

MODELLO DINAMICO E CONTROLLO DI UNA SOSPENSIONE

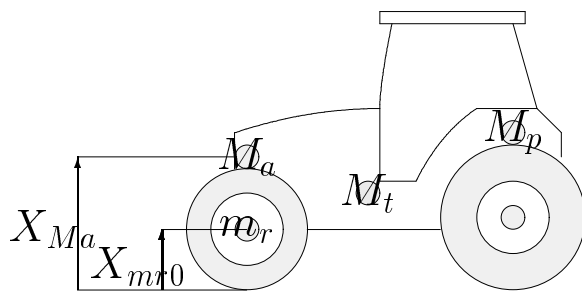
Dr-Ing. Germano Sandoni

Sommarior:

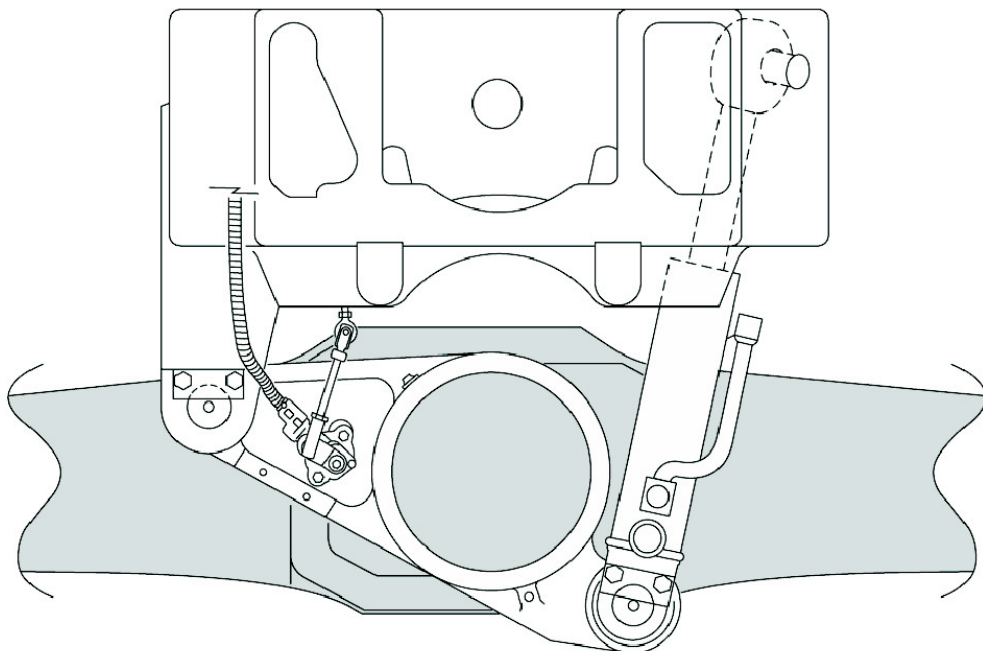
- *Modello “fisico” del sistema sospensione di una macchina agricola;*
- *Tecnica modellistica orientate ai flussi di potenza POG(Power-Oriented Graphs);*
- *Equazioni di stato;*
- *Linearizzazione nell’intorno del punto di lavoro*
- *Modello dinamico in ambiente Simulink;*
- *Simulazioni co dati sperimentali ed alcune considerazioni;*
- *Controllo del sistema sospensione:*
 - *Controllo con azione proporzionale;*
 - *Controllo con retroazione dello Stato;*
 - *Stima dello Stato e Controllo ;*
 - ...

Sospensione Trattore agricolo

- Trattore con sospensione mono-braccio anteriore.

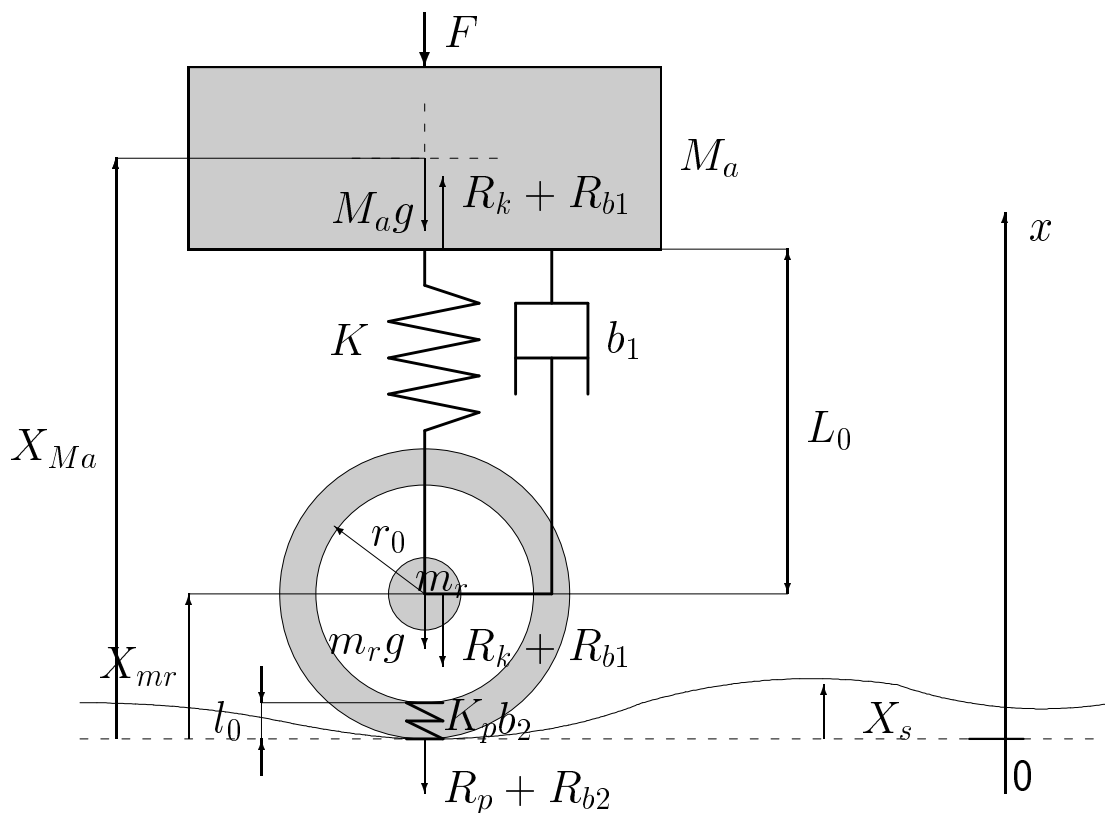


- La sospensione è costituita da un solo pistone idraulico vincolato da un lato alla parte anteriore sinistra del trattore e dall'altra estremità ad un manovellismo meccanico detto "barra di Panhard".



- Obiettivo: controllare la posizione X_{M_a} della massa M_a .

- Modello fisico equivalente del sistema sospensione:

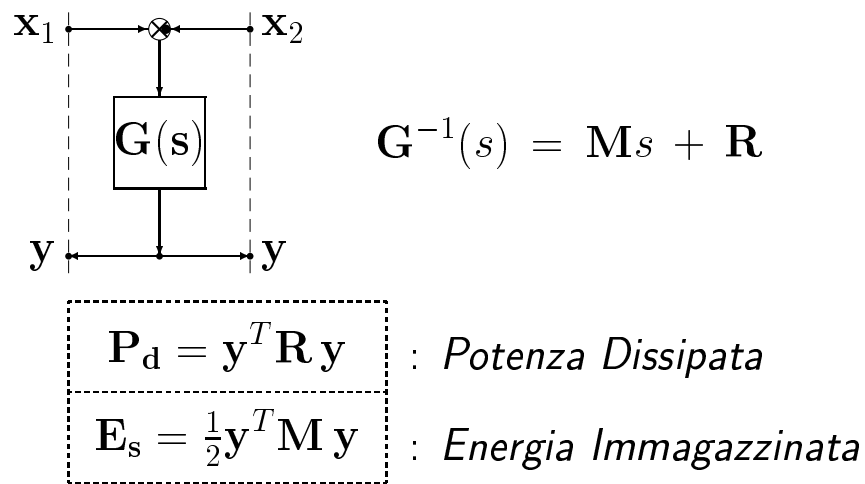


- Variabili e Parametri utilizzati:

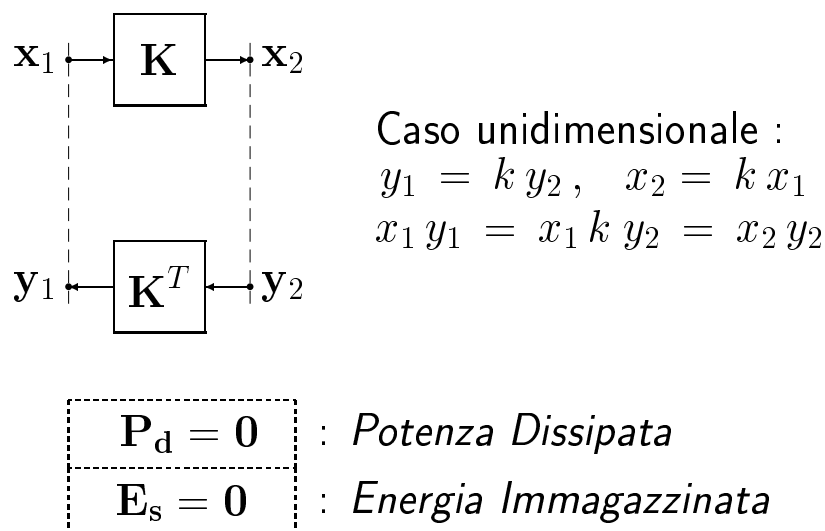
M_a	massa anteriore del trattore
m_r	massa delle due ruote anteriori e dell'assale anteriore
g	accelerazione di gravità
$M_a g$	forza peso della massa anteriore del trattore
$m_r g$	forza peso delle due ruote anteriori e dell'assale anteriore
K	elasticità della molla
K_p	elasticità dei pneumatici
X_{Ma}	posizione della massa anteriore del trattore
X_{mr}	posizione della massa delle due ruote e dell'assale anteriore
X_s	andamento del terreno
b_1	dissipazione dello smorzatore (attrito viscoso)
b_2	dissipazione dei pneumatici (attrito viscoso)
L_0	lunghezza iniziale della molla
l_0	altezza iniziale dei pneumatici
r_0	raggio del cerchione di una ruota anteriore
R_k	forza di reazione della molla
R_p	forza di reazione della elasticità dei pneumatici
R_{b1}	forza di reazione dello smorzatore
R_{b2}	forza di reazione della dissipazione dei pneumatici
F	forza esterna di controllo (o eventuale montacarichi)

Power-Oriented Graphs

- Utilizza essenzialmente due soli blocchi;
- Blocco di elaborazione (caso lineare multidimensionale):

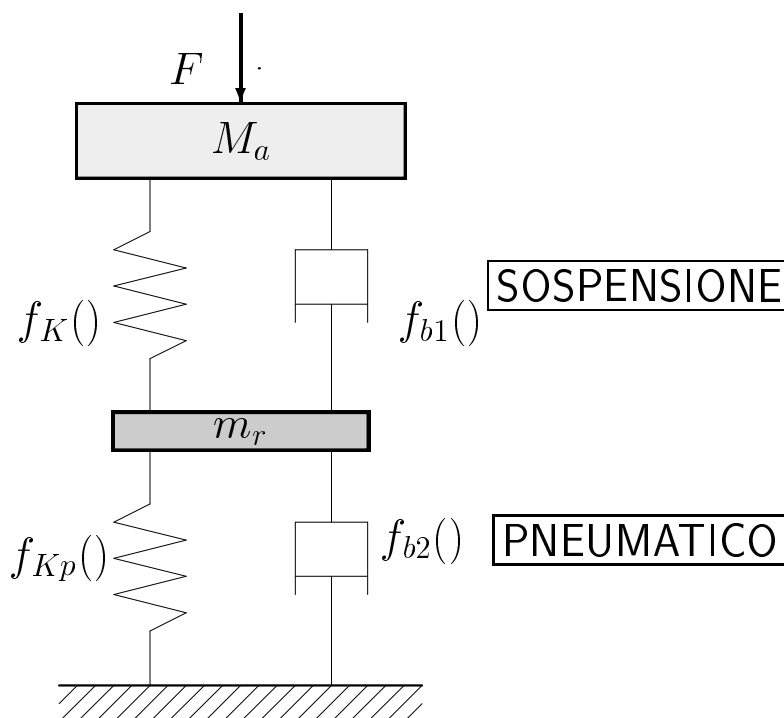


- Blocco di connessione (caso lineare multidimensionale):

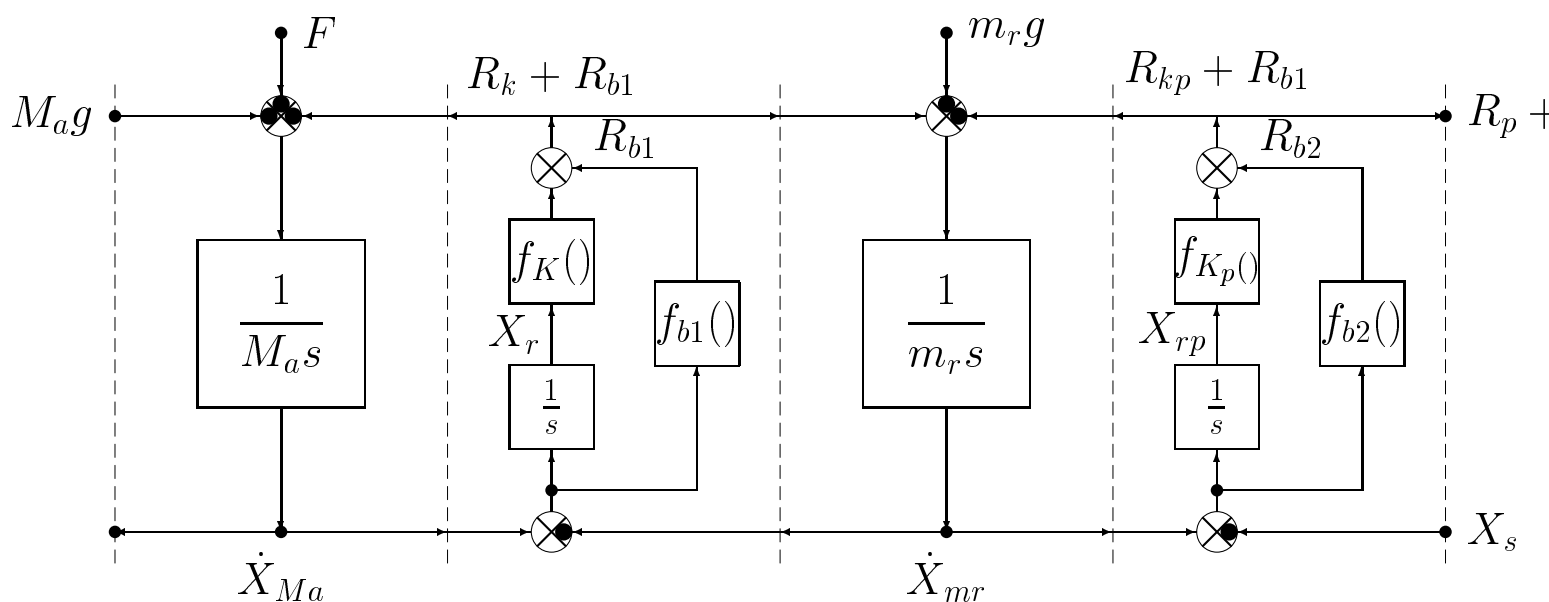


- Vengono tenute “accoppiate” (mediante linee a tratteggio) le variabili il cui prodotto rappresenta la “potenza” che transita nella sezione.

- Modello concettuale semplificato:

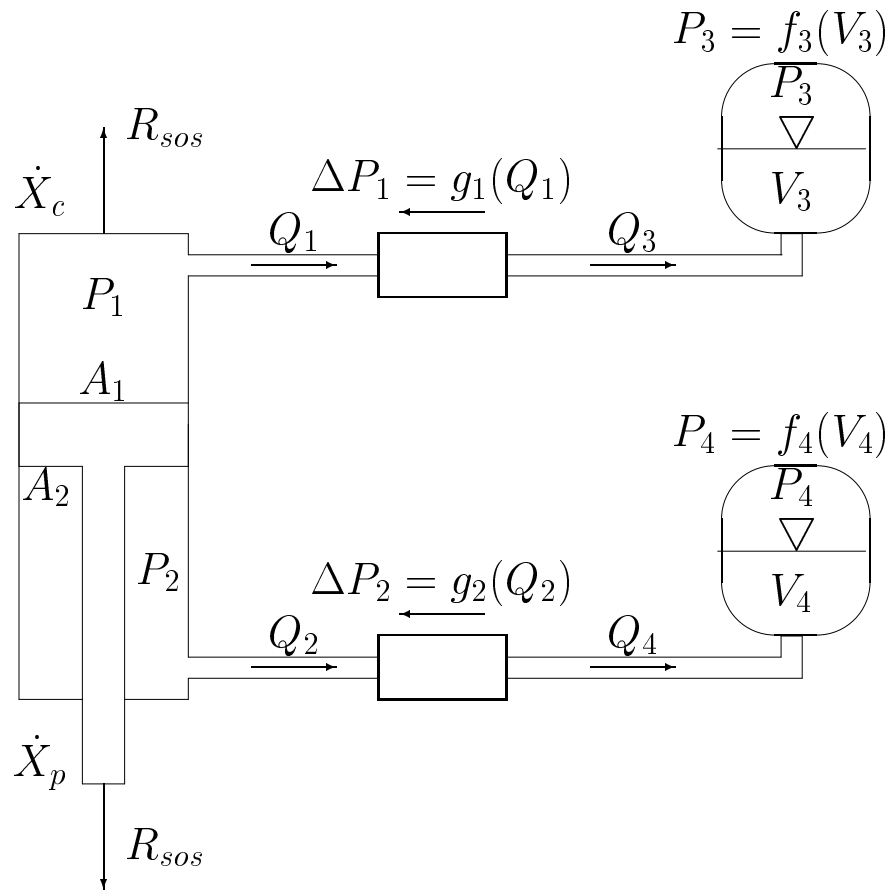


- Modello POG(Power-Oriented Graphs) del sistema sospensione:

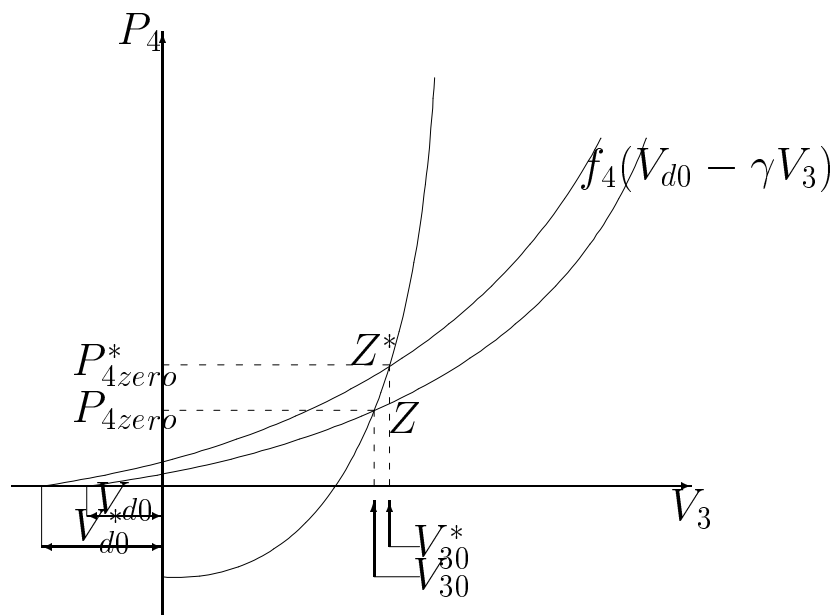


- F ed X_s sono ingressi del sistema;
- \dot{X}_{Ma} ed \dot{X}_{mr} sono le uscite del sistema;

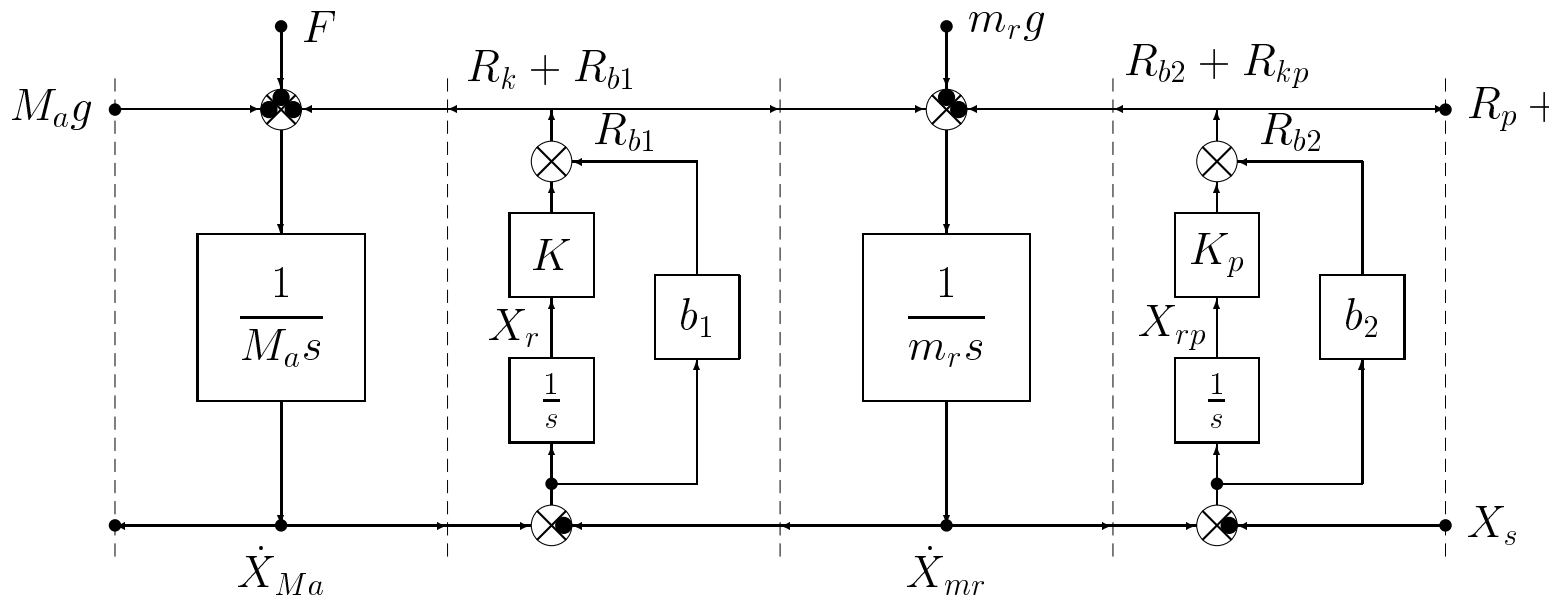
- Modello di principio del sistema sospensione:



- Determinazione del punto di lavoro e successiva linearizzazione:



- POG del sistema sospensione:



- Variabili di Stato:

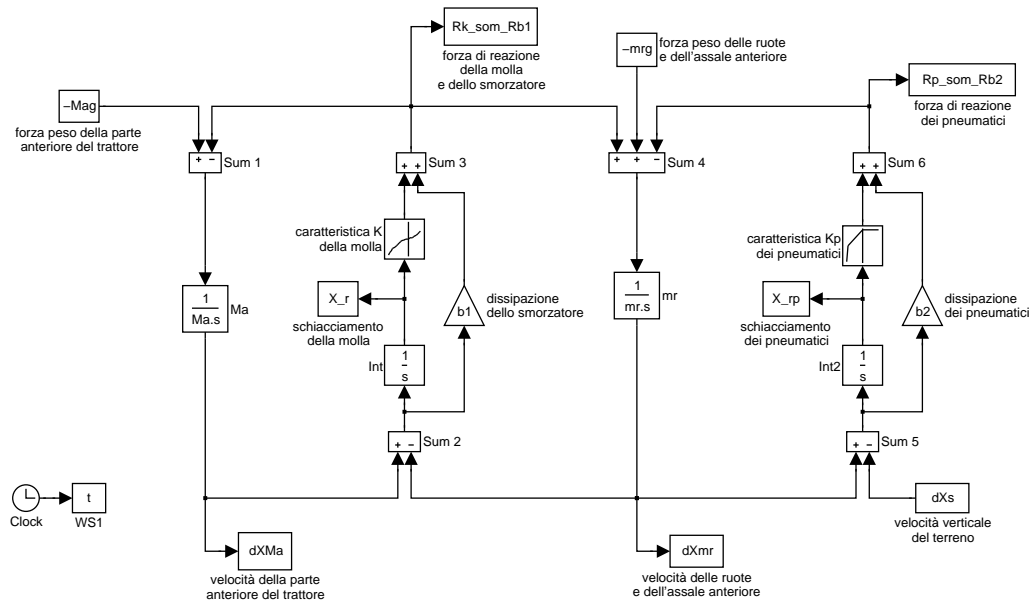
$$\tilde{x}_1 = \dot{X}_{Ma}, \quad \tilde{x}_2 = X_r, \quad \tilde{x}_3 = X_{mr}, \quad \tilde{x}_4 = \dot{X}_{rp}, \quad \tilde{x}_5 = X_s$$

- Descrizione nello Spazio degli Stati:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}) + \mathbf{g}(\mathbf{u}) \\ \tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{h}(\tilde{\mathbf{x}}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} \frac{-b_1}{M_a} & \frac{-K}{M_a} & \frac{b_1}{M_a} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \frac{b_1}{m_r} & \frac{K}{m_r} & \frac{-b_1-b_2}{m_r} & \frac{-K_p}{m_r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 \\ \tilde{x}_4 \\ \tilde{x}_5 \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{x}}} + \begin{bmatrix} -g - \frac{F}{M_a} + \frac{L_0 K}{M_a} \\ 0 \\ -g + \frac{b_2}{m_r} \dot{X}_s - \frac{L_0 K}{m_r} \\ -\dot{X}_s + K_p(l_0 + r_0) \\ \dot{X}_s \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}} \end{cases}$$

- Modello Simulink del sistema sospensione.



- Il punto di lavoro si ottiene ponendo $\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = 0$, $F = 0$ e $\dot{X}_s = 0$:

$$\begin{bmatrix} g - \frac{L_0 K}{M_a} \\ 0 \\ g + \frac{L_0 K}{m_r} \\ -K_p(l_0 + r_0) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-b_1}{M_a} & \frac{-K}{M_a} & \frac{b_1}{M_a} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \frac{b_1}{m_r} & \frac{K}{m_r} & -\frac{b_1+b_2}{m_r} & \frac{-K_p}{m_r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 \\ \tilde{x}_4 \\ \tilde{x}_5 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_0}$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_0$$

da cui si ottiene il punto di equilibrio:

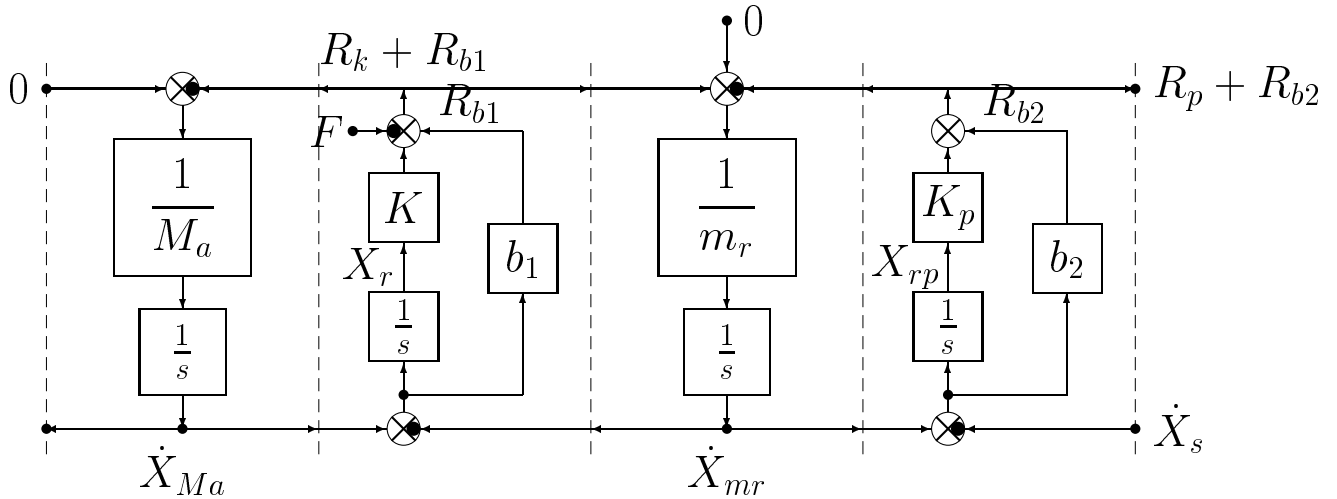
$$\tilde{\mathbf{x}}_0 = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 \\ \tilde{x}_4 \\ \tilde{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_p(l_0 + r_0) \\ \frac{-M_a g}{K} + L_0 \\ -K_p(l_0 + r_0) \\ \frac{-(M_a + m_r)g + l_0 + r_0}{K_p} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_0 = \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 + \tilde{x}_4 + \tilde{x}_5 \\ \tilde{x}_4 + \tilde{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_0 + r_0 + L_0 - \frac{M_a g}{K} - \frac{(M_a + m_r)g}{K_p} \\ l_0 + r_0 - \frac{(M_a + m_r)g}{K_p} \end{bmatrix}$$

- Linearizzando nell'intorno del punto di lavoro

$$\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{x}}_0, \quad \mathbf{y} = \tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\mathbf{y}}_0$$

si ottiene il modello:



che nello spazio degli stati è descritto dalle equazioni:

$$\dot{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-b_1}{M_a} & \frac{-K}{M_a} & \frac{b_1}{M_a} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \frac{b_1}{m_r} & \frac{K}{m_r} & \frac{-b_1-b_2}{m_r} & \frac{-K_p}{m_r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{M_a} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{b_2}{m_r} \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} F \\ \dot{X}_s \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \mathbf{x}$$

cioè:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x} \end{cases}$$

dove F è l'ingresso di controllo e \dot{X}_s è l'ingresso di disturbo, X_{Ma} è l'uscita da controllare.

- Utilizzando i seguenti parametri:

```

Ma = 3850*Kg;           % Massa anteriore
mr = 2*134*Kg+524*Kg;   % Massa equivalente delle ruote ant.
L0 = 65*cm;             % Lunghezza della molla idraulica
l0=10*cm;               % Altezza del pneumatico
r0=55*cm;               % Raggio della ruota
b1 = 2*1500*N/(m/sec);  % Smorzamento della sospensione
K = 0.8*1800*N/cm;      % Rigidit della sospensione
b2 = 2*1500*N/(m/sec);  % Smorzamento del pneumatico
Kp = 2*1800*N/cm;       % Rigidit del pneumatico

```

si ottiene la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{\dot{X}_{Ma}(s)}{\dot{X}_s(s)} = \frac{2.952s^2 + 495.9s + 1.7e004}{s^4 + 8.355s^3 + 676.7s^2 + 495.9s + 1.7e004}$$

È la stessa funzione che si può ottenere usando Mason.

- I poli del sistema sono i seguenti:

damp(SYS) % - Natural frequency and damping of system poles

Eigenvalue	Damping	Freq. (rad/s)
0.00e+000	-1.00e+000	0.00e+000
-2.23e-001 + 5.12e+000i	4.34e-002	5.13e+000
-2.23e-001 - 5.12e+000i	4.34e-002	5.13e+000
-3.95e+000 + 2.51e+001i	1.55e-001	2.54e+001
-3.95e+000 - 2.51e+001i	1.55e-001	2.54e+001

- La risposta del sistema ad un ostacolo è la seguente:

