

“Controlli Automatici A” - Meccanici - Domande Teoriche - Marzo 2002

Per ciascuno dei seguenti test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. Alcuni test sono seguiti da più affermazioni giuste e si considerano superati quando queste vengono contrassegnate tutte.

- Un sistema in retroazione negativa avente $G(s)$ sul ramo diretto, $H(s)$ sul ramo di retroazione ed avente un elevato guadagno di anello risulta poco sensibile
 - alle variazioni parametriche della funzione $G(s)$
 - alle variazioni parametriche della funzione $H(s)$
 - ai disturbi additivi agenti sul sistema
- Il sorpasso percentuale S di un sistema del 2° ordine stabile e privo di zeri dipende:
 - solo dalla pulsazione naturale ω_n ;
 - solo dal coefficiente di smorzamento δ ;
 - solo dalla parte reale dei poli;
 - solo dalla parte immaginaria dei poli.
- Il sistema $G(s) = \frac{(s+a)}{(s+b)}$, con $a, b > 0$:
 - in una certa banda di frequenze sfasa in anticipo se $a > b$;
 - in una certa banda di frequenze sfasa in ritardo se $a > b$;
 - non sfasa né in anticipo né in ritardo per alcuna frequenza.
- La funzione complessa $X(s) = \frac{1}{(s+3)^2}$ è la trasformata di Laplace
 - di un segnale $x(t)$ che tende a zero per $t \rightarrow \infty$
 - di un segnale $x(t)$ che tende a zero per $t \rightarrow 0$
 - del segnale $x(t) = t^2 e^{-3t}$
- Il tempo di assestamento T_a ($\pm 5\%$ del valore finale) del sistema $G(s) = \frac{1}{s+1}$ è
 - $T_a = 1$
 - $T_a = 3$
 - $T_a = \frac{1}{3}$
- Si consideri la risposta di un sistema lineare di tipo 0 ad un ingresso a gradino. Il tempo di salita T_s è il tempo occorrente per
 - raggiungere il 50% del valore finale
 - raggiungere il 63.2% del valore finale
 - passare dal 10 al 90% del valore finale
- Il coefficiente di smorzamento δ di un sistema del 2° ordine caratterizzato da una coppia di poli complessi coniugati $p_{1,2} = -\sigma \pm j\omega$ ($\omega_n = \sqrt{\sigma^2 + \omega^2}$) è
 - $\delta = \frac{\omega}{\omega_n}$
 - $\delta = \frac{\sigma}{\omega_n}$
 - $\delta = \arctan \frac{\omega}{\sigma}$
- In un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati il tempo di assestamento T_a rimane costante al variare della posizione dei poli
 - su di una retta uscente dall'origine
 - su di una retta parallela all'asse immaginario
 - su di una circonferenza con centro nell'origine
- Il valore iniziale per $t = 0^+$ della risposta all'impulso $g(t)$ del sistema $G(s) = \frac{2s+3}{s^2+4}$ vale
 - $g(0^+) = 0$

- $g(0^+) = 1$
- $g(0^+) = 2$
- $g(0^+) = 3$

10. Per $s = j\omega$, la fase φ del sistema $G(s) = \frac{1}{s(s+2)^2}$ è

- $\varphi = \frac{\pi}{2} - 2 \arctan \frac{2}{\omega}$
- $\varphi = -\frac{\pi}{2} - 2 \arctan \frac{2}{\omega}$
- $\varphi = -\frac{\pi}{2} - 2 \arctan \frac{\omega}{2}$

11. Se in un sistema del 2° ordine varia la distanza dei poli dall'origine (a parità di direzione), allora variano i seguenti parametri del sistema:

- tempo di assestamento T_a
- coefficiente di smorzamento δ
- larghezza di banda ω_f
- picco di risonanza M_R

12. Si consideri la risposta di un sistema lineare di tipo 0 ad un ingresso a gradino. Il tempo di salita T_s è il tempo occorrente per

- raggiungere il 50% del valore finale
- raggiungere il 63.2% del valore finale
- passare dal 10 al 90% del valore finale
- raggiungere il punto di massima sovraelongazione

13. Dato il sistema lineare $G(s) = \frac{(s+1)}{s(s+2)(s+3)}$, il valore finale ($t \rightarrow \infty$) della risposta impulsiva $g(t)$ vale:

- $g(\infty) = 0$
- $g(\infty) = 1$
- $g(\infty) = \frac{1}{6}$
- $g(\infty) = \infty$

14. La massima sovraelongazione % del sistema $G(s) = \frac{1}{1+2s+s^2}$ in risposta ad un ingresso a gradino è

- $S = 0\%$
- $S = 1\%$
- $S = 10\%$
- $S = 100\%$

15. La funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ di un sistema lineare a fase minima è completamente nota

- se è nota l'equazione differenziale del sistema
- se è nota la funzione di trasferimento $G(s)$
- se è nota la posizione di tutti i poli del sistema

16. Per studiare la stabilità di un sistema lineare $G(s)$ posto in retroazione unitaria, è possibile utilizzare il criterio di Routh

- solo se $G(s)$ è una funzione razionale fratta
- anche se $G(s)$ è una funzione trascendente

17. La risposta impulsiva $g(t)$ del sistema $G(s) = \frac{1}{s^2(s+2)}$

- è limitata ma non tende a zero per $t \rightarrow \infty$
- è limitata e tende a zero per $t \rightarrow \infty$
- non è limitata

18. Un sistema che realizza un ritardo puro

- è un sistema lineare tempo invariante
 - è un sistema lineare tempo variante
 - è un sistema non lineare tempo invariante
19. La funzione di risposta armonica $F(\omega)$ di un sistema lineare tempo invariante può essere determinata sperimentalmente per punti
- solo se il sistema è stabile
 - solo se il sistema è asintoticamente stabile
 - anche se il sistema è instabile
20. Si ponga la funzione $\sin t$ in ingresso al sistema $G(s) = \frac{2}{s+1}$. A regime, l'ampiezza A e la fase φ della sinusoidale $A \sin(t + \varphi)$ in uscita valgono
- $A = \sqrt{2}$, $\varphi = -\frac{\pi}{4}$
 - $A = \sqrt{2}$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$
 - $A = 1/\sqrt{2}$, $\varphi = -\frac{\pi}{4}$
 - $A = 1/\sqrt{2}$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$
21. Il criterio di Nyquist nella sua forma più generale
- è un criterio necessario e sufficiente
 - si applica solo ai sistemi a fase minima
 - si applica anche a sistemi non lineari
22. Un sistema di tipo 1 chiuso in retroazione unitaria negativa
- ha un guadagno statico unitario
 - ha un guadagno statico minore di 1
 - ha un guadagno statico maggiore di 1
23. Se i coefficienti dell'equazione caratteristica di un sistema retroazionato sono tutti positivi, allora è possibile affermare che il sistema retroazionato
- è stabile
 - può essere stabile
 - può essere instabile
24. Un sistema lineare $G(s)$ avente solo poli semplici, tutti posizionati sull'asse immaginario è
- instabile
 - semplicemente stabile
 - stabile ingresso limitato - uscita limitata
25. Per avere errore a regime nullo a fronte del segnale di ingresso $R(s) = \frac{R_0}{s^2}$ il guadagno di anello del sistema retroazionato
- deve avere almeno un polo nell'origine
 - deve avere almeno due poli nell'origine
 - deve avere una costante di velocità K_v finita
26. Il diagramma polare "completo" di una funzione $F(s)$ di tipo 2 deve essere "chiuso" all'infinito
- con una circonferenza percorsa in senso antiorario che parte da $F(j0^-)$ e arriva in $F(j0^+)$
 - con una circonferenza percorsa in senso antiorario che parte da $F(j0^+)$ e arriva in $F(j0^-)$
 - con una circonferenza percorsa in senso orario che parte da $F(j0^-)$ e arriva in $F(j0^+)$
 - con una circonferenza percorsa in senso orario che parte da $F(j0^+)$ e arriva in $F(j0^-)$
27. L'errore a regime $e(\infty)$ del sistema $G(s) = \frac{2}{s(s+1)}$ posto in retroazione unitaria negativa quando in ingresso è presente una rampa unitaria $r(t) = t$ è

- $e(\infty) = 1$
 $e(\infty) = \frac{1}{2}$
 $e(\infty) = \frac{1}{3}$
28. Sia $1 + K G(s) = 0$ l'equazione caratteristica di un sistema retroazionato. Le radici triple del corrispondente luogo delle radici al variare del parametro K sono tutte e sole le soluzioni
- dell'equazione $\frac{d^2 G(s)}{ds^2} = 0$
 del sistema di equazioni: $1 + K G(s) = 0, \frac{d^2 G(s)}{ds^2} = 0$
 del sistema di equazioni: $1 + K G(s) = 0, \frac{dG(s)}{ds} = 0, \frac{d^2 G(s)}{ds^2} = 0$
29. Il luogo delle radici del sistema $K G(s)$ per $K > 0$ è:
- il luogo dei punti del piano complesso descritto da $K G(j\omega)$ al variare di ω da 0 a ∞ ;
 l'insieme dei punti del piano complesso descritto dai poli di $K G(s)$ al variare di K ;
 l'insieme dei punti del piano complesso descritto dai poli di $G_0(s) = G(s)/(1 + G(s))$ al variare di K .
30. Il sistema $G(s) = (s + 5)/(s^2 - 5s + 10)$ posto in retroazione è stabile se:
- il diagramma di Nyquist di $G(s)$ non circonda il punto critico $-1 + j0$;
 il diagramma di Nyquist di $G(s)$ circonda il punto critico $-1 + j0$ percorrendo 2 giri in senso orario;
 il diagramma di Nyquist di $G(s)$ circonda il punto critico $-1 + j0$ percorrendo 2 giri in senso antiorario;
31. Un sistema $G(s)$ stabile posto in retroazione è asintoticamente stabile se:
- il margine di fase M_F di $G(s)$ è positivo;
 il margine di fase M_F di $G(s)$ è negativo;
 il margine di ampiezza M_A di $G(s)$ è maggiore di uno.
32. Il luogo delle radici di un sistema $G(s)$:
- è simmetrico rispetto al *baricentro dei poli* (quando questo esiste);
 è simmetrico rispetto all'asse reale;
 è simmetrico rispetto all'asse immaginario.
33. Il criterio di Routh-Hurwitz afferma che un sistema $G(s)$:
- è stabile se e solo se gli elementi della prima colonna della tabella hanno segni uguali (CSN);
 è stabile se gli elementi della prima colonna della tabella hanno segni uguali (solo CS);
 è stabile solo se gli elementi della prima colonna della tabella hanno segni uguali (solo CN).
34. Un sistema di tipo 2
- ha due poli nell'origine
 ha due zeri nell'origine
 ha un errore a regime nullo nella risposta al gradino
 ha un errore a regime non nullo nella risposta alla parabola
35. In corrispondenza di un polo multiplo, il luogo delle radici presenta la confluenza di un numero di rami
- uguale al grado n del denominatore
 uguale ad grado m del numeratore
 uguale ad $n - m$
 uguale all'ordine di molteplicità del polo
36. Dato il sistema $G(s) = N(s)/D(s)$ in retroazione unitaria negativa, le radici "doppie" del corrispondente luogo delle radici si determinano risolvendo rispetto ad s l'equazione
- $\frac{dG(s)}{ds} = 0$
 $\frac{dN(s)}{ds} D(s) - \frac{dD(s)}{ds} N(s) = 0$
 $\frac{dD(s)}{ds} + K \frac{dN(s)}{ds} = 0$

a) Calcolare le trasformate di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

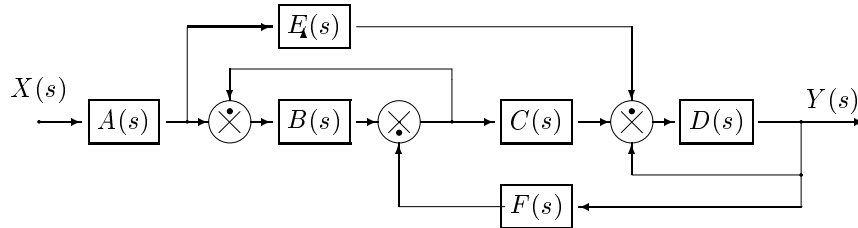
$$x_1(t) = 7 e^{-6t} \sin(5t), \quad x_2(t) = 2 t^4 e^{-9t},$$

$$X_1(s) = \frac{35}{(s+6)^2 + 25}, \quad X_2(s) = \frac{48}{(s+9)^5},$$

b) Antitrasformare le seguenti funzioni di trasferimento

$$X_1(s) = \frac{2}{(s+3)^4} \quad x_1(t) = \frac{1}{3} t^3 e^{-3t},$$

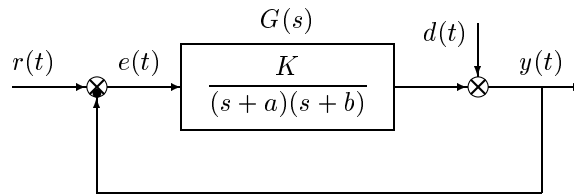
c) Relativamente al seguente schema a blocchi, calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ tra l'ingresso $X(s)$ e l'uscita $Y(s)$:



La funzione di trasferimento $G(s)$ che descrive il sistema tra l'ingresso $x(t)$ e l'uscita $y(t)$ è la seguente

$$G(s) = \frac{A B C D - A E D [1 + B]}{1 + B + C D F - D - B D},$$

d) Sia dato il seguente sistema in retroazione:



Calcolare la trasformata di Laplace $Y(s)$ dell'uscita in funzione delle trasformate di Laplace $R(s)$ e $D(s)$ del riferimento e del disturbo. Trasformare il legame trovato nella corrispondente equazione differenziale che lega fra di loro le funzioni $y(t)$, $r(t)$ e $d(t)$.

La trasformata $Y(s)$ dell'uscita vale:

$$Y(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} R(s) + \frac{1}{1 + G(s)} D(s)$$

$$= \frac{K R(s) + [s^2 + (a+b)s + ab] D(s)}{s^2 + (a+b)s + ab + K}$$

La corrispondente equazione differenziale vale:

$$\ddot{y}(t) + (a+b)\dot{y}(t) + (ab+K)y(t) = K r(t) + \ddot{d}(t) + (a+b)\dot{d}(t) + ab d(t)$$

a) Calcolare le trasformate di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

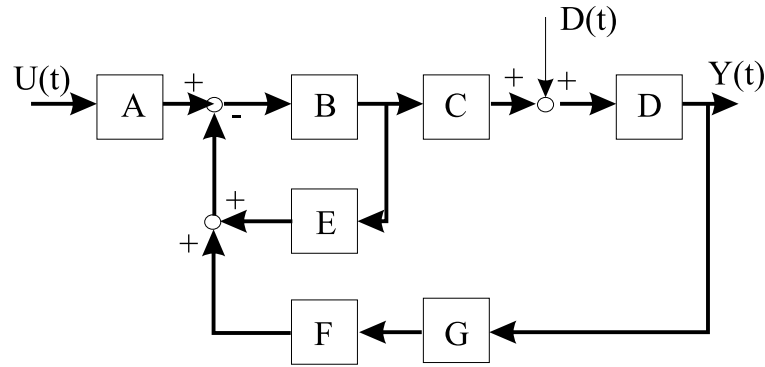
$$x_1(t) = 6 \cos 2t, \quad x_2(t) = 20 t^3 e^{-3t},$$

$$X_1(s) = 6 \frac{s}{s^2 + 4}, \quad X_2(s) = \frac{120}{(s+3)^4},$$

b) Antitrasformare le seguenti funzioni di trasferimento:

$$X_1(s) = \frac{21}{(s+1)^2} \quad x_1(t) = 21 t e^{-t},$$

c) Sia dato il seguente schema a blocchi:

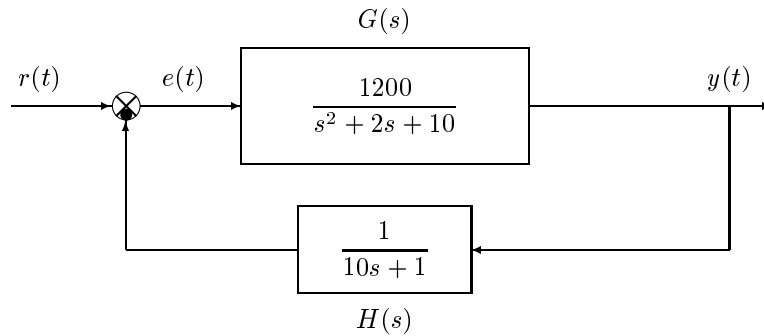


Calcolare (a) lo schema ridotto fra U e Y , (b) lo schema ridotto tra D e Y .

Le funzioni ingresso-uscita che descrivono lo schema a blocchi si ottengono applicando la regola di Mason:

$$\frac{Y(t)}{U(t)} = \frac{ABCD}{1 + BE + BCDGF}, \quad \frac{Y(t)}{D(t)} = \frac{D(1 + BE)}{1 + BE + BCDGF}$$

d) Sia dato il seguente sistema in retroazione:



Calcolare il valore a regime (per $t \rightarrow \infty$) della variabile $e(t)$ quando in ingresso è presente un gradino unitario $r(t) = 1$.

La funzione di trasferimento che lega l'ingresso di riferimento $r(t)$ all'errore $e(t)$ è:

$$G(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

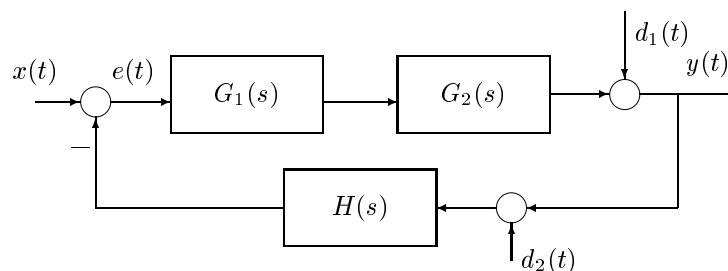
La trasformata $E(s)$ del segnale errore è:

$$E(s) = G(s)R(s) = \frac{(s^2 + 2s + 10)(10s + 1)}{(10s + 1)(s^2 + 2s + 10) + 1200} \frac{1}{s}$$

Applicando il teorema del valore finale si ottiene il valore dell'errore a regime:

$$e_r = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(s^2 + 2s + 10)(10s + 1)}{(10s + 1)(s^2 + 2s + 10) + 1200} = \frac{1}{121}$$

1. Sia dato il seguente sistema:



Siano:

$$G_1(s) = \frac{10}{s^2}, \quad G_2(s) = \frac{s + 0.1}{(s + 1)}, \quad H(s) = \frac{1 + s}{(s + 100)}$$

- Determinare il valore di regime (per $t \rightarrow \infty$) del segnale errore $e(t)$ quando il disturbo $d_2(t)$ è un gradino unitario e tutti gli altri ingressi nulli.
- Determinare il valore di regime (per $t \rightarrow \infty$) dell'uscita $y(t)$ quando il disturbo $d_1(t)$ è una parabola ($d_1(t) = t^2$) e tutti gli altri ingressi nulli.

La funzione di trasferimento tra $D_2(s)$ e $E(s)$ è data da:

$$\frac{E(s)}{D_2(s)} = G_{ed}(s) = -\frac{H(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} = -\frac{s^2(1 + s)}{s^3 + 100s^2 + 10s + 1}$$

per cui

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sG_{ed}(s) \frac{1}{s} = 0$$

La funzione di trasferimento tra $D_1(s)$ e $Y(s)$ è data da:

$$\frac{Y(s)}{D_1(s)} = G_{yd}(s) = \frac{1}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} = \frac{s^2(s + 100)}{s^3 + 100s^2 + 10s + 1}$$

per cui

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sG_{yd}(s) \frac{2}{s^3} = 200$$

- Si consideri la seguente equazione differenziale:

$$\ddot{y}(t) + ay(t) + by(t) = 10[\dot{x}(t) + x(t)]$$

Determinare la corrispondente funzione di trasferimento.

$$G(s) = \frac{10(s + 1)}{s^2 + as + b}$$

- La dinamica di un accelerometro a massa unitaria è descritta dall'equazione

$$\ddot{y}(t) + F \dot{y}(t) + K y(t) = a(t)$$

dove F è il coefficiente di attrito dello smorzatore, K è la rigidità della molla e $a(t)$ è il segnale di ingresso (accelerazione). Determinare i valori di F e di K in modo tale che il sistema abbia guadagno statico 0.25 e sia caratterizzato da una coppia di poli reali coincidenti.

All'equazione differenziale data corrisponde la seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + F s + K}$$

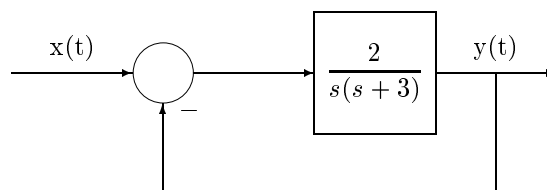
Le relazioni corrispondenti ad un guadagno statico unitario e a poli reali coincidenti sono:

$$\frac{1}{K} = 0.25 \quad \Delta = F^2 - 4K = 0$$

dalle quali si ottiene

$$K = 4, \quad F = 4$$

- Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del seguente sistema quando è presente in ingresso il segnale sinusoidale $x(t) = \sin(2t)$



La funzione di trasferimento del sistema retroazionato è

$$G(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 2} = \frac{2}{(s+1)(s+2)}$$

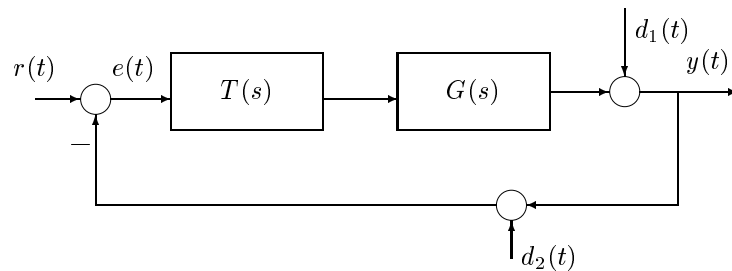
Il sistema è asintoticamente stabile. Per calcolare la risposta a regime in risposta ad un segnale sinusoidale è sufficiente utilizzare la funzione di risposta armonica:

$$G(j2) = \frac{1}{(-1 + 3j)} = -\frac{1}{10}(1 + 3j)$$

La risposta a regime è quindi la seguente:

$$y(t) = -\frac{1}{\sqrt{10}} \sin(2t + \arctan 3)$$

5. Sia dato il seguente sistema in retroazione:



Sia:

$$T(s) = K, \quad G(s) = \frac{-2(s-5)}{(s+2)(3+9s)}$$

5.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile. L'equazione caratteristica del sistema retroazionato è

$$9s^2 + (21 - 2K)s + 6 + 10K = 0$$

Il sistema è asintoticamente stabile se tutti e tre i coefficienti dell'equazione caratteristica sono positivi, cioè per

$$-\frac{6}{10} < K < \frac{21}{2} \quad \rightarrow \quad -0.6 < K < 10.5 = K^*$$

5.2) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema $G(s)$ retroazionato al variare del parametro $K > 0$, calcolando esattamente:

- La posizione dei punti di diramazione del luogo delle radici.
- Le intersezioni con l'asse immaginario.
- Il valore di K a cui corrisponde il minimo tempo di assestamento.

Per disegnare il luogo delle radici è opportuno portare l'equazione caratteristica nella forma poli/zeri:

$$1 - K \frac{2}{9} \frac{(s-5)}{(s+2)(s+\frac{1}{3})}$$

L'andamento qualitativo del luogo delle radici al variare del parametro $K > 0$ è mostrato in Fig. 1. Le intersezioni con l'asse immaginario si hanno in corrispondenza del valore $K = K^* = 10.5$ alla pulsazione

$$\omega^* = \sqrt{\frac{6 + 10K^*}{9}} = \frac{\sqrt{111}}{3} = 3.512$$

Il minimo tempo di assestamento si ha in corrispondenza del punto di diramazione negativo $d_1 = -1.11 \simeq -1$. Il corrispondente valore di K si calcola come segue

$$K_1 = \frac{1}{G(s)} \Big|_{s=-d_1} = \frac{1}{1.964} = 0.509$$

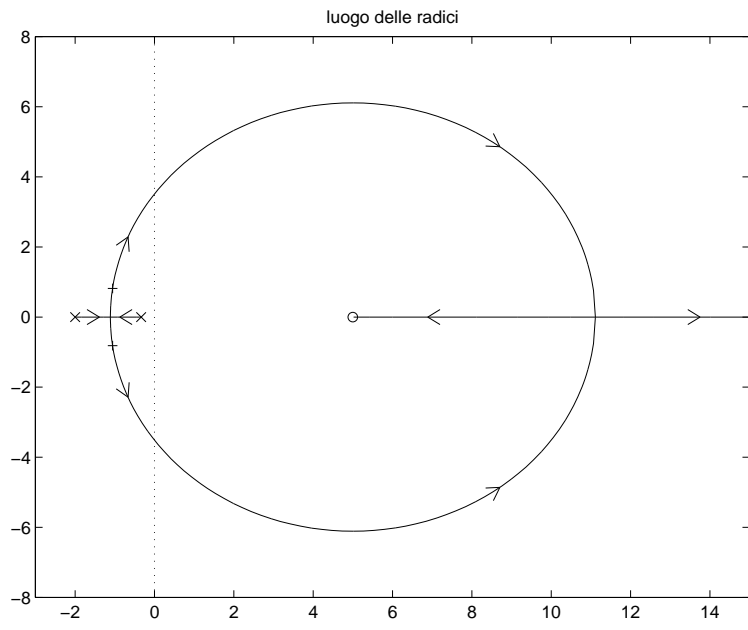


Figura 1: Luogo delle radici della funzione $G(s)$ al variare del parametro $K > 0$.

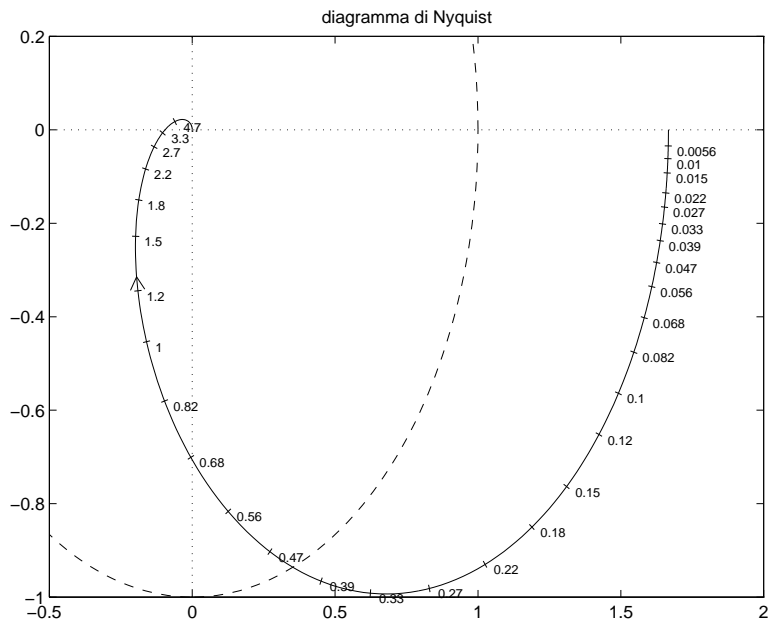


Figura 2: Diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$

6. Si consideri il diagramma di Nyquist mostrato in Fig. 2. Indicare:

- Quanto vale il guadagno statico? $\rightarrow G(0) \simeq 1.6$
- Per quale pulsazione il sistema ha guadagno unitario? $\rightarrow \omega_1 \simeq 0.44$.
- Il sistema retroazionato è stabile? \rightarrow Si.
- Quanto vale all'incirca il margine di ampiezza del sistema? $\rightarrow M_A \simeq 10$.

7. Si faccia riferimento ai diagrammi asintotici di Bode mostrati in Fig. 3. Indicare:

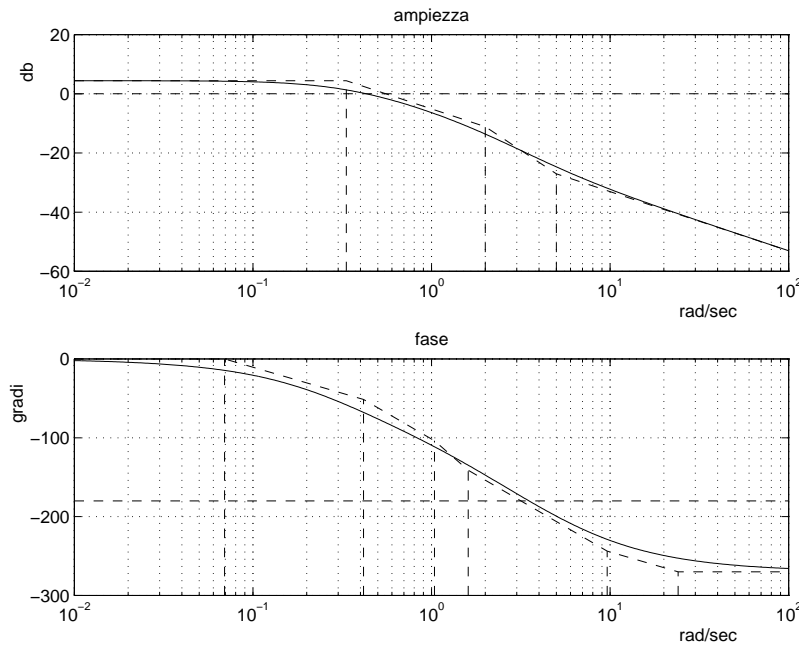


Figura 3: Diagrammi asintotici di Bode della funzione $G(s)$

- Quanto vale il guadagno statico? $\rightarrow G(0) \simeq 1.6$
- Come risponde a regime il sistema se viene sollecitato con l'ingresso $x(t) = \sin 3t$? $\rightarrow y(t) \simeq 0.1 \sin(3t - 170^\circ)$.
- Quanto vale all'incirca il margine di fase del sistema? $\rightarrow M_F \simeq 110^\circ$.

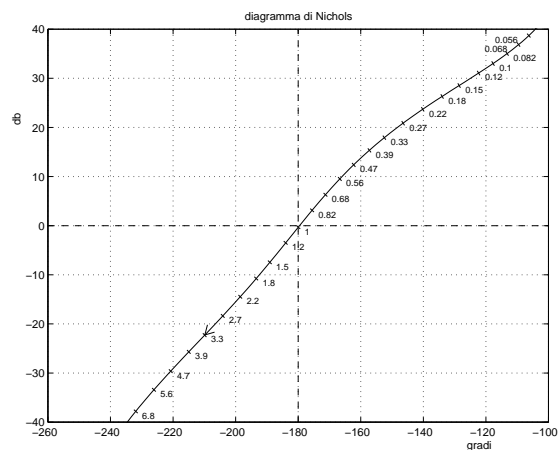
f) Si consideri il diagramma di Nichols riportato a fianco. Utilizzando le seguenti formule di inversione:

$$\tau_1 = \frac{M - \cos \varphi}{\omega \sin \varphi}, \quad \tau_2 = \frac{\cos \varphi - \frac{1}{M}}{\omega \sin \varphi},$$

calcolare i parametri τ_1 e τ_2 di una rete anticipatrice

$$R(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s}$$

in modo da imporre al sistema retroazionato il margine di fase $M_f = 40^\circ$.



f) L'ampiezza A e la fase ϕ della funzione di risposta armonica in corrispondenza della pulsazione $\omega = 3.3$ sono:

$$A = -22.33 \text{ db} = 0.0765 \quad \psi = 150$$

Per poter imporre al sistema retroazionato un margine di fase $M_f = 40^\circ$ occorre attenuare e ritardare delle seguenti quantità

$$M = \frac{1}{A} = 22.33 \text{ db} = 13.07 \quad \varphi = 180 + M_f - \psi = 220 - 150 = 70$$

Sostituendo $M = 13.07$ e $\varphi = 70$ nelle formule di inversione si ottiene

$$\tau_1 = \frac{M - \cos \varphi}{\omega \sin \varphi}, \quad \tau_2 = \frac{\cos \varphi - \frac{1}{M}}{\omega \sin \varphi},$$

La rete ritardatrice ha quindi la seguente forma

$$R(s) = \frac{1 + 4.1045s}{1 + 0.0856s}$$

I diagrammi di Nichols della funzione assegnata con e senza rete correttiva sono mostrati in Fig. ??.