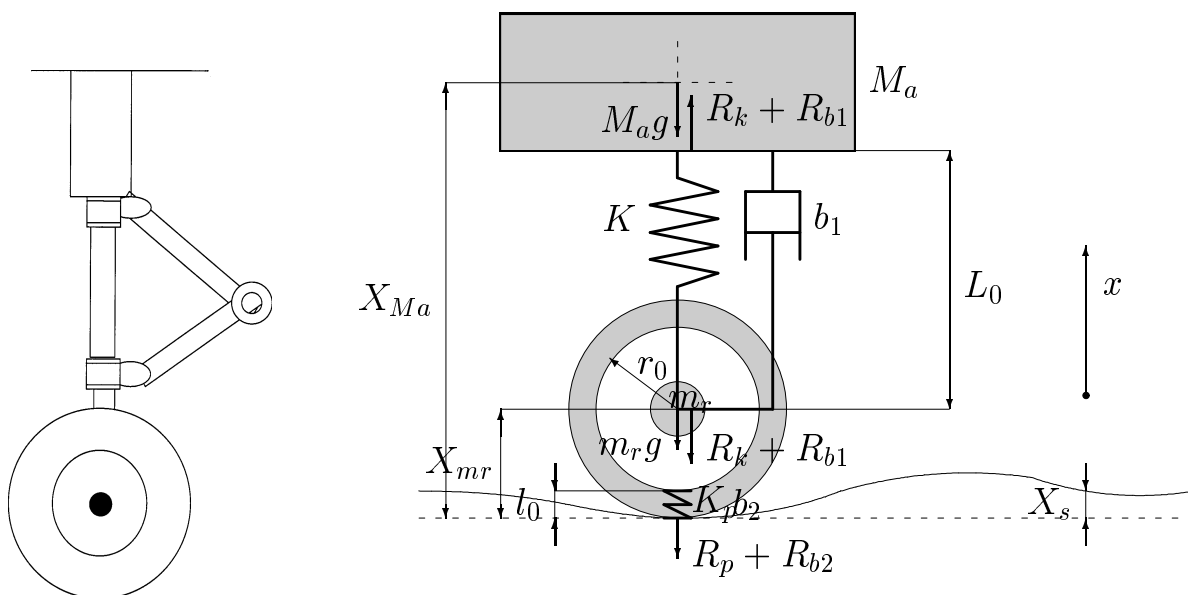
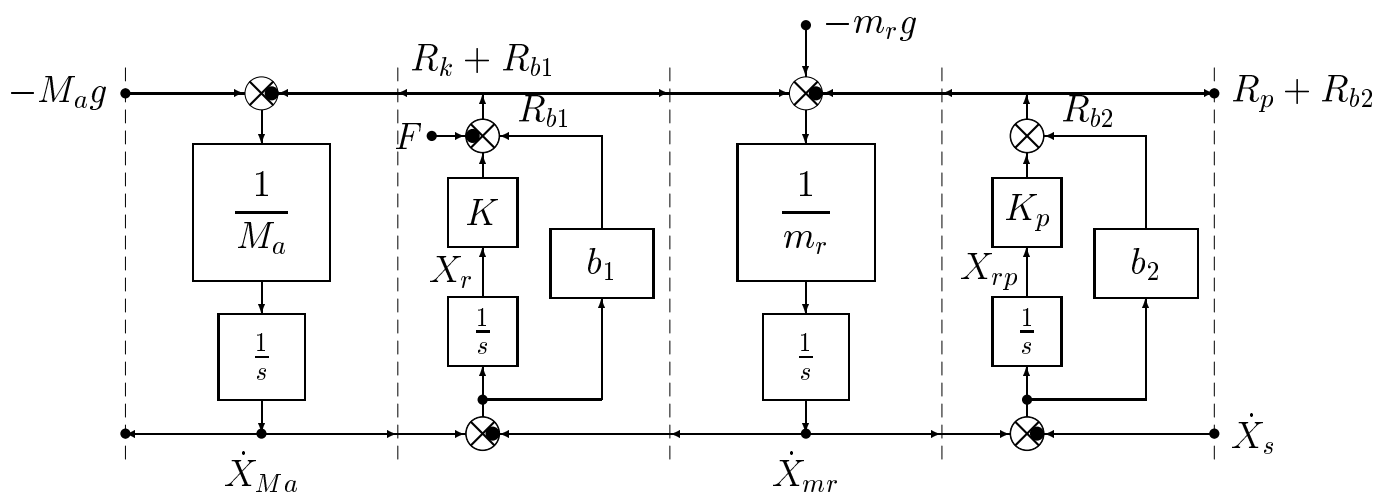


Modellistica e simulazione

- Carrello di atterraggio: modello fisico e schema funzionale:



- Modello dinamico del sistema idraulico di sospensione:



- Variabili di stato:

$$\tilde{x}_1 = \dot{X}_{Ma}, \quad \tilde{x}_{12} = X_r, \quad \tilde{x}_2 = X_{mr}, \quad \tilde{x}_{20} = \dot{X}_{rp}, \quad \tilde{x}_s = X_s$$

- Descrizione nello spazio degli stati:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} \frac{-b_1}{M_a} & \frac{-K}{M_a} & \frac{b_1}{M_a} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \frac{b_1}{m_r} & \frac{K}{m_r} & \frac{-b_1-b_2}{m_r} & \frac{-K_p}{m_r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \tilde{x}_{12} \\ \dot{\tilde{x}}_2 \\ \tilde{x}_{20} \\ \tilde{x}_s \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{x}}} + \begin{bmatrix} -g + \frac{F}{M_a} \\ 0 \\ -g - \frac{F}{m_r} + \frac{b_2}{m_r} \dot{X}_s \\ -\dot{X}_s \\ \dot{X}_s \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} l_0 + r_0 + L_0 \\ l_0 + r_0 \end{bmatrix}$$

- Il punto di lavoro si ottiene ponendo $\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = 0$, $F = 0$ e $\dot{X}_s = 0$:

$$\begin{bmatrix} g \\ 0 \\ g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-b_1}{M_a} & \frac{-K}{M_a} & \frac{b_1}{M_a} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \frac{b_1}{m_r} & \frac{K}{m_r} & \frac{-b_1-b_2}{m_r} & \frac{-K_p}{m_r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \tilde{x}_{12} \\ \dot{\tilde{x}}_2 \\ \tilde{x}_{20} \\ \tilde{x}_s \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_0}$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_0 + \begin{bmatrix} l_0 + r_0 + L_0 \\ l_0 + r_0 \end{bmatrix}$$

da cui si ottiene:

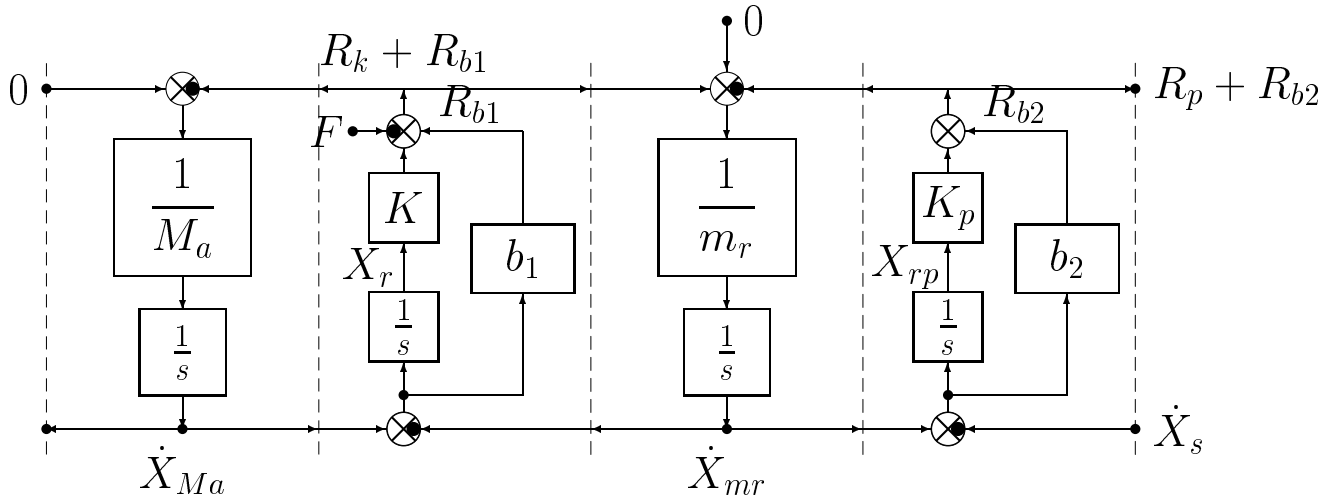
$$\tilde{\mathbf{x}}_0 = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \tilde{x}_{12} \\ \dot{\tilde{x}}_2 \\ \tilde{x}_{20} \\ \tilde{x}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-M_a g}{K} \\ 0 \\ \frac{-(M_a+m_r)g}{K_p} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_0 = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_0 + r_0 + L_0 - \frac{M_a g}{K} - \frac{(M_a+m_r)g}{K_p} \\ l_0 + r_0 - \frac{(M_a+m_r)g}{K_p} \end{bmatrix}$$

- Linearizzando nell'intorno del punto di lavoro

$$\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{x}}_0, \quad \mathbf{y} = \tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\mathbf{y}}_0$$

si ottiene il modello:



che nello spazio degli stati è descritto dalle equazioni:

$$\dot{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-b_1}{M_a} & \frac{-K}{M_a} & \frac{b_1}{M_a} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \frac{b_1}{m_r} & \frac{K}{m_r} & \frac{-b_1-b_2}{m_r} & \frac{-K_p}{m_r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_{12} \\ \dot{x}_2 \\ x_{20} \\ x_s \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{M_a} & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{-1}{m_r} & \frac{b_2}{m_r} \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} F \\ \dot{X}_s \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \mathbf{x}$$

cioè

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x} \end{cases}$$

dove F è l'ingresso di controllo e \dot{X}_s è l'ingresso di disturbo.

- Utilizzando i seguenti parametri:

```

Ma = 3850*Kg;           % Massa anteriore
mr = 2*134*Kg+524*Kg;  % Massa equivalente delle ruote ant.
L0 = 65*cm;            % Lunghezza della molla idraulica
l0=10*cm;              % Altezza del pneumatico
r0=55*cm;              % Raggio della ruota
b1 = 2*1500*N/(m/sec); % Smorzamento della sospensione
K = 0.8*1800*N/cm;    % Rigidit della sospensione
b2 = 2*1500*N/(m/sec); % Smorzamento del pneumatico
Kp = 2*1800*N/cm;     % Rigidit del pneumatico

```

si ottiene la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{\dot{X}_{Ma}(s)}{\dot{X}_s(s)} = \frac{2.952s^2 + 495.9s + 1.7e004}{s^4 + 8.355s^3 + 676.7s^2 + 495.9s + 1.7e004}$$

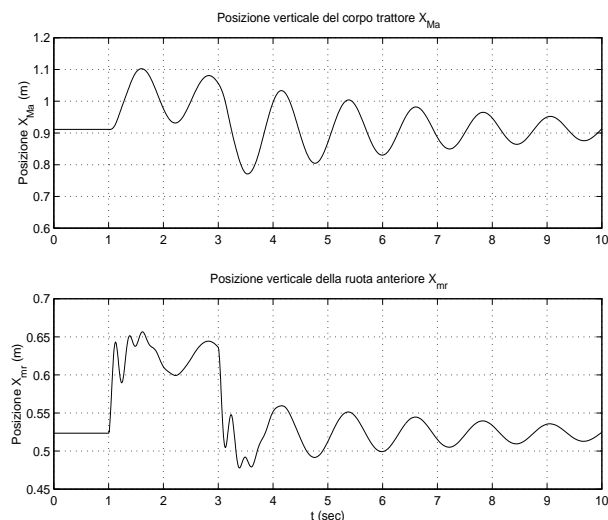
È la stessa funzione che si può ottenere usando Mason.

- I poli del sistema sono i seguenti:

```
damp(SYS) % - Natural frequency and damping of system poles
```

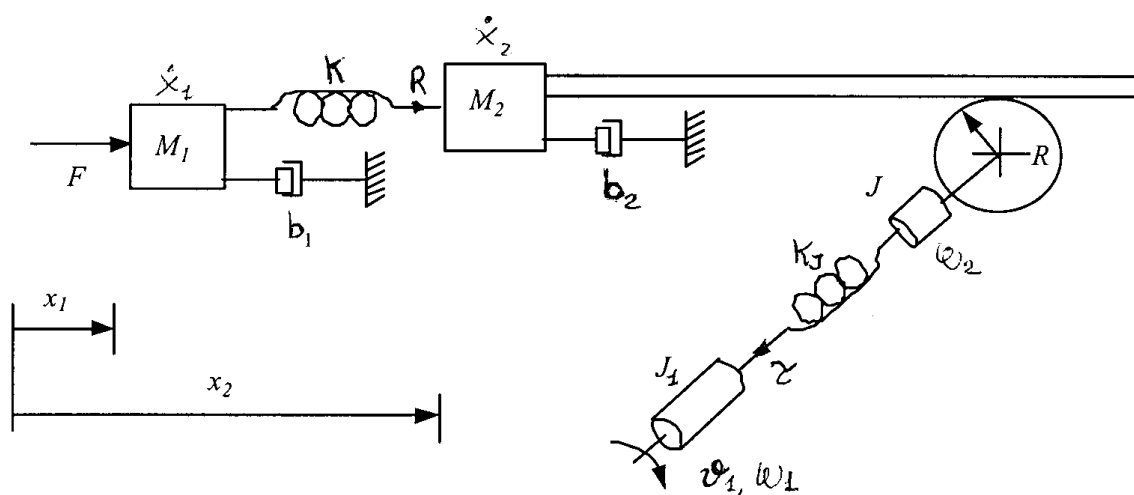
Eigenvalue	Damping	Freq. (rad/s)
0.00e+000	-1.00e+000	0.00e+000
-2.23e-001 + 5.12e+000i	4.34e-002	5.13e+000
-2.23e-001 - 5.12e+000i	4.34e-002	5.13e+000
-3.95e+000 + 2.51e+001i	1.55e-001	2.54e+001
-3.95e+000 - 2.51e+001i	1.55e-001	2.54e+001

- La risposta del sistema ad un ostacolo è la seguente:

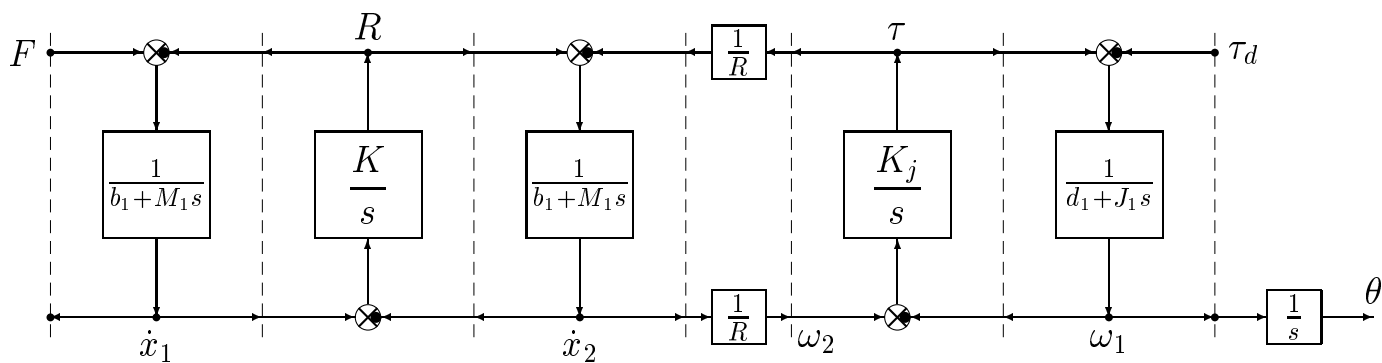


Sistema dinamico da modellare e simulare

- Sistema meccanico:



- Modello dinamico del sistema meccanico:



- Vettore di stato:

$$\mathbf{x} = [\dot{x}_1 \quad R \quad \dot{x}_2 \quad \tau \quad \omega_1 \quad \theta]^T$$

- La forza F è l'ingresso di controllo. La coppia τ_d è il segnale di disturbo.

- Descrizione nello spazio degli stati:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_1 \ddot{x}_1 \\ \frac{1}{K} \dot{R} \\ M_2 \ddot{x}_2 \\ \frac{1}{K_j} \dot{\tau} \\ J_1 \dot{\omega}_1 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}\dot{\mathbf{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -b_1 - 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -b_2 - \frac{1}{R} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ R \\ \dot{x}_2 \\ \tau \\ \omega_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} F \\ \tau_d \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \mathbf{x}$$

cioè

$$\begin{cases} \mathbf{L}\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases} \quad \Downarrow \quad \text{dove} \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{K} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{2j} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{K_j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{L}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases}$$

- Scegliendo opportunamente le variabili di stato la matrice \mathbf{A} assume una particolare forma emisimmetrica
- Parametri del sistema:

```

M1 = 0.6*Kg;           % Prima Massa
b1 = 2*N/(40*m/sec);  % Coeff. di attrito sulla prima massa
K = 100*N/(1*cm);    % Rigidit della prima molla
M2 = 1*Kg;           % Seconda Massa
b2 = 1*N/(50*m/sec); % Coeff. di attrito sulla seconda massa
R = 10*cm;           % Raggio della ruota
J2 = 150*gr*(12*cm)^2; % Momento di inerzia di J2
Kj = 100*N/(0.1*rad); % Rigidit della molla torsionale
J1 = 190*gr*(10*cm)^2; % Momento di inerzia di J1
d1 = 10*N*m/(100*rad/sec); % Coeff. di attrito sull'inerzia J1
M2j = M2+J2/(R^2);   % Massa traslazionale equivalente

```