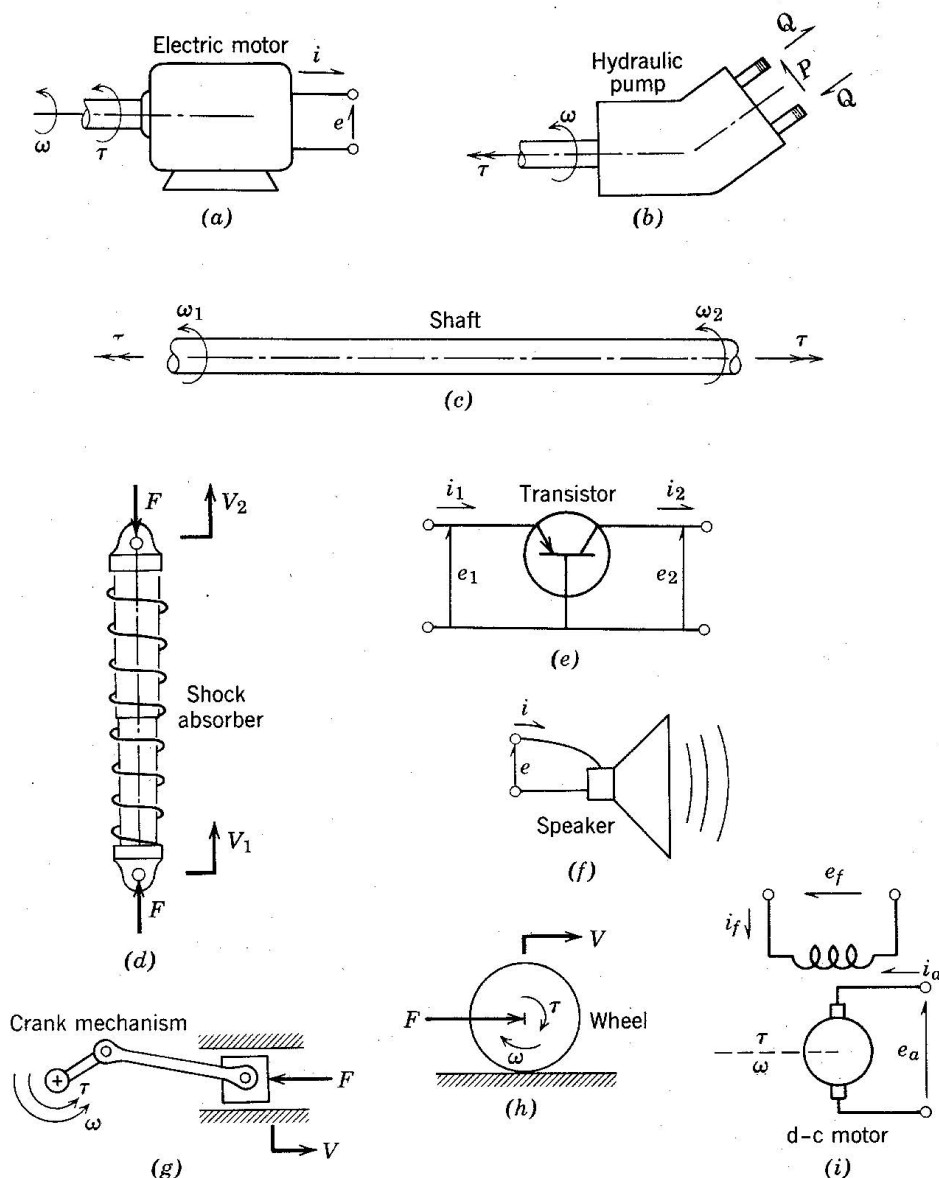


Modellistica grafica: Bond Graphs

- In qualsiasi campo energetico è sempre possibile scomporre il sistema in parti elementari che si interconnettono ad altre tramite delle “porte energetiche”, attraverso le quali fluisce “potenza”.
- Esempi pratici di sistemi fisici che interagiscono tra di loro tramite porte energetiche di potenza sono i seguenti:



Sistemi fisici illustrati: (a) motore elettrico; (b) pompa idraulica; (c) albero rotante; (d) ammortizzatore; (e) transistore; (f) altoparlante; (g) manovellismo di spinta; (h) ruota; (i) schema convenzionale di un motore ad eccitazione indipendente.

- Riferimento bibliografico: Karnopp, Margolis, Rosemberg, “*System Dynamics - A unified approach*”, John Wiley & Sons.

- Una rappresentazione di questo tipo si basa sul concetto di “multiporta”: per ogni porta energetica vengono messe in evidenza due funzioni del tempo il cui prodotto rappresenta la potenza che fluisce attraverso quella particolare porta.
- Queste **variabili di potenza** sono spesso indicate in letteratura con i seguenti simboli e termini:

$$\text{sforz}o \iff \text{effort} \implies e(t)$$

$$\text{flusso} \iff \text{flow} \implies f(t)$$

- I significati che $e(t)$ ed $f(t)$ assumono nei diversi campi energetici di comune interesse nella tecnica sono i seguenti:

Campo	Effort	$e(t)$	Unità	Flusso	$f(t)$	Unità
Meccanico Traslazionale	Forza	$F(t)$	[N]	Velocità	$v(t)$	[m/sec]
Meccanico Rotazionale	Coppia	$\tau(t)$	[N m]	Velocità angolare	$\omega(t)$	[rad/sec]
Idraulico	Pressione	$P(t)$	[Pa]	Portata vol.	$Q(t)$	[m ³ /sec]
Elettrico	Tensione	$e(t)$	[V]	Corrente	$i(t)$	[A]

- La proprietà peculiare di queste due variabili “complementari” $e(t)$ ed $f(t)$ è che il loro prodotto rappresenta la potenza istantanea $P(t)$ che transita attraverso quella particolare porta energetica:

$$P(t) = e(t) \cdot f(t)$$

- Spesso, per descrivere un sistema dinamico, oltre alle due variabili di potenza $e(t)$ ed $f(t)$ si è soliti utilizzare altre le seguenti due **variabili energia**:

$$\text{momento} \iff \text{momentum} \implies p(t)$$

$$\text{spostamento} \iff \text{displacement} \implies q(t)$$

- Le variabili energia $p(t)$ e $q(t)$ si ottengono dalle variabili di potenza $e(t)$ e $f(t)$ mediante integrazione nel tempo:

$$p(t) \triangleq \int_{-\infty}^t e(t) dt = \int_{t_0}^t e(t) dt + p_0$$

$$q(t) \triangleq \int_{-\infty}^t f(t) dt = \int_{t_0}^t f(t) dt + q_0$$

avendo indicato con $p_0 = p(t_0)$ e $q_0 = q(t_0)$ le condizioni iniziali.

- I significati fisici del momentum e del displacement nei diversi campi energetici sono i seguenti:

Campo	Momuntum $p(t)$	Unità	Displacement $f(t)$	Unità
Meccanico Traslazionale	momento $p(t)$	[N sec]	Spostamento $x(t)$	[m]
Meccanico Rotazionale	momento angolare $p_\tau(t)$	[N m sec]	Angolo $\theta(t)$	[rad]
Idraulico	Pressione idros. $p_p(t)$	[Pa sec]	Volume $V(t)$	[m ³]
Elettrico	Flusso $\phi(t)$	[V sec]	Carica $q(t)$	[C]

- Le grandezze $p(t)$ e $q(t)$ vengono dette “variabili energia” perché l’energia accumulata negli elementi dinamici può essere espressa nel modo seguente:

$$E(t) \triangleq \int_{-\infty}^t P(t) dt = \int_{-\infty}^{p(t)} f(p) dp = \int_{-\infty}^{q(t)} e(q) dq$$

- Queste relazioni si ottengono ricordando che:

$$P(t) = e(t) f(t), \quad dp = e \cdot dt, \quad dq = f \cdot dt$$

- Nella modellistica dinamica dei sistemi fisici è importante definire correttamente le *Casual Stroke*, cioè i rapporti di causa-effetto che legano fra di loro i flussi di energia.

- Nel caso di un motore in corrente continua, per esempio, la tensione di armatura $v_a(t)$ è solitamente la causa, mentre la corrente di armatura $i_a(t)$ nel motore è un effetto. Analogamente la coppia motrice τ erogata dal motore eroga è solitamente considerata la causa ($\tau \propto \phi_e \cdot \phi_f$) della velocità angolare ω del motore stesso.

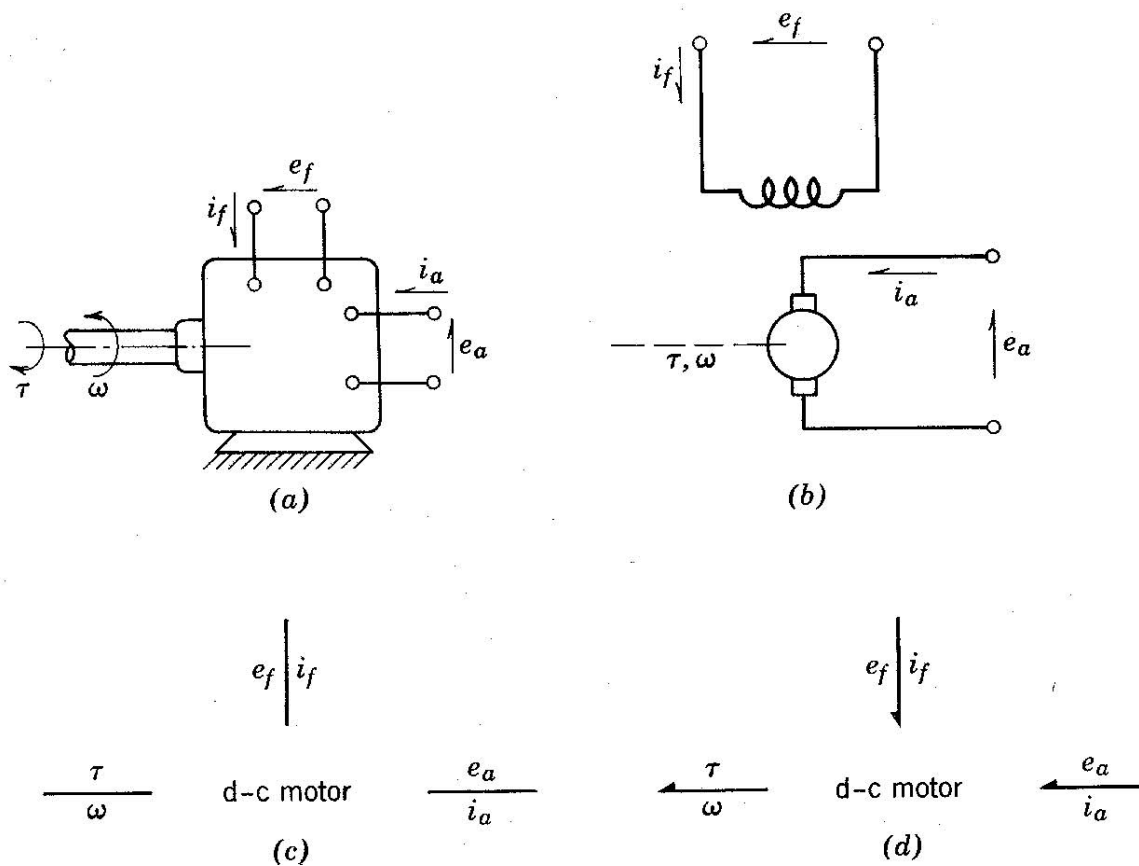
- Naturalmente nulla vieta di invertire il legami di causalità e fare funzionare il motore come un generatore di tensione, in tale caso si scambiano tutte le direzioni dei flussi di energia, ma non necessariamente i rapporti causa-effetto.

- Questo per dire che la direzione del flusso di potenza è, in generale, un concetto indipendente dalla causalità.

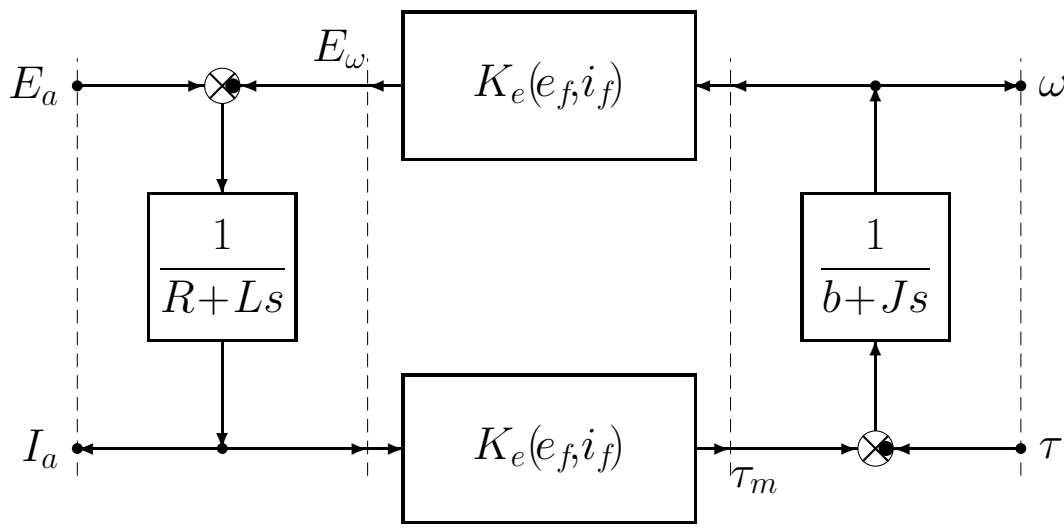
- Da un punto di vista modellistico-simulativo i rapporti causa-effetto che devono essere privilegiati (perché sono gli unici fisicamente realizzabili) sono quelli di tipo “integrale”: la variabile “effetto” si ottiene tramite integrazione della variabile “causa”.

