Regolazione dello stato

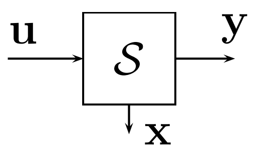
- Legge di controllo:
  - *Controllo in catena aperta*: la legge di controllo è predeterminata sulla base dei valori iniziale e finale dello stato e delle caratteristiche (modello) del sistema.
  - *Controllo in retroazione*: la legge di controllo tiene conto, istante per istante, dell'evoluzione del sistema.
- In riferimento al controllo in retroazione è poi possibile distinguere fra:
  - *Retroazione dinamica*: il controllo viene calcolato in base allo stato del sistema da un dispositivo avente una dinamica propria.
  - *Retroazione statica*: il controllo viene calcolato in modo "statico" in in funzione dello stato del sistema .
- Per quanto riguarda gli obiettivi di controllo si distingue tra:
  - *Problemi di regolazione*: si suppone che per effetto di disturbi il sistema si trovi in una condizione iniziale diversa da zero e si intende riportare il sistema allo stato zero con velