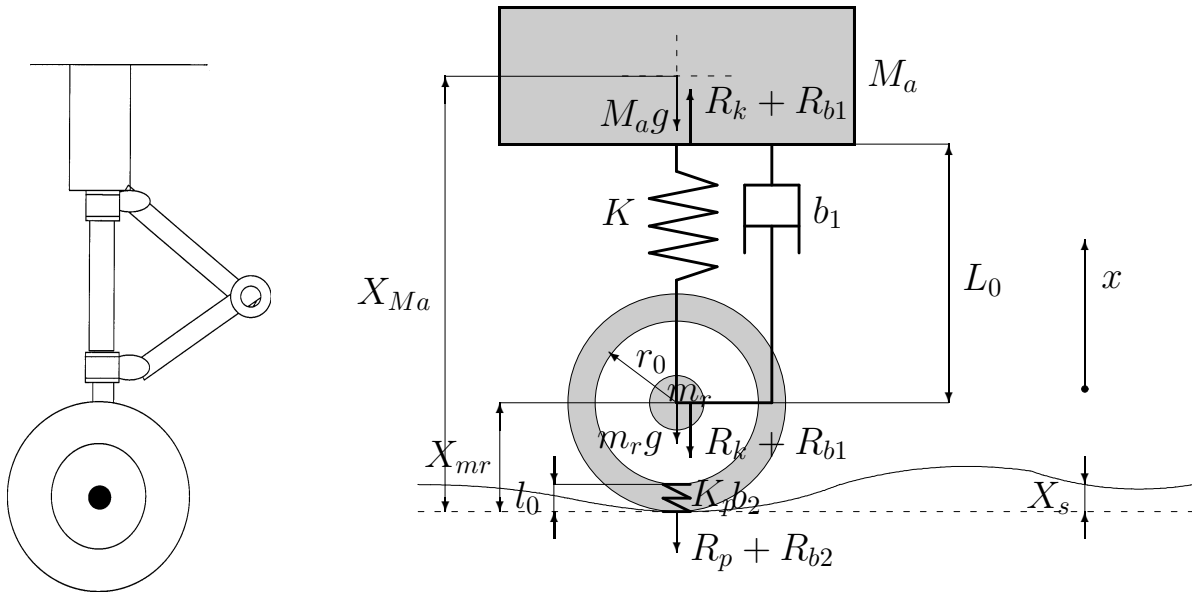
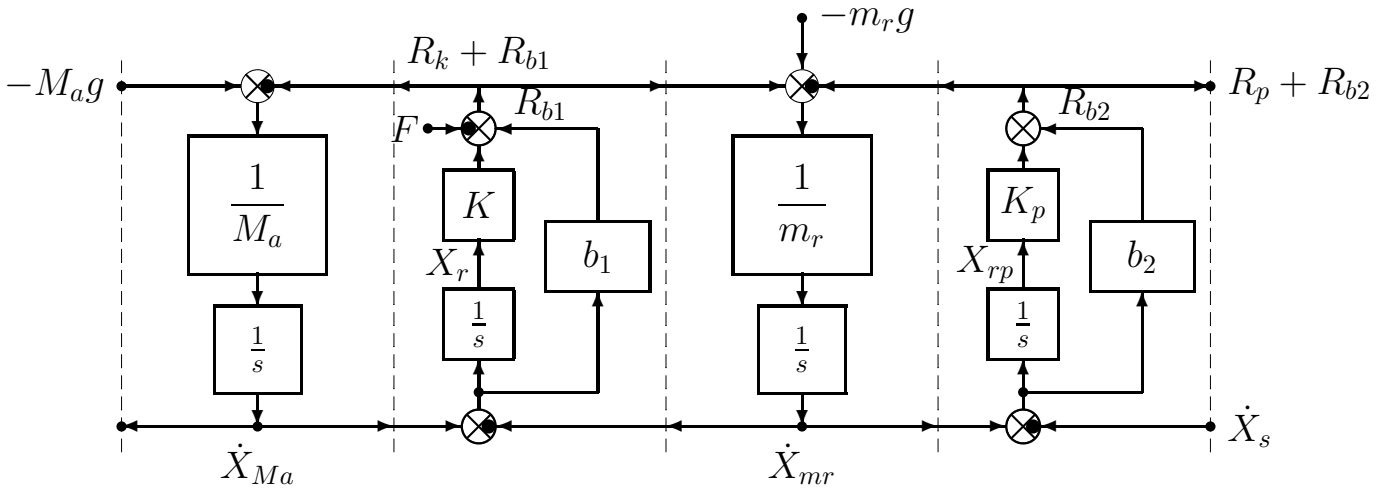


Sospensione idraulica: carrello di atterraggio

- Carrello di atterraggio: modello fisico e schema funzionale:



- Modello dinamico del sistema idraulico di sospensione:



- Variabili di stato:

$$\dot{\tilde{x}}_1 = \dot{X}_{Ma}, \quad \tilde{x}_{12} = X_r, \quad \dot{\tilde{x}}_2 = \dot{X}_{mr}, \quad \tilde{x}_{20} = \dot{X}_{rp}, \quad \tilde{x}_s = X_s$$

- Descrizione nello spazio degli stati:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} \frac{-b_1}{M_a} & \frac{-K}{M_a} & \frac{b_1}{M_a} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \frac{b_1}{m_r} & \frac{K}{m_r} & \frac{-b_1-b_2}{m_r} & \frac{-K_p}{m_r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \tilde{x}_{12} \\ \dot{\tilde{x}}_2 \\ \tilde{x}_{20} \\ \tilde{x}_s \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{x}}} + \begin{bmatrix} -g + \frac{F}{M_a} \\ 0 \\ -g - \frac{F}{m_r} + \frac{b_2}{m_r} \dot{X}_s \\ -\dot{X}_s \\ \dot{X}_s \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} l_0 + r_0 + L_0 \\ l_0 + r_0 \end{bmatrix}$$

- Il punto di lavoro si ottiene ponendo $\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = 0$, $F = 0$ e $\dot{X}_s = 0$:

$$\begin{bmatrix} g \\ 0 \\ g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-b_1}{M_a} & \frac{-K}{M_a} & \frac{b_1}{M_a} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \frac{b_1}{m_r} & \frac{K}{m_r} & \frac{-b_1-b_2}{m_r} & \frac{-K_p}{m_r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \tilde{x}_{12} \\ \dot{\tilde{x}}_2 \\ \tilde{x}_{20} \\ \tilde{x}_s \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_0}$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_0 + \begin{bmatrix} l_0 + r_0 + L_0 \\ l_0 + r_0 \end{bmatrix}$$

da cui si ottiene:

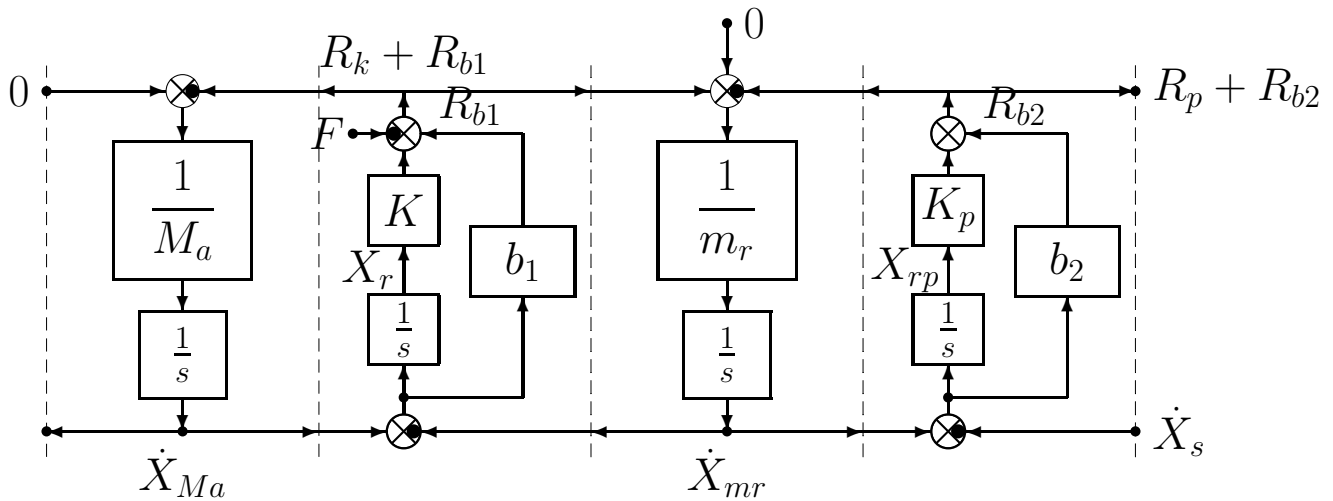
$$\tilde{\mathbf{x}}_0 = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \tilde{x}_{12} \\ \dot{\tilde{x}}_2 \\ \tilde{x}_{20} \\ \tilde{x}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-M_a g}{K} \\ 0 \\ \frac{-(M_a+m_r)g}{K_p} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_0 = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_0 + r_0 + L_0 - \frac{M_a g}{K} - \frac{(M_a+m_r)g}{K_p} \\ l_0 + r_0 - \frac{(M_a+m_r)g}{K_p} \end{bmatrix}$$

- Linearizzando nell'intorno del punto di lavoro

$$\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{x}}_0, \quad \mathbf{y} = \tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\mathbf{y}}_0$$

si ottiene il modello:



che nello spazio degli stati è descritto dalle equazioni:

$$\dot{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-b_1}{M_a} & \frac{-K}{M_a} & \frac{b_1}{M_a} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \frac{b_1}{m_r} & \frac{K}{m_r} & \frac{-b_1-b_2}{m_r} & \frac{-K_p}{m_r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_{12} \\ \dot{x}_2 \\ x_{20} \\ x_s \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{M_a} & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{-1}{m_r} & \frac{b_2}{m_r} \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} F \\ \dot{X}_s \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \mathbf{x}$$

cioè

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x} \end{cases}$$

dove F è l'ingresso di controllo e \dot{X}_s è l'ingresso di disturbo.

- Utilizzando i seguenti parametri:

$M_a = 3850 \text{ Kg};$	% Massa anteriore
$m_r = 2 \cdot 134 \text{ Kg} + 524 \text{ Kg};$	% Massa equivalente delle ruote ant.
$L_0 = 65 \text{ cm};$	% Lunghezza della molla idraulica
$l_0 = 10 \text{ cm};$	% Altezza del pneumatico
$r_0 = 55 \text{ cm};$	% Raggio della ruota
$b_1 = 2 \cdot 1500 \text{ N/(m/sec)};$	% Smorzamento della sospensione
$K = 0.8 \cdot 1800 \text{ N/cm};$	% Rigidità della sospensione
$b_2 = 2 \cdot 1500 \text{ N/(m/sec)};$	% Smorzamento del pneumatico
$K_p = 2 \cdot 1800 \text{ N/cm};$	% Rigidità del pneumatico

si ottiene la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{\dot{X}_{Ma}(s)}{\dot{X}_s(s)} = \frac{2.952s^2 + 495.9s + 1.7e004}{s^4 + 8.355s^3 + 676.7s^2 + 495.9s + 1.7e004}$$

È la stessa funzione che si può ottenere usando Mason.

- I poli del sistema sono i seguenti:

damp(SYS) % - Natural frequency and damping of system poles

Eigenvalue	Damping	Freq. (rad/s)
0.00e+000	-1.00e+000	0.00e+000
-2.23e-001 + 5.12e+000i	4.34e-002	5.13e+000
-2.23e-001 - 5.12e+000i	4.34e-002	5.13e+000
-3.95e+000 + 2.51e+001i	1.55e-001	2.54e+001
-3.95e+000 - 2.51e+001i	1.55e-001	2.54e+001

- La risposta del sistema ad un ostacolo è la seguente:

