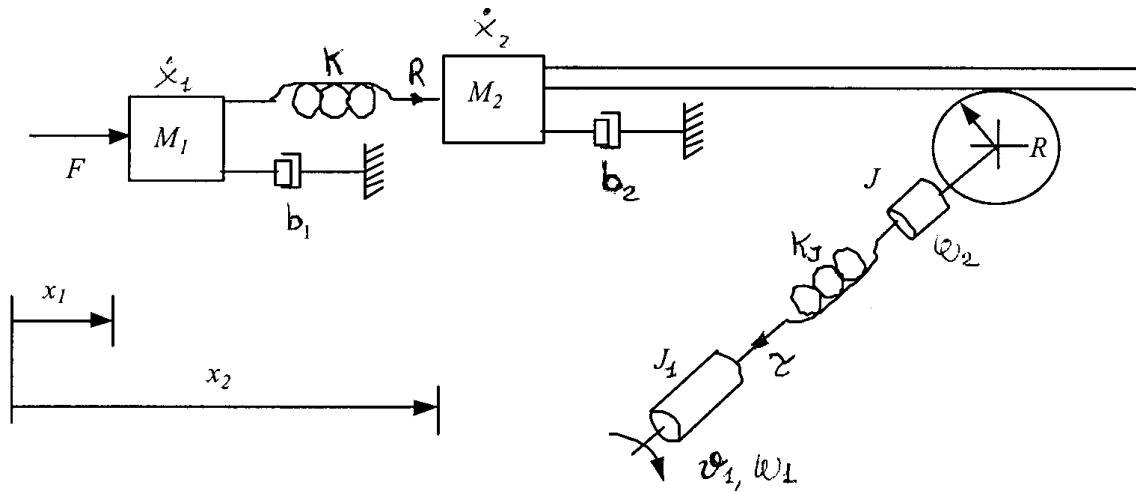
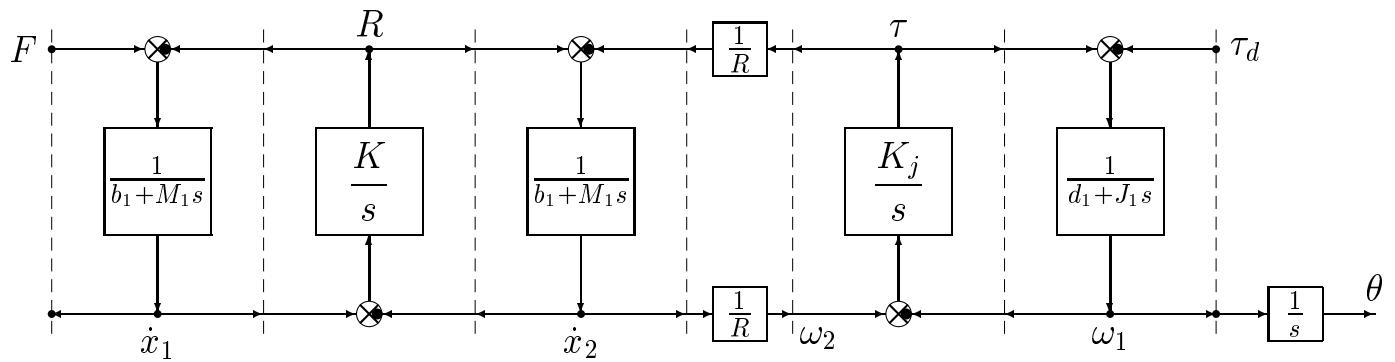


Sistema dinamico da modellare e simulare

- Sistema meccanico:



- Modello dinamico del sistema meccanico:



- Vettore di stato:

$$\mathbf{x} = [\dot{x}_1 \ R \ \dot{x}_2 \ \tau \ \omega_1 \ \theta]^\top$$

- La forza F è l'ingresso di controllo. La coppia τ_d è il segnale di disturbo.

- Descrizione nello spazio degli stati:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_1 \ddot{x}_1 \\ \frac{1}{K} \dot{R} \\ M_2 \ddot{x}_2 \\ \frac{1}{K_j} \dot{\tau} \\ J_1 \dot{\omega}_1 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}\dot{\mathbf{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -b_1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -b_2 - \frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R} & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -d_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ R \\ \dot{x}_2 \\ \tau \\ \omega_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} F \\ \tau_d \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \mathbf{x}$$

cioè

$$\begin{cases} \mathbf{L}\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad \Downarrow \quad \text{dove } \mathbf{L} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{K} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{2j} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{K_j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{L}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases}$$

- Scegliendo opportunamente le variabili di stato la matrice \mathbf{A} assume una particolare forma emisimmetrica
- Parametri del sistema:

```
M1 = 0.6*Kg; % Prima Massa
b1 = 2*N/(40*m/sec); % Coeff. di attrito sulla prima massa
K = 100*N/(1*cm); % Rigidit della prima molla
M2 = 1*Kg; % Seconda Massa
b2 = 1*N/(50*m/sec); % Coeff. di attrito sulla seconda massa
R = 10*cm; % Raggio della ruota
J2 = 150*gr*(12*cm)^2; % Momento di inerzia di J2
Kj = 100*N/(0.1*rad); % Rigidit della molla torsionale
J1 = 190*gr*(10*cm)^2; % Momento di inerzia di J1
d1 = 10*N*m/(100*rad/sec); % Coeff. di attrito sull'inerzia J1
M2j = M2+J2/(R^2); % Massa traslazionale equivalente
```