- Esempio di modellazione di un motore elettrico in corrente continua, ad eccitazione indipendente.

1) Modello "Bond Graphs" (BG):

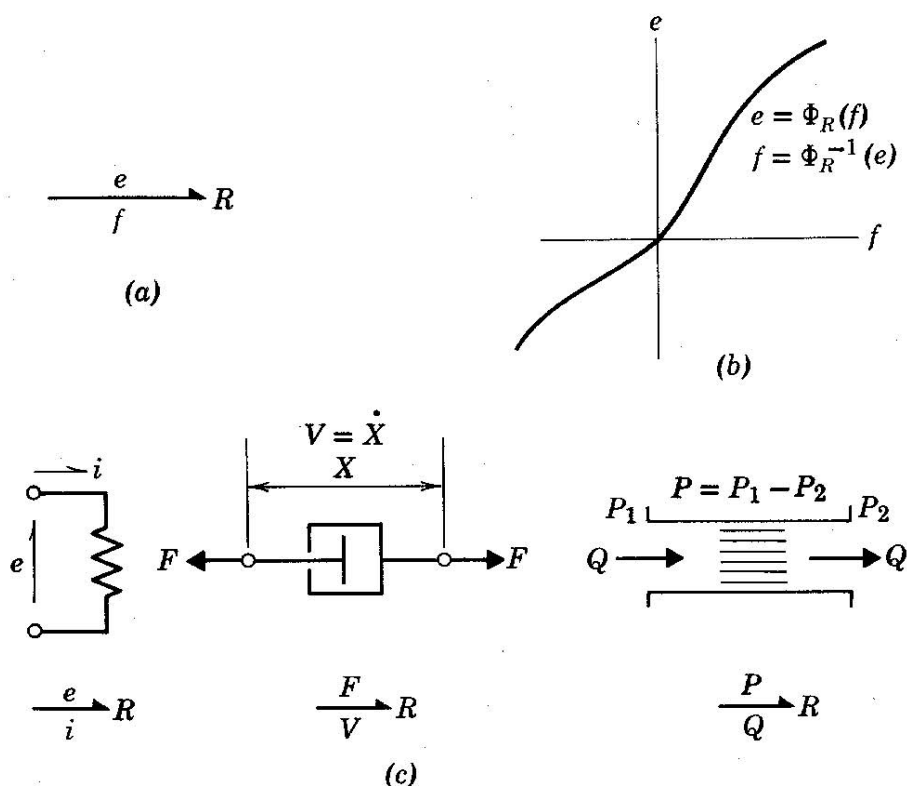


2) Modello "Power-Oriented Graphs" (POG):



- Nel modello POG le variabili di campo e_f e i_f intervengono "staticamente" a variare la sola costante di coppia (costante c.e.m.) K_e .

- In ogni campo energetico è possibile individuare un elemento statico-dissipativo (Resistore) e due elementi dinamici conservativi (Condensatore e Induttore).
- Rappresentazioni grafiche dei Resistori nei diversi ambiti energetici:



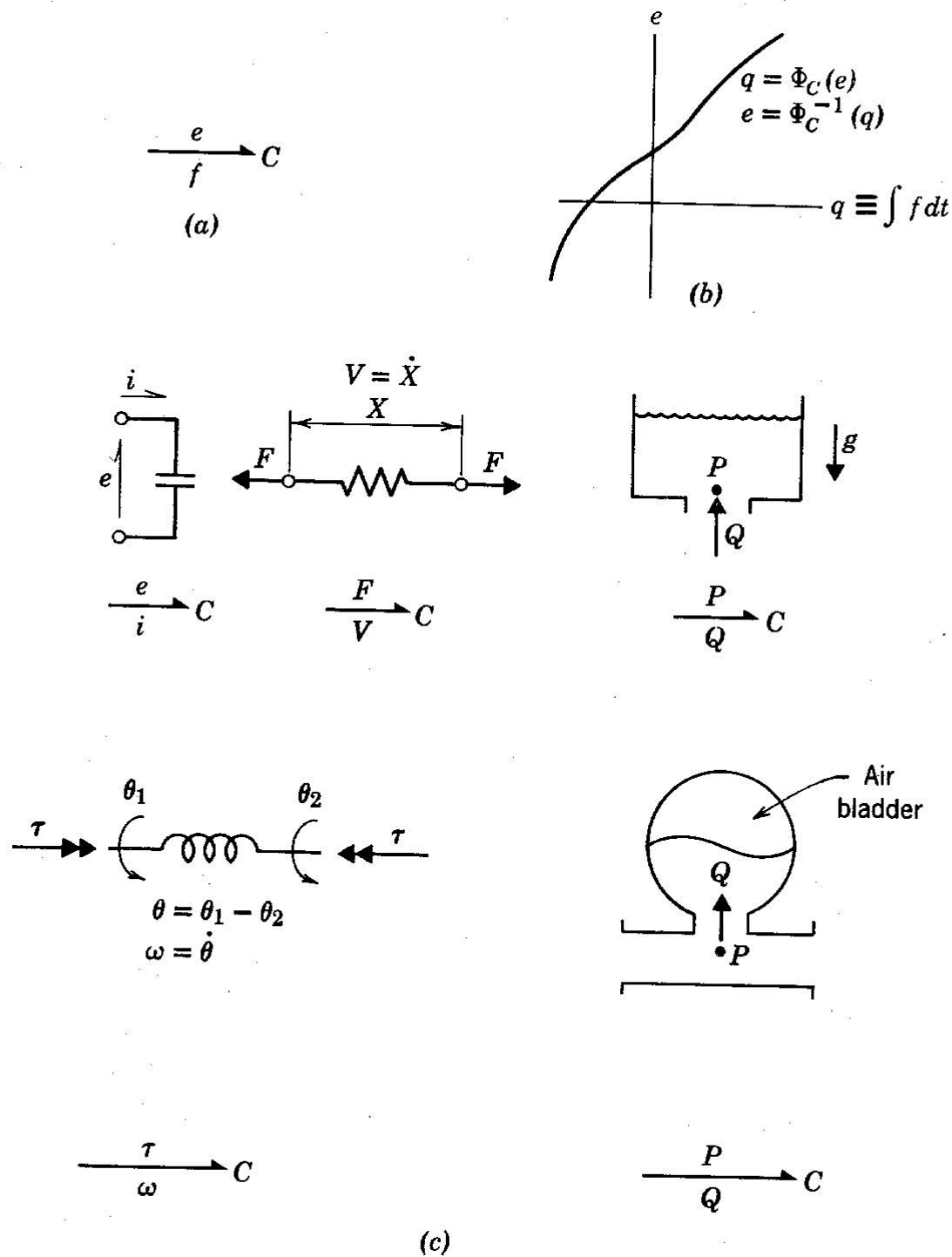
- Relazioni costitutive dei Resistori nei diversi ambiti energetici:

TABLE 3.1. The 1-Port Resistor, $\frac{e}{f} R$

		Units for Linear Resistance Parameter			
		Metric			
	General Relation	Linear Relation	English	SI	Engineering
Generalized variables	$e = \Phi_R(f)$ $f = \Phi_R^{-1}(e)$	$e = Rf$ $f = Ge = e/R$	$[R] = [e]/[f]$	$[R] = [e]/[f]$	$[R] = [e]/[f]$
Mechanical translation	$F = \Phi(V)$ $V = \Phi^{-1}(F)$	$F = bV$	$[b] = [\text{lb-sec}]/[\text{ft}]$	$[b] = [\text{N-sec}]/[\text{m}]$	$[b] = [\text{kgf-sec}]/[\text{m}]$
Mechanical rotation	$\tau = \Phi(\omega)$ $\omega = \Phi^{-1}(\tau)$	$\tau = c\omega$	$[c] = [\text{ft-lb-sec}]$	$[c] = [\text{N-m-sec}]$	$[c] = [\text{kgf-m-sec}]$
Hydraulic systems	$P = \Phi(Q)$ $Q = \Phi^{-1}(P)$	$P = RQ$	$[R] = [\text{lb-sec}]/[\text{ft}^5]$	$[R] = [\text{N-sec}]/[\text{m}^5]$	$[R] = [\text{kgf-sec}]/[\text{m}^5]$
Electrical systems	$e = \Phi(i)$ $i = \Phi^{-1}(e)$	$e = Ri$ $i = Ge$		$[R] = [\text{V/A}] = [\Omega] = [\text{ohm}]$	

- I resistori possono anche essere non lineari: $e(t) = \Phi_R(f(t))$.
- Il resistore è un componente dissipativo che assorbe energia e la trasforma tipicamente in calore.

- Rappresentazioni grafiche dei Condensatori nei diversi ambiti energetici:



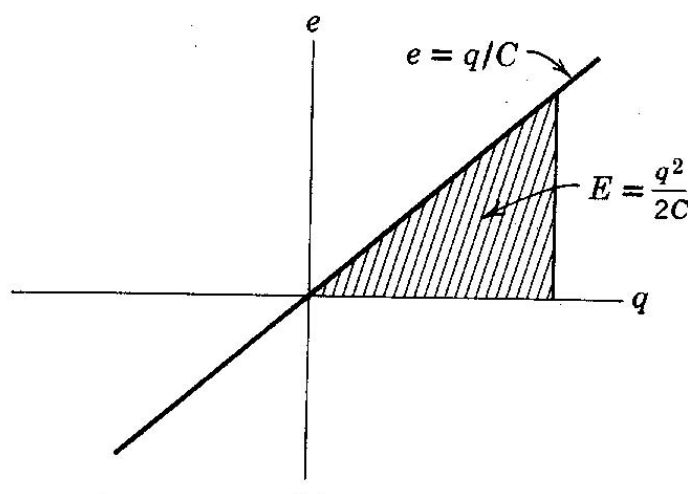
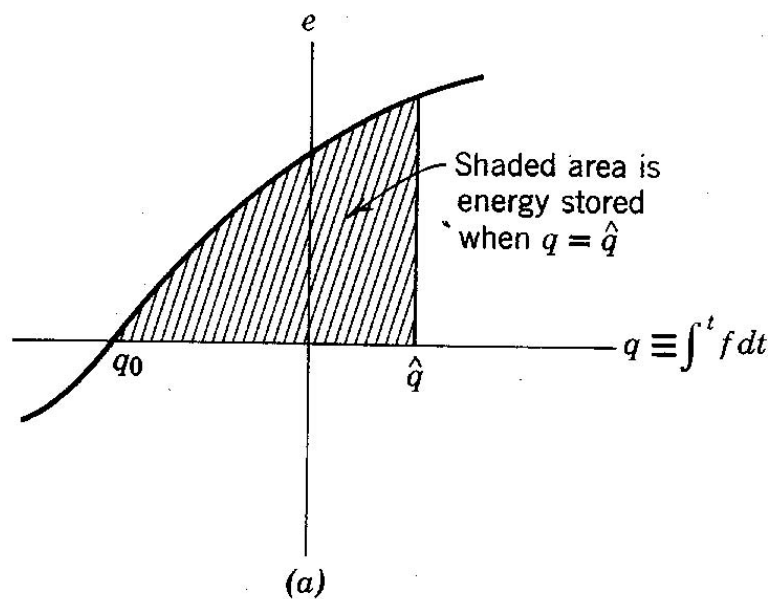
- Sono elementi dinamici (non dissipativi) che immagazzinano temporaneamente energia, per cederla (idealmente tutta) in un secondo tempo.

• Relazioni costitutive dei Condensatori nei diversi ambiti energetici:

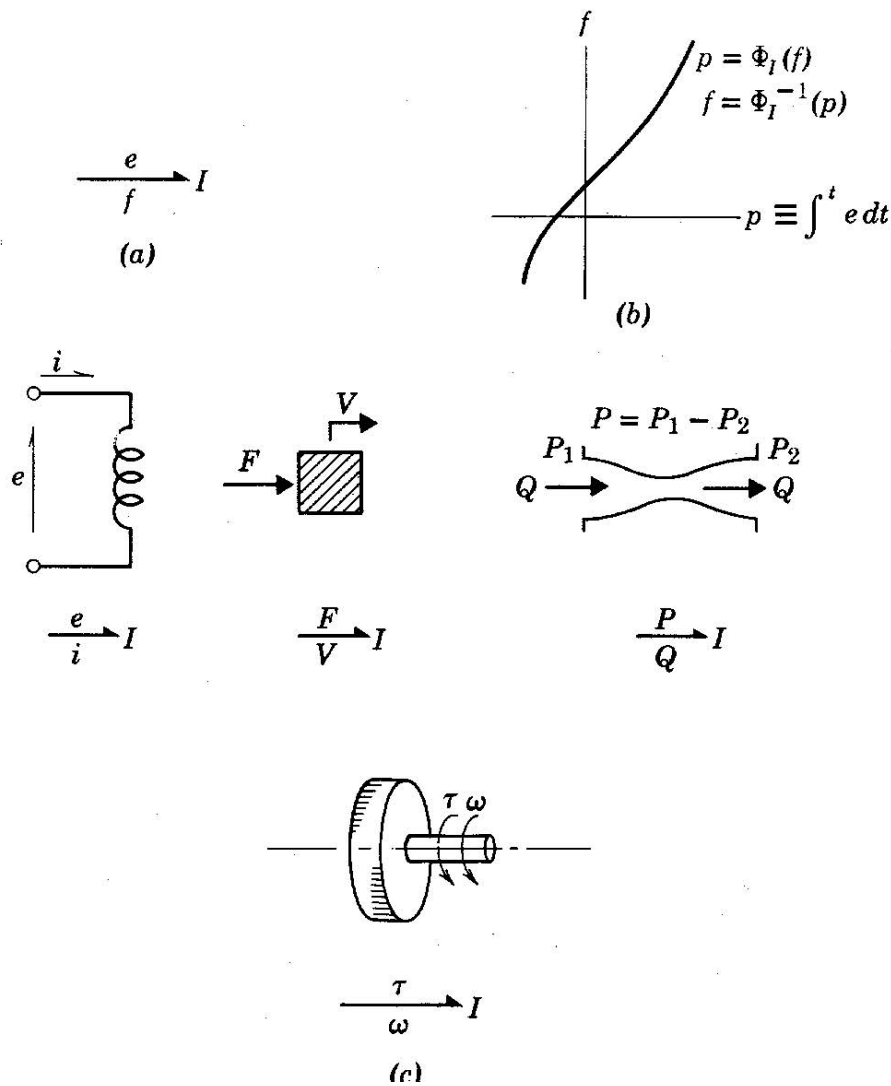
TABLE 3.2. The 1-Port Capacitor, $\frac{e}{f=\dot{q}} C$

	General Relation	Linear Relation	Units for Linear Capacitance Parameters		
			English	Metric	
				SI	Engineering
Generalized	$q = \Phi_C(e)$ $e = \Phi_C^{-1}(q)$	$q = Ce$ $e = q/C$	$[C] = [q]/[e]$ $[1/C] = [e]/[q]$	$[C] = [q]/[e]$ $[1/C] = [e]/[q]$	$[C] = [q]/[e]$ $[1/C] = [e]/[q]$
Mechanical translation	$X = \Phi_C(F)$ $F = \Phi_C^{-1}(X)$	$X = CF$ $F = kX$	$[C] = [\text{ft}]/[\text{lb}]$ $[k] = [\text{lb}]/[\text{ft}]$	$[C] = [\text{m}/\text{N}]$ $[k] = [\text{N}/\text{m}]$	$[C] = [\text{m}/\text{kgf}]$ $[k] = [\text{kgf}/\text{m}]$
Mechanical rotation	$\theta = \Phi_C(\tau)$ $\tau = \Phi_C^{-1}(\theta)$	$\theta = C\tau$ $\tau = k\theta$	$[C] = [\text{rad}/\text{ft-lb}]$ $[k] = [\text{ft-lb}/\text{rad}]$	$[C] = [\text{rad}/\text{N-m}]$ $[k] = [\text{N-m}/\text{rad}]$	$[C] = [\text{rad}/\text{kgf-m}]$ $[k] = [\text{kgf-m}/\text{rad}]$
Hydraulic systems	$V = \Phi_C(P)$ $P = \Phi_C^{-1}(V)$	$V = CP$ $P = V/C$	$[C] = [\text{ft}^3/\text{lb}]$	$[C] = [\text{m}^3/\text{N}]$	$[C] = [\text{m}^3/\text{kgf}]$
Electrical systems	$q = \Phi_C(e)$ $e = \Phi_C^{-1}(q)$	$q = Ce$ $e = q/C$		$[C] = [\text{A-sec}/\text{V}]$ $= [\text{farad}] = [\text{F}]$	

• Questi elementi dinamici possono essere lineari o non lineari:



• Rappresentazioni grafiche degli Induttori nei diversi ambiti energetici:



• Relazioni costitutive degli Induttori nei diversi ambiti energetici:

TABLE 3.3. The 1-Port Inertia, $\frac{e=p}{f} I$

		Units for Linear Inertance Parameters			
				Metric	
	General Relation	Linear Relation	English	SI	Engineering
Generalized variables	$p = \Phi_I(f)$ $f = \Phi_I^{-1}(p)$	$p = If$ $f = p/I$	$[I] = [p]/[f]$ $[1/I] = [f]/[p]$	$[I] = [p]/[f]$ $[1/I] = [f]/[p]$	$[I] = [p]/[f]$ $[1/I] = [f]/[p]$
Mechanical translation	$p = \Phi_I(V)$ $V = \Phi_I^{-1}(p)$	$p = mV$ $V = p/m$	$[m] = [\text{lb-sec}^2]/[\text{ft}]$	$[m] = [\text{N-sec}^2/\text{m}]$	$[m] = [\text{kgf-sec}^2/\text{m}]$
Mechanical rotation	$p_\tau = \Phi_I(\omega)$ $\omega = \Phi_I^{-1}(p_\tau)$	$p_\tau = J\omega$ $\omega = p_\tau/J$	$[J] = [\text{ft-lb-sec}^2]$	$[J] = [\text{N-m-sec}^2]$	$[J] = [\text{kgf-m-sec}^2]$
Hydraulic systems	$p_p = \Phi_I(Q)$ $Q = \Phi_I^{-1}(p_p)$	$p_p = IQ$ $Q = p_p/I$	$[I] = [\text{lb-sec}^2/\text{ft}^5]$	$[I] = [\text{N-sec}^2/\text{m}^5]$	$[I] = [\text{kgf-sec}^2/\text{m}^5]$
Electrical systems	$\lambda = \Phi_I(i)$ $i = \Phi_I^{-1}(\lambda)$	$\lambda = Li$ $i = \lambda/L$		$[L] = [\text{V-sec}/\text{A}]$ $= [\text{henrys}] = [\text{H}]$	

- Simboli Bond Graphs per descrivere le “sorgenti” di segnale:

TABLE 3.4

	Bond-Graph Symbol	Defining Relation
Generalized variables	$S_e \rightarrow$	$e(t)$ given, $f(t)$ arbitrary
	$S_f \rightarrow$	$f(t)$ given, $e(t)$ arbitrary
Mechanical translation	$S_F \rightarrow$	$F(t)$ given, $V(t)$ arbitrary
	$S_V \rightarrow$	$V(t)$ given, $F(t)$ arbitrary
Mechanical rotation	$S_\tau \rightarrow$	$\tau(t)$ given, $\omega(t)$ arbitrary
	$S_\omega \rightarrow$	$\omega(t)$ given, $\tau(t)$ arbitrary
Hydraulic systems	$S_p \rightarrow$	$P(t)$ given, $Q(t)$ arbitrary
	$S_Q \rightarrow$	$Q(t)$ given, $P(t)$ arbitrary
Electrical systems	$S_e \rightarrow$	$e(t)$ given, $i(t)$ arbitrary
	$S_i \rightarrow$	$i(t)$ given, $e(t)$ arbitrary

- Bond Graphs. Causal Stroke: rappresentazione “sintetica” ed “estesa”:

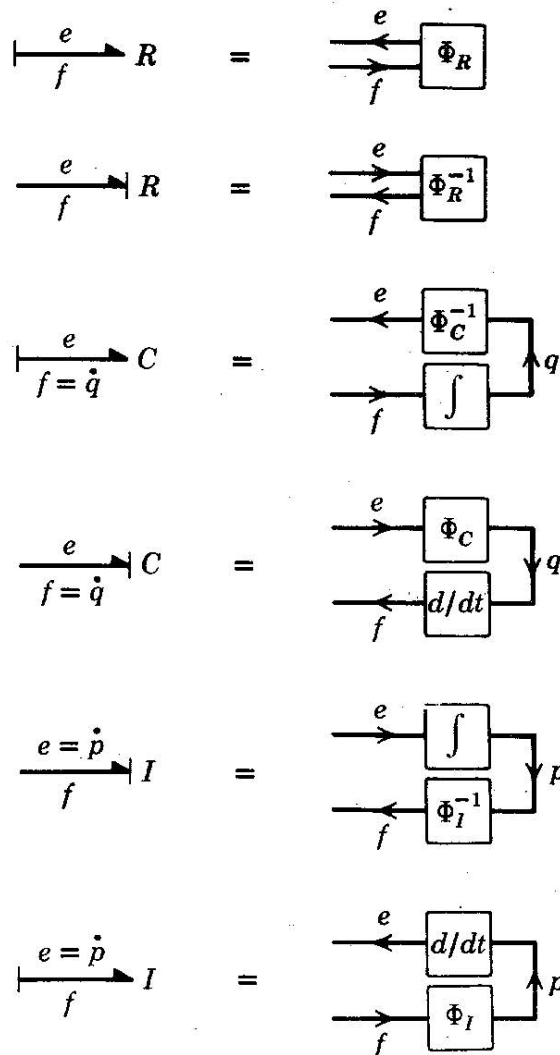


Figure 3.13. Block diagrams for 1-ports.

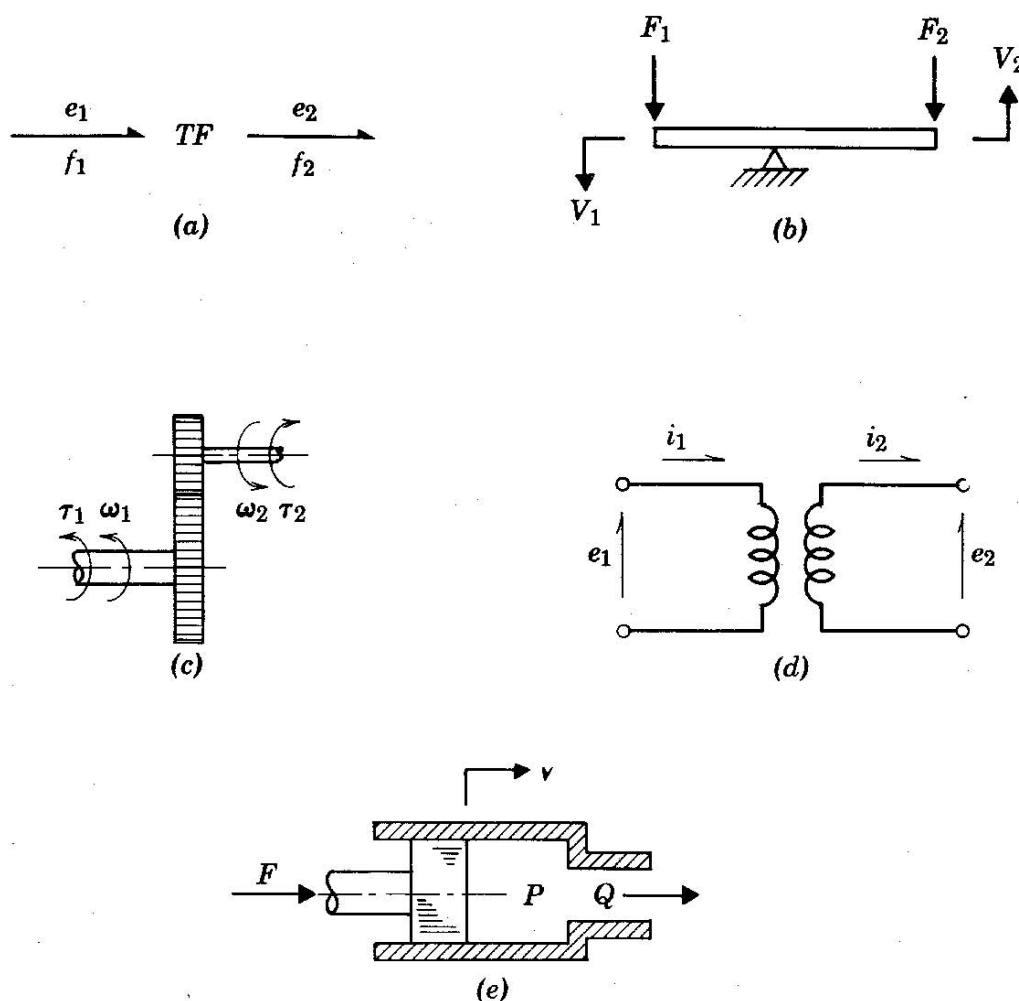
● Elementi di connessione: il **Trasformatore** e il **Giratore**.

● Il **Trasformatore** è un elemento non dissipativo che trasforma, a parità di potenza, due variabili $e_1(t)$, $f_1(t)$ di ingresso nelle corrispondenti variabili di uscita $e_2(t)$, $f_2(t)$ secondo la relazione:

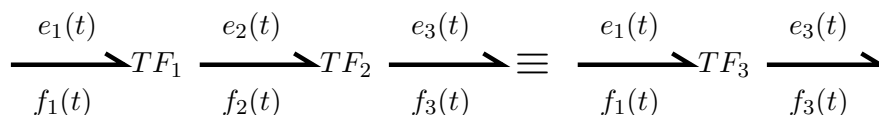
$$e_2(t) = \frac{e_1(t)}{m}, \quad f_2(t) = m f_1(t)$$

dove il parametro m rappresenta il modulo di trasformazione.

● Esempi di “Trasformatori” nei diversi campi energetici



● La cascata di due trasformatori è ancora un trasformatore:

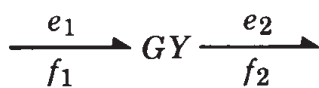


• Il **Giratore** è un elemento non dissipativo che trasforma, a parità di potenza, due variabili $e_1(t)$, $f_1(t)$ di ingresso nelle corrispondenti variabili di uscita $e_2(t)$, $f_2(t)$ secondo la relazione:

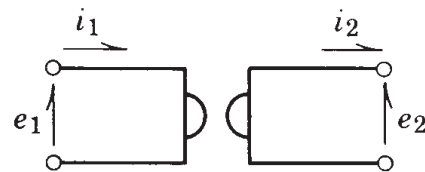
$$e_2(t) = r f_1(t), \quad f_2(t) = \frac{e_1(t)}{r}$$

dove il parametro r rappresenta il modulo del giratore.

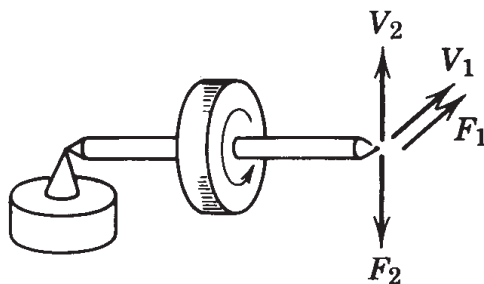
• Esempi di “Giratore” nei diversi campi energetici:



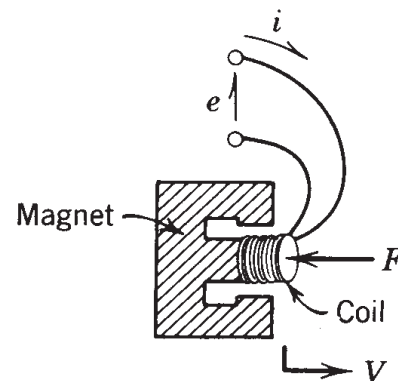
(a)



(b)



(c)



(d)

- La cascata di due giratori è un trasformatore.
- La cascata di un trasformatore e di un giratore è equivalente ad un giratore.
- In ambito Bond Graphs esistono poi i **trasformatori modulati** e i **giratori modulati**:

$$\frac{e_1}{f_1} \overset{\downarrow m}{MTF} \frac{e_2}{f_2} \quad \text{and} \quad \frac{e_1}{f_1} \overset{\downarrow r}{MGY} \frac{e_2}{f_2}.$$

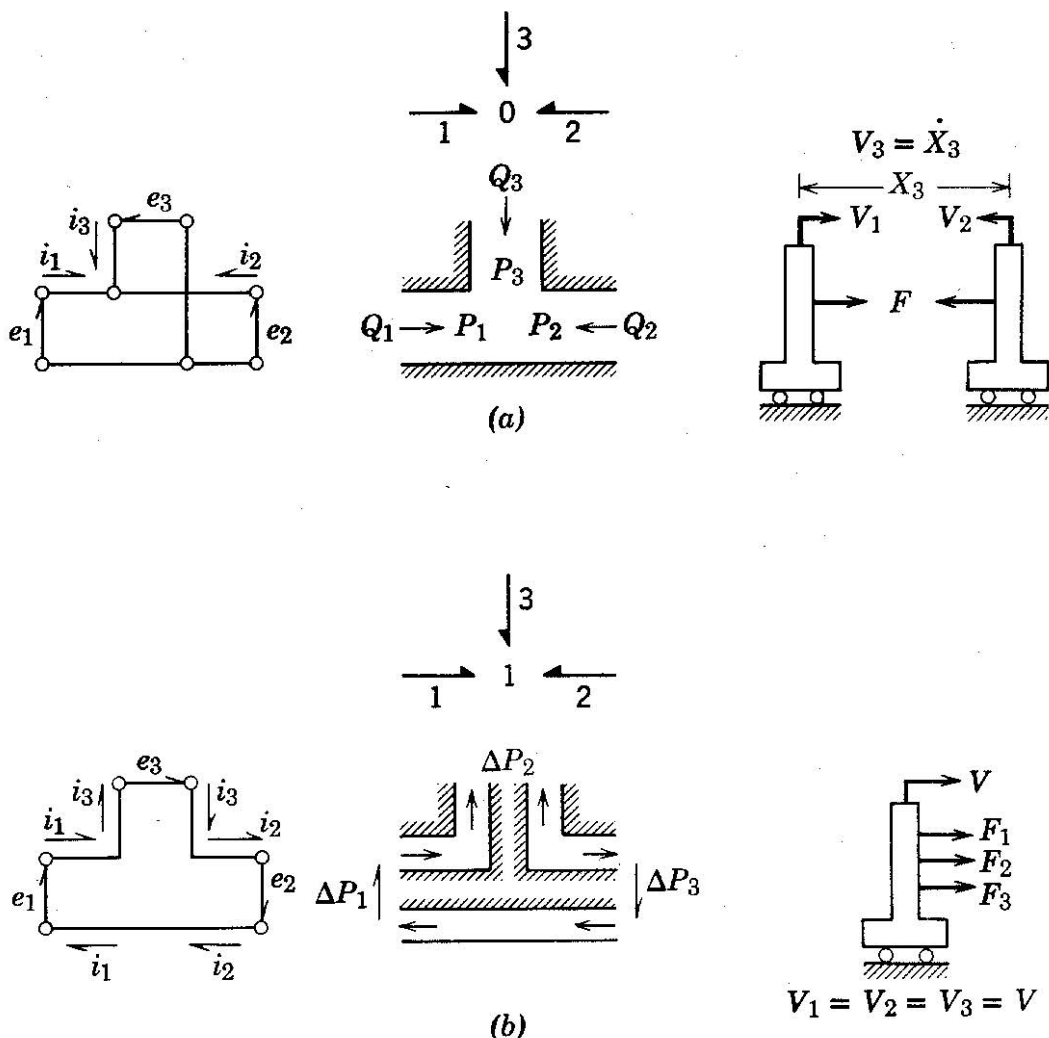
- Elementi giunzione a 3 porte: la giunzione 0 e la giunzione 1.
- La giunzione 0 è un elemento non dissipativo che trasforma le variabili di ingresso secondo la relazione:

$$e_1(t) = e_2(t) = e_3(t), \quad f_1(t) + f_2(t) + f_3(t) = 0$$

- La giunzione 1 è un elemento non dissipativo che trasforma le variabili di ingresso secondo la relazione:

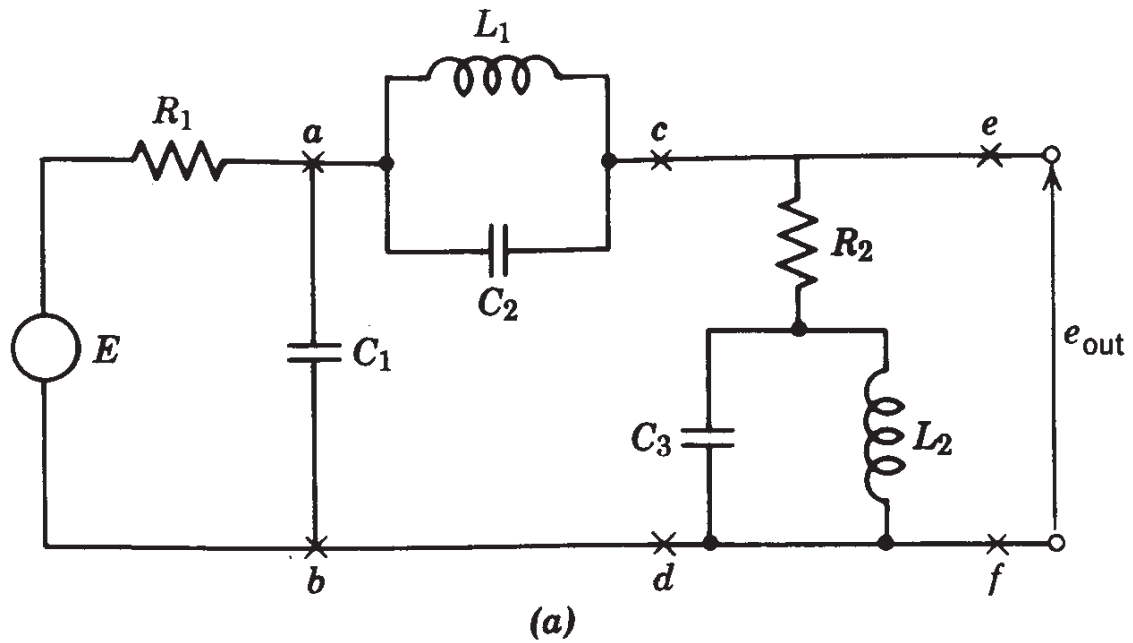
$$f_1(t) = f_2(t) = f_3(t), \quad e_1(t) + e_2(t) + e_3(t) = 0$$

- Esempi di giunzione 0 e giunzione 1 nei diversi campi energetici:

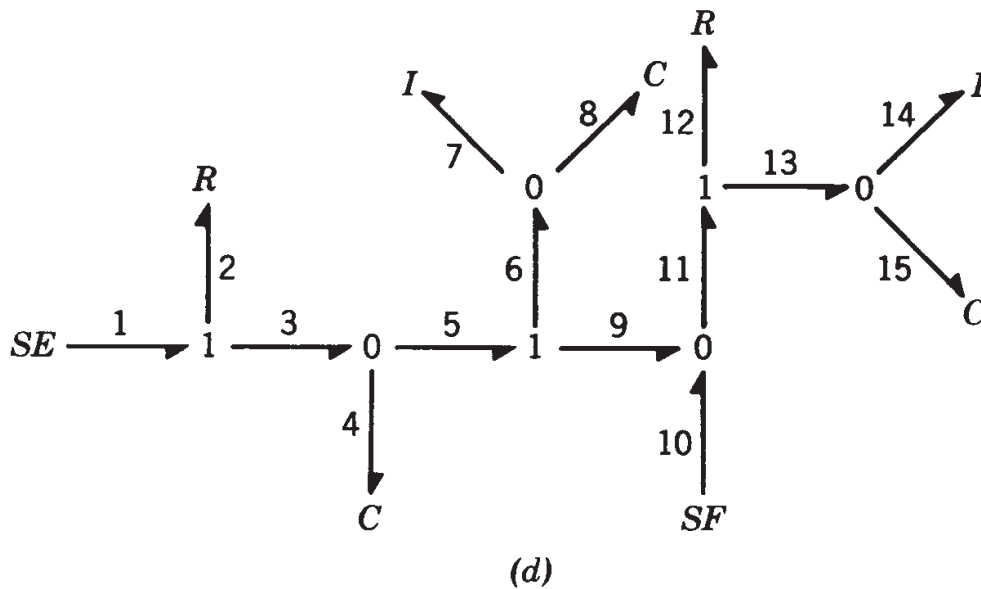


- Questi elementi di giunzione a tre porte servono per realizzare quei collegamenti che, in ambito elettrico, sono indicati come *serie* e *parallelo*.

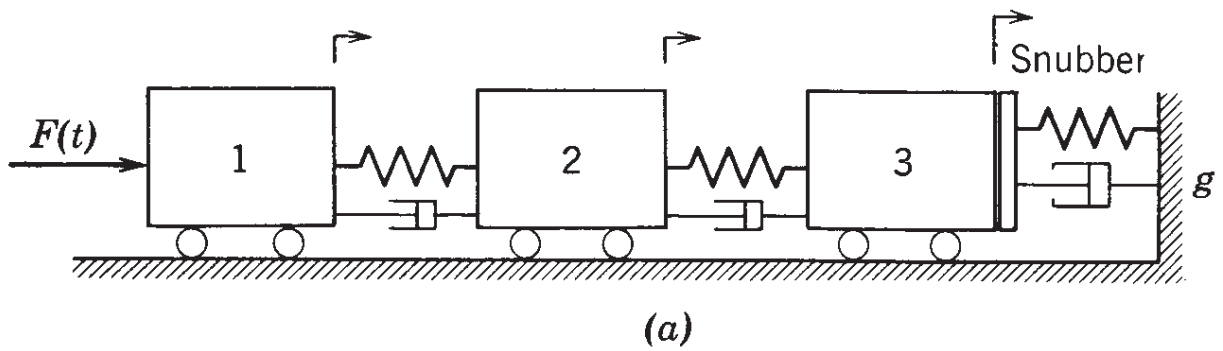
- Esempi di modellistica grafica utilizzando i Bond Graphs
- Un circuito elettrico. Schema fisico:



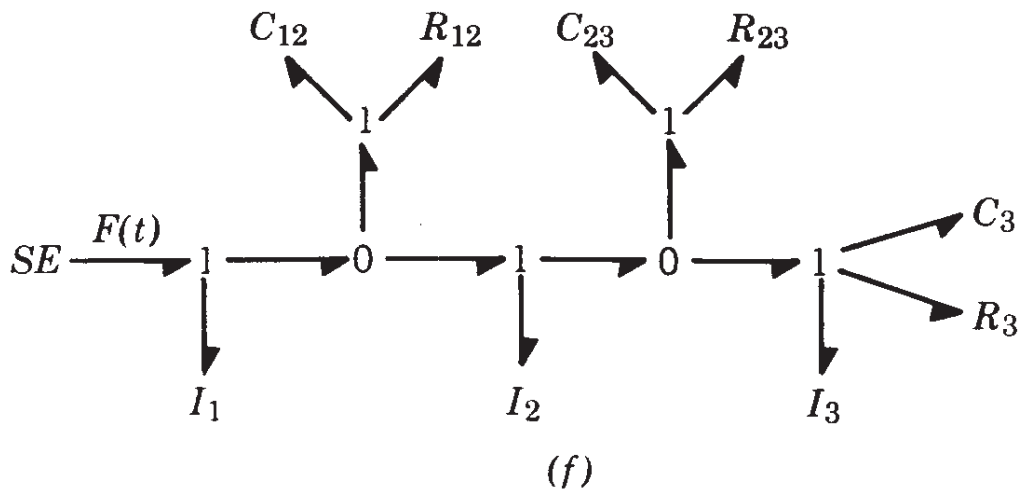
Modello Bond Graphs:



- Un sistema meccanico. Schema fisico:



Modello Bond Graphs:



Modello Power-Oriented Graphs:

