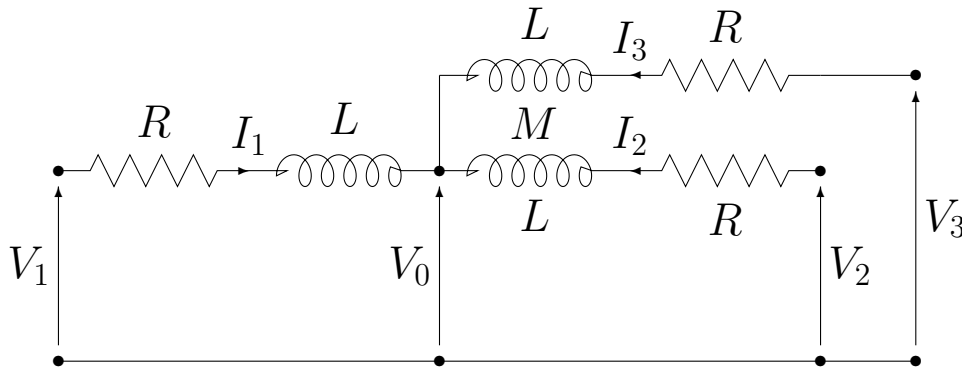


## Circuito trifase

Si consideri il seguente circuito trifase collegato a stella.



Si scelgono come variabili di stato le tre correnti  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  che circolano nelle tre induttanze.

Si introducono le seguenti matrici

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix}$$

e i seguenti vettori

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V}_0 = \begin{bmatrix} V_0 \\ V_0 \\ V_0 \end{bmatrix}$$

dove  $L$  ed  $M$  rappresentano i coefficienti, rispettivamente, di auto e mutua induzione delle tre induttanze presenti nel circuito. L'equazione differenziale matriciale che descrive la dinamica del circuito si ottiene imponendo che la derivata  $\dot{\Phi} = \mathbf{L}\dot{\mathbf{I}}$  del "flusso"  $\Phi = \mathbf{L}\mathbf{I}$  sia uguale alla caduta di tensione  $-\mathbf{R}\mathbf{I} + \mathbf{V} - \mathbf{V}_0$  ai capi dell'induttanza "tridimensionale"  $\mathbf{L}$ :

$$\mathbf{L}\dot{\mathbf{I}} = -\mathbf{R}\mathbf{I} + \mathbf{V} - \mathbf{V}_0$$

cioè

$$\begin{bmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_0 \\ V_0 \\ V_0 \end{bmatrix}$$

Le variabili di stato  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  sono vincolate dal seguente legame algebrico:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Tale legame può essere espresso in modo vettoriale come segue

$$\mathbf{v}_3^T \mathbf{I} = 0 \quad \text{dove} \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

oppure come

$$\bar{\mathbf{v}}_3^T \mathbf{I} = 0 \quad \text{dove} \quad \bar{\mathbf{v}}_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$

Il vettore di stato  $\mathbf{I}$  è quindi perpendicolare sia al vettore  $\mathbf{v}_3$  che al versore  $\bar{\mathbf{v}}_3$ . Il modo migliore per “inserire” questo vincolo all’interno della descrizione matematica del sistema è quello di procedere ad una trasformazione  $\mathbf{I} = \bar{\mathbf{T}} \bar{\mathbf{I}}$  nello spazio degli stati nella quale il versore  $\bar{\mathbf{v}}_3$  compaia come vettore appartenente alla nuova base

$$\bar{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}_1 & \bar{\mathbf{v}}_2 & \bar{\mathbf{v}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{T}}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}}^T$$

$\bar{\mathbf{v}}_1$  e  $\bar{\mathbf{v}}_2$  sono due versori che rendono ortonormale la matrice di trasformazione  $\bar{\mathbf{T}}$ .

Il sistema, per come è stato scritto, non è nella forma standard “ $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$ ” per la presenza della matrice  $\mathbf{L}$  che moltiplica il vettore  $\dot{\mathbf{I}}$ . Relativamente a sistemi che abbiano questa forma, possiamo affermare quanto segue.

Proprietà. Se ad un sistema dinamico avente la forma

$$\begin{cases} \mathbf{L}\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases}$$

si applica la trasformazione di coordinate  $\mathbf{x} = \mathbf{T}\bar{\mathbf{x}}$ , si ottiene il seguente sistema equivalente

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{L}}\dot{\bar{\mathbf{x}}} = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}} \end{cases}$$

dove

$$\bar{\mathbf{L}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{L}\mathbf{T}, \quad \bar{\mathbf{A}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}, \quad \bar{\mathbf{B}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{B}, \quad \bar{\mathbf{C}} = \mathbf{C}\mathbf{T}$$

Se la trasformazione di coordinate è tempo variante,  $\mathbf{x} = \mathbf{T}(t)\bar{\mathbf{x}}$ , la matrice  $\bar{\mathbf{A}}$  assume la forma seguente:

$$\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} - \mathbf{T}^{-1}\mathbf{L}\dot{\mathbf{T}}$$

Prova. Per sostituzione di  $\mathbf{x} = \mathbf{T}\bar{\mathbf{x}}$  nel sistema originario si ottiene

$$\begin{cases} \mathbf{L}(\mathbf{T}\dot{\bar{\mathbf{x}}} + \dot{\mathbf{T}}\bar{\mathbf{x}}) = \mathbf{A}\mathbf{T}\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{T}\bar{\mathbf{x}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \mathbf{L}\mathbf{T}\dot{\bar{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A}\mathbf{T} - \mathbf{L}\dot{\mathbf{T}})\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{T}\bar{\mathbf{x}} \end{cases}$$

e moltiplicando la prima equazione, a sinistra, per la matrice  $\mathbf{T}^{-1}$  si ottiene

$$\begin{cases} \overbrace{\mathbf{T}^{-1}\mathbf{L}\mathbf{T}}^{\bar{\mathbf{L}}} \dot{\bar{\mathbf{x}}} = \overbrace{(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} - \mathbf{T}^{-1}\mathbf{L}\dot{\mathbf{T}})}^{\bar{\mathbf{A}}} \bar{\mathbf{x}} + \overbrace{\mathbf{T}^{-1}\mathbf{B}}^{\bar{\mathbf{B}}} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \underbrace{\mathbf{C}\mathbf{T}}_{\bar{\mathbf{C}}} \bar{\mathbf{x}} \end{cases}$$

Il vantaggio di utilizzare rappresentazioni dinamiche del tipo “ $\mathbf{L}\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$ ” sta nel fatto che è possibile operare delle trasformazioni nello spazio degli stati senza dover “invertire” la matrice  $\mathbf{L}$  e quindi è possibile trasformare il sistema anche nei casi in cui la matrice  $\mathbf{L}$  è singolare.

Tornando al circuito trifase in esame, si può facilmente dimostrare che la matrice  $\mathbf{L}$  è invertibile e che la forma quadratica

$$E = \frac{1}{2} \mathbf{I}^T \mathbf{L} \mathbf{I}$$

non è altro che l'energia totale accumulata all'interno del sistema. Applicando al sistema  $\mathbf{L} \dot{\mathbf{I}} = -\mathbf{R} \mathbf{I} + \mathbf{V} - \mathbf{V}_0$  la trasformazione di coordinate  $\mathbf{I} = \overline{\mathbf{T}} \bar{\mathbf{I}}$  si ottiene

$$(\overline{\mathbf{T}}^{-1} \mathbf{L} \overline{\mathbf{T}}) \dot{\bar{\mathbf{I}}} = -(\overline{\mathbf{T}}^{-1} \mathbf{R} \overline{\mathbf{T}}) \bar{\mathbf{I}} + \overline{\mathbf{T}}^{-1} (\mathbf{V} - \mathbf{V}_0)$$

Essendo  $\mathbf{R}$  proporzionale alla matrice identità, si ha che  $\overline{\mathbf{T}}^{-1} \mathbf{R} \overline{\mathbf{T}} = \mathbf{R}$ . La matrice  $\overline{\mathbf{T}}^{-1} \mathbf{L} \overline{\mathbf{T}}$  ha invece la seguente struttura

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{T}}^{-1} \mathbf{L} \overline{\mathbf{T}} &= \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{2(L-M)}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{(L+2M)}{\sqrt{3}} \\ -\frac{(L-M)}{\sqrt{6}} & \frac{(L-M)}{\sqrt{2}} & \frac{(L+2M)}{\sqrt{3}} \\ -\frac{(L-M)}{\sqrt{6}} & \frac{-(L-M)}{\sqrt{2}} & \frac{(L+2M)}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (L-M) & 0 & 0 \\ 0 & (L-M) & 0 \\ 0 & 0 & (L+2M) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Rispetto al nuovo sistema di riferimento, i vettori  $\bar{\mathbf{I}} = \overline{\mathbf{T}}^{-1} \mathbf{I}$ ,  $\bar{\mathbf{V}} = \overline{\mathbf{T}}^{-1} \mathbf{V}$  e  $\bar{\mathbf{V}}_0 = \overline{\mathbf{T}}^{-1} \mathbf{V}_0$  assumono la forma:

$$\bar{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} \frac{2I_1 - I_2 - I_3}{\sqrt{6}} \\ \frac{I_2 - I_3}{\sqrt{2}} \\ \frac{I_1 + I_2 + I_3}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} \frac{2V_1 - V_2 - V_3}{\sqrt{6}} \\ \frac{V_2 - V_3}{\sqrt{2}} \\ \frac{V_1 + V_2 + V_3}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{V}}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{3V_0}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$

Essendo  $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ , necessariamente la terza componente del nuovo vettore di stato  $\bar{\mathbf{I}}$  è identicamente nulla:  $\bar{I}_3 = 0$ ,  $\dot{\bar{I}}_3 = 0$ .

Ne segue che la nuova descrizione dinamica del sistema di partenza è ora la seguente

$$\begin{bmatrix} L-M & 0 & 0 \\ 0 & L-M & 0 \\ 0 & 0 & L+2M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\bar{I}}_1 \\ \dot{\bar{I}}_2 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2V_1-V_2-V_3}{\sqrt{6}} \\ \frac{V_2-V_3}{\sqrt{2}} \\ \frac{V_1+V_2+V_3-3V_0}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$

La terza equazione del sistema esprime un legame statico ed implica che

$$V_0 = \frac{V_1 + V_2 + V_3}{3}$$

Inoltre, si vede chiaramente che la dinamica del sistema è del secondo ordine

$$\overbrace{\begin{bmatrix} L-M & 0 \\ 0 & L-M \end{bmatrix}}^{\mathbf{L}_b} \overbrace{\begin{bmatrix} \dot{\bar{I}}_1 \\ \dot{\bar{I}}_2 \end{bmatrix}}^{\dot{\mathbf{I}}_b} = - \overbrace{\begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix}}^{\mathbf{R}_b} \overbrace{\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}}^{\mathbf{I}_b} + \overbrace{\begin{bmatrix} \frac{2V_1-V_2-V_3}{\sqrt{6}} \\ \frac{V_2-V_3}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}}^{\mathbf{V}_b}$$

In forma compatta si può scrivere

$$\mathbf{L}_b \dot{\mathbf{I}}_b = -\mathbf{R}_b \mathbf{I}_b + \mathbf{V}_b \quad \leftrightarrow \quad (L-M) \dot{\mathbf{I}}_b = -R \mathbf{I}_b + \mathbf{V}_b$$

Supponiamo ora che la terna di tensioni in ingresso sia equilibrata:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = V_M \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

e che l'unico grado di libertà per il controllo sia l'ampiezza  $V_M$  della terna. Si noti che le tre tensioni  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$  soddisfano lo stesso vincolo algebrico delle correnti:

$$V_1 + V_2 + V_3 = 0 \quad \leftrightarrow \quad \mathbf{v}_3^T \mathbf{V} = 0$$

La terza componente del vettore  $\bar{\mathbf{V}}$  è quindi identicamente nulla. Ne segue che anche  $V_0 = 0$ . Il vettore  $\mathbf{V}_b$  assume invece la forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_b &= \begin{bmatrix} \frac{2V_1-V_2-V_3}{\sqrt{6}} \\ \frac{V_2-V_3}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = V_M \begin{bmatrix} \frac{2\cos(\theta) - \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) - \cos(\theta + \frac{2\pi}{3})}{\sqrt{6}} \\ \frac{\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) - \cos(\theta + \frac{2\pi}{3})}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \\ &= V_M \begin{bmatrix} \frac{3\cos(\theta)}{\sqrt{6}} \\ \frac{-2\sin(\theta)\sin(\frac{-2\pi}{3})}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = V_M \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Il sistema diventa quindi lineare tempo-variante in quanto la matrice degli ingressi è funzione del parametro  $\theta$ :

$$\begin{bmatrix} L - M & 0 \\ 0 & L - M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\bar{I}}_1 \\ \dot{\bar{I}}_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} V_M$$

Gli autovalori di questo sistema sono  $\lambda_{1,2} = \frac{-R}{L-M}$ , cioè autovalori reali.

Nel caso in cui sia  $\theta = \omega t$ , è possibile operare una nuova trasformazione di coordinate  $\bar{\mathbf{I}} = \mathbf{T}_\omega \mathbf{I}_\omega$  che semplifica ulteriormente il sistema:

$$\mathbf{T}_\omega = \begin{bmatrix} \cos \omega t & -\sin \omega t \\ \sin \omega t & \cos \omega t \end{bmatrix} = e^{-\omega t \mathbf{j}}, \quad \mathbf{T}_\omega^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \omega t & \sin \omega t \\ -\sin \omega t & \cos \omega t \end{bmatrix} = e^{\omega t \mathbf{j}}$$

In questo caso la matrice  $\mathbf{T}_\omega$  è tempo variante per cui nell'applicazione della trasformazione di coordinate compare anche la derivata  $\dot{\mathbf{T}}_\omega$ :

$$\dot{\mathbf{T}}_\omega = -\omega \mathbf{j} e^{-\omega t \mathbf{j}}, \quad \mathbf{j} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Entrambe le matrici  $\mathbf{j}$  e  $e^{-\omega t \mathbf{j}}$  rappresentano una rotazione nel piano, per cui commutano. È quindi possibile scrivere che

$$\dot{\mathbf{T}}_\omega = -\omega \mathbf{j} e^{-\omega t \mathbf{j}} = -\omega e^{-\omega t \mathbf{j}} \mathbf{j}$$

Vale quindi la relazione

$$\mathbf{T}_\omega^{-1} \dot{\mathbf{T}}_\omega = -\omega e^{\omega t \mathbf{j}} \mathbf{j} e^{-\omega t \mathbf{j}} = -\omega e^{\omega t \mathbf{j}} e^{-\omega t \mathbf{j}} \mathbf{j} = -\omega \mathbf{j} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix}$$

Il vettore  $\mathbf{V}_b$  si trasforma come segue

$$\mathbf{V}_\omega = \mathbf{T}_\omega^{-1} \mathbf{V}_b = V_M \mathbf{T}_\omega^{-1} \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} = V_M \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{3}{2}} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_\omega^{-1} \mathbf{L}_b \dot{\mathbf{T}}_\omega = \begin{bmatrix} 0 & -\omega(L - M) \\ \omega(L - M) & 0 \end{bmatrix}$$

Nota: la trasformazione  $\bar{\mathbf{I}} = \mathbf{T}_\omega \mathbf{I}_\omega$  ha reso il sistema tempo-invariante:

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{I}}}_\omega = \begin{bmatrix} \frac{-R}{L-M} & \omega \\ -\omega & \frac{-R}{L-M} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_\omega + \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{(L-M)} \\ 0 \end{bmatrix} V_M \\ \mathbf{I} = \mathbf{T}_b \mathbf{T}_\omega \bar{\mathbf{I}}_\omega \end{cases}$$

dove con  $\mathbf{T}_b$  si è indicata la matrice rettangolare formata dalla prime due colonne della matrice  $\bar{\mathbf{T}}$ :

$$\mathbf{T}_b = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}_1 & \bar{\mathbf{v}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 \\ \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Gli autovalori del sistema sono ora

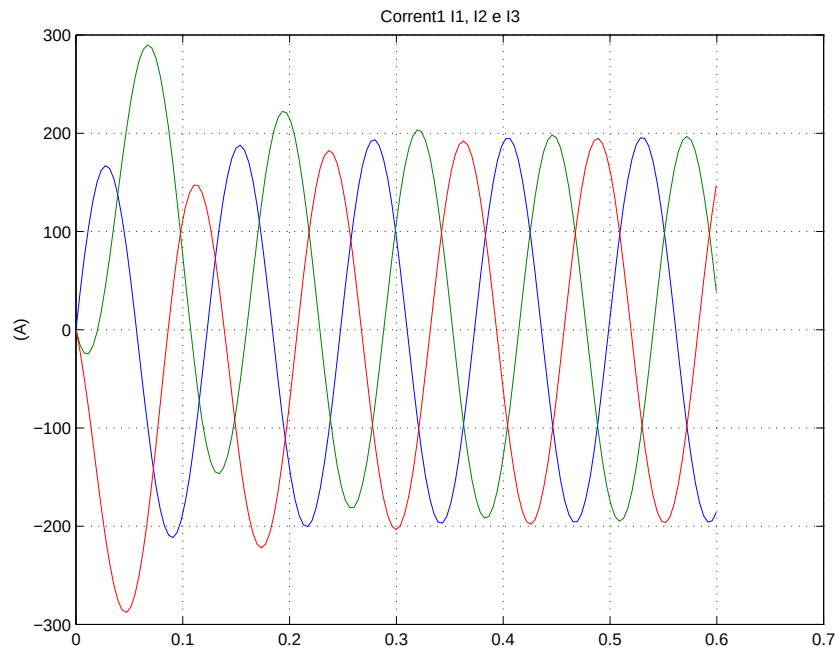
$$\lambda_{1,2} = \frac{-R}{L-M} \pm j\omega$$

Quindi tramite una trasformazione di coordinate tempo variante è possibile modificare gli autovalori del sistema.

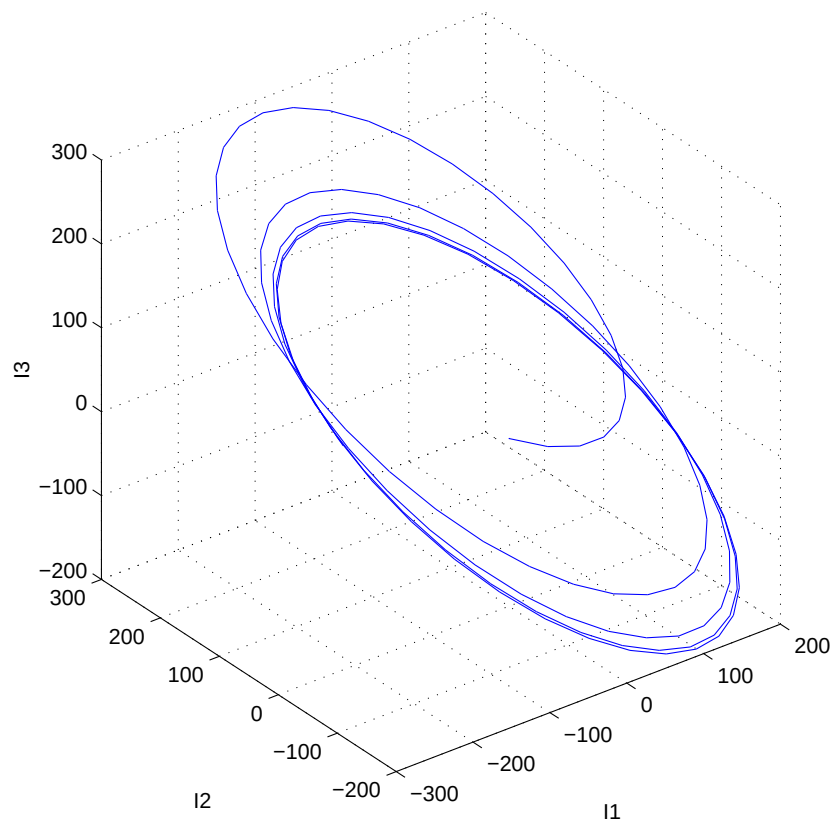
In realtà si può dimostrare che tramite una trasformazione di coordinate tempo variante è possibile modificare “solo la parte immaginaria dei poli” del sistema.

## Simulazioni: spazio degli stati trifase statico

- Andamento temporale delle correnti **I**. Risposta al gradino  $V_M=100$ :



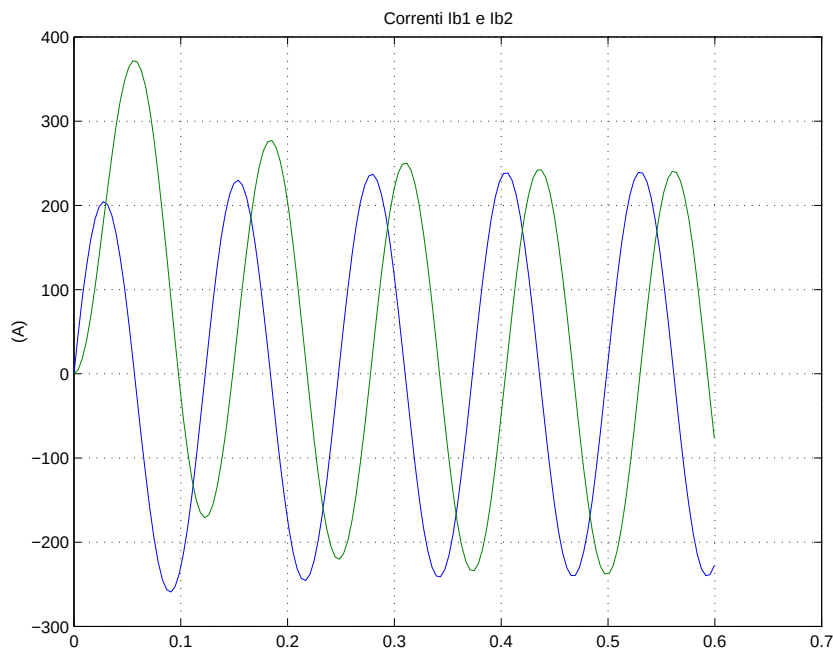
- Traiettoria nello spazio degli stati:



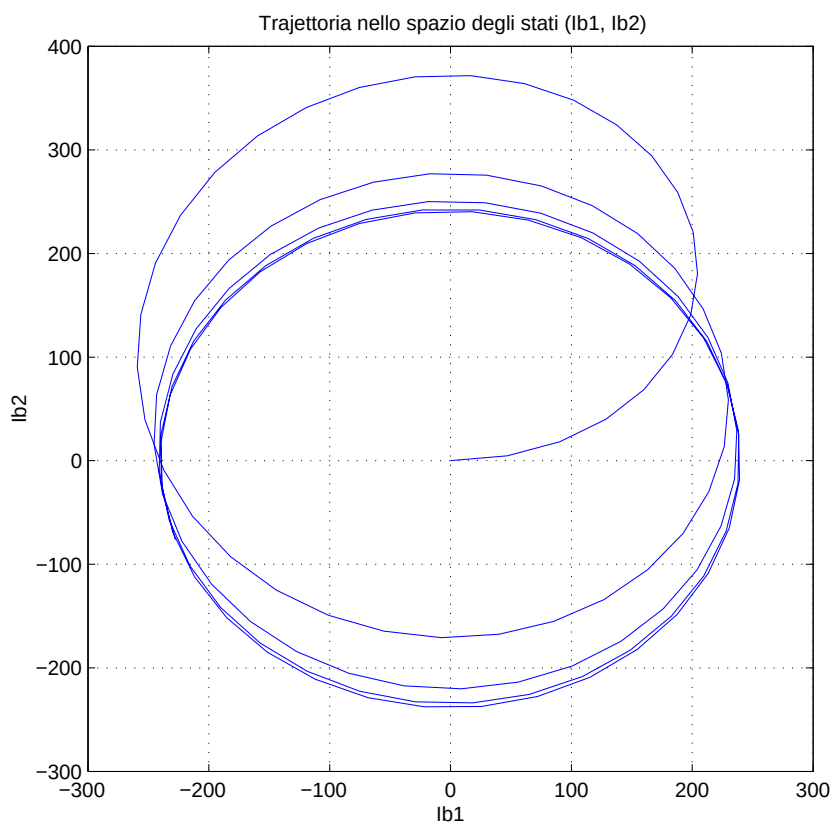


## Spazio degli stati bifase statico

- Andamento temporale delle correnti  $I_b$ . Risposta al gradino  $V_M = 100$ :

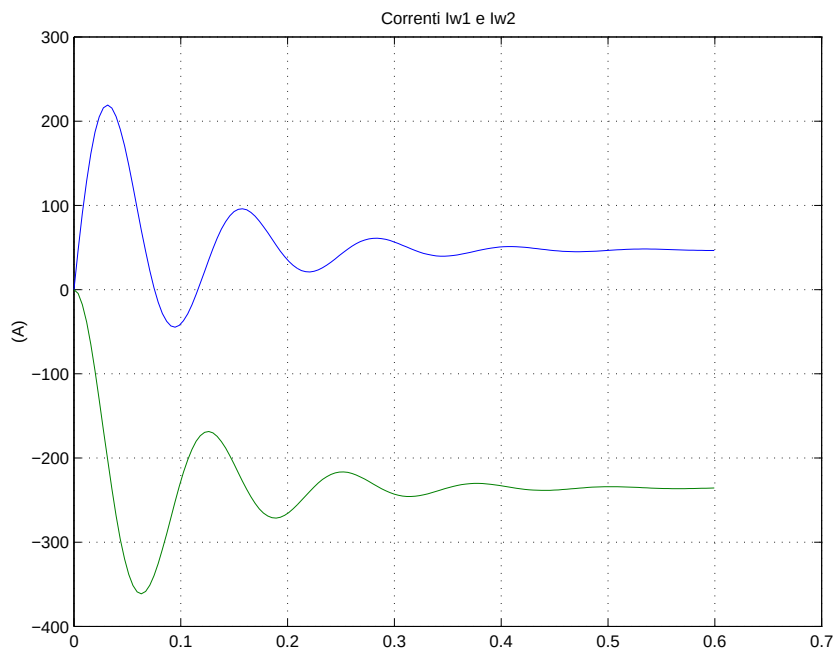


- Traiettoria nello spazio degli stati:

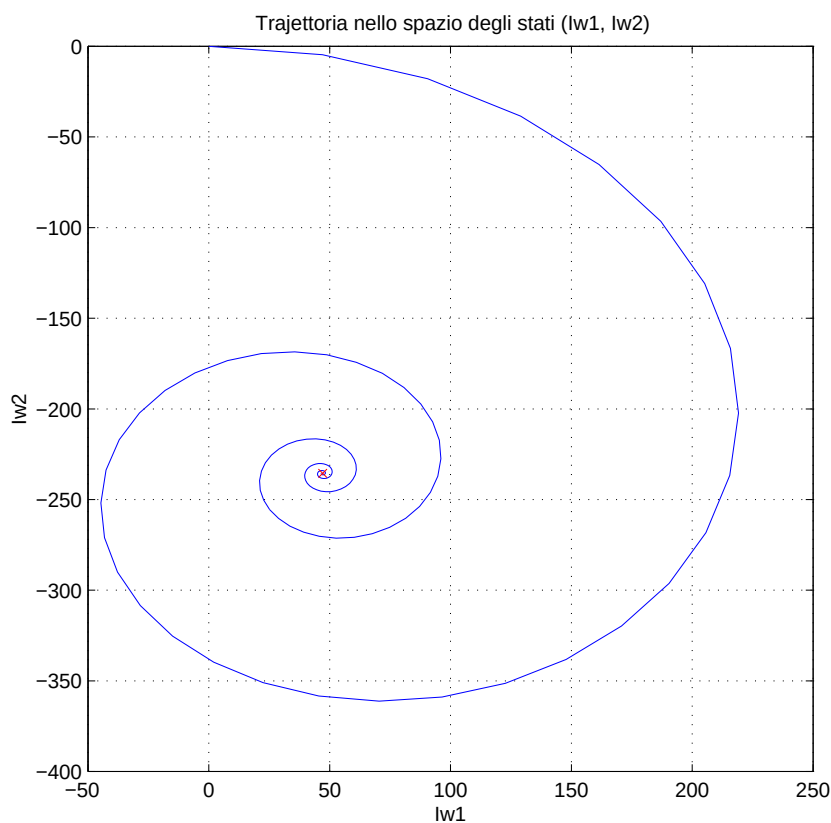


## Spazio degli stati bifase ruotante

- Andamento temporale delle correnti  $I_\omega$ . Risposta al gradino  $V_M = 100$ :



- Traiettoria nello spazio degli stati:



```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   circuito_trifae.M
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear all; clc; echo off
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Definizione delle unit di misura
A=1; ohm=1; V=1; H=1; rad=1; sec=1;
% Definizione dei parametri del sistema
%
R=0.1*ohm;           % Resistenza di ogni singolo circuito
L=0.05*H;            % Autoinduttanza di ogni singolo circuito
M=0.04*H;            % Mutuainduttanza di ogni singolo circuito
w=50*rad/sec;        % Frequenza di rete
VM=100*V              % Ampiezza della tensione in ingresso
%
% Si definisce "SYS" come il sistema lineare (LS) tempo continuo (TC)
% caratterizzato dalle seguenti matrici MA, MB e MC:
%
MA=[ -R/(L-M)        w;
      -w   -R/(L-M)];
MB=[ sqrt(3/2)/(L-M); 0]; MC=[ 1  0; 0  1];
SYS=ss(MA,MB,MC,0); set(SYS,'InputName','V_M')
set(SYS,'StateName',['Iw_1'; 'Iw_2'])
set(SYS,'OutputName',['Iw_1'; 'Iw_2']) SYS
%
% La risposta del sistema SYS ad un gradino di tensione in ingresso
% si ottiene utilizzando il comando "step"
[Y t X]=step(SYS);
X=X*VM;              % La risposta del sistema lineare rispetto
Y=Y*VM;              % all'ampiezza VM della tensione di ingresso
Iw1=X(:,1);          % Corrente bifase routante: prima componente
Iw2=X(:,2);          % Corrente bifase routante: seconda componente
%
figure(1); clf plot(t,[Iw1 Iw2]) title('Correnti Iw1 e Iw2')
ylabel('(A)'); grid
%
figure(2); clf; hold off plot(Iw1,Iw2) axis square; grid
title('Traiettoria nello spazio degli stati (Iw1, Iw2)')
ylabel('Iw2') xlabel('Iw1')
%
% I poli del sistema SYS sono i seguenti:
pole(SYS)
%
% L'ampiezza delle correnti Iw1 e Iw2 a regime si ottiene imponendo
% (d(Iw1)/dt)=0 e (d(Iw2)/dt)=0 :
%
figure(2); hold on Iw_ss=-inv(MA)*MB*VM
plot(Iw_ss(1),Iw_ss(2),'rx')
%
% La matrice di trasformazione Tw ha la seguente struttura:
%      Tw=[cos(w*t)  -sin(w*t);

```

```

%          sin(w*t)   cos(w*t)];
% L'andamento delle correnti sul piano bifase statico  il seguente:
Ib1=sum(([cos(w*t)  -sin(w*t)].*[Iw1';Iw2']'))');
Ib2=sum(([sin(w*t)   cos(w*t)].*[Iw1';Iw2']'))');
%
figure(3); clf plot(t,[Ib1 Ib2]) title('Correnti Ib1 e Ib2')
ylabel('(A)'); grid
%
figure(4); clf; hold off plot(Ib1,Ib2) grid; axis square
title('Traiettoria nello spazio degli stati (Ib1, Ib2)')
ylabel('Ib2') xlabel('Ib1')
%
% La matrice di trasformazione Tb ha la forma seguente:
%
Tb=[
    2/sqrt(6)          0;
   -1/sqrt(6)  1/sqrt(2);
   -1/sqrt(6) -1/sqrt(2)];
I=Tb*[Ib1';Ib2']; I1=I(1,:)' ; I2=I(2,:)' ; I3=I(3,:)' ;
%
figure(5); clf plot(t,I) title('Correnti I1, I2 e I3')
ylabel('(A)'); grid
%
figure(6); clf; hold off plot3(I1,I2,I3) axis square; grid
%title('Traiettoria nello spazio degli stati (Ib1, Ib2)')
zlabel('I3') ylabel('I2') xlabel('I1') return

```