Teoria dei Sistemi

Esercitazione nr. 1

Gruppo Nr. $a =$

	Cognome	Nome
1)		
2)		
3)		
4)		

Nelle matrici seguenti, si sostituisca ad a il valore assegnato e si risponda alle domande.

Sia dato il seguente sistema dinamico lineare tempo continuo:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -a \\ 3 & -4 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 0 & a & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) \end{cases} \quad \leftrightarrow \quad \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases}$$

Utilizzando le istruzioni base di Matlab eseguire i seguenti calcoli.

1) Calcolare il polinomio caratteristico del sistema:

$$\Delta_{\mathbf{A}}(s) =$$

2) Calcolare gli autovalori del sistema:

$$s_1 = \ldots \qquad s_2 = \ldots \qquad s_3 = \ldots$$

3) Calcolare la matrice di raggiungibilità $\mathcal{R}^+$ del sistema. A tale scopo definire opportunamente una function "Rp=MatRag(A,b)" che esegua il calcolo per ogni coppia di matrici $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$;

$$\mathcal{R}^+ = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{AB} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

4) Portare il sistema in forma "compagna":

$$\begin{cases} \dot{\overline{\mathbf{x}}}(t) = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \overline{\mathbf{x}}(t) + \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} & & \end{bmatrix} \overline{\mathbf{x}}(t) \end{cases}$$

5) Portare il sistema in forma canonica di Jordan ad elementi "complessi":

$$\mathbf{T}_J = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(t) + \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} & & \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(t) \end{cases}$$

6) Portare il sistema in forma canonica "reale" di Jordan:

$$\mathbf{T}_R = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \dot{\overline{\mathbf{x}}}(t) &= \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} \overline{\mathbf{x}}(t) + \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} & \end{bmatrix} \overline{\mathbf{x}}(t) \end{cases}$$

7) Calcolare l'evoluzione libera dell'uscita del sistema $y(t)$ a partire dalla condizione iniziale $\mathbf{x}_0 = [1\ 1\ 1]^{\mathrm{T}}$. Disegnare l'andamento qualitativo, il valore massimo Y_M, il valore minimo Y_m e il tempo di assestamento $T_a = \frac{3}{\delta\omega_n}$ di $y(t)$. (Suggerimento: una possibile strada è utilizzare l'esponenziale di matrice. Esempio: `"X0=[1;1;1]; XX=[]; Tspan=[0:0.01:1]*Tfin; for t=Tspan; XX=[XX expm(A.*t)*X0]; end figure(1); clf plot(Tspan,C*XX)"`. Tfin deve essere opportunamente definito).

$Y_M =$

$Y_m =$

$T_a =$

8) Calcolare l'evoluzione libera del seguente sistema non lineare

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t) + (1 + \frac{a}{10})[1 - x_1^2(t)]x_2(t) \end{cases}$$

Utilizzare la seguente falsariga ed assegnare ad a il valore dato:

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
File "vdpa_ode.m":

  function dx=vdpa_ode(t,x)
  dx(1,1)=x(2);
  dx(2,1)=-x(1)+ (1+a/10)*(1-x(1)^2)*x(2);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
File "vdpa.m":

figure(1); clf
In_Con=[ 0.1  0.1;   % Definizione delle condizioni iniziali
        -0.1 -0.1;
        -2.0  2.0;
         2.0 -2.0];
Tspan=[0:0.005:1]*15; % Intervallo di simulazione
for jj=[1:size(In_Con,1)]
    [t,x]=ode23('vdpa_ode',Tspan, In_Con(jj,:));    % Simulazione
    plot(x(:,1),x(:,2)); hold on                    % Graficazione
end
grid on; axis square
xlabel('Variabile x_1(t)')
ylabel('Variabile x_2(t)')
title('Oscillatore di Van der Pol')
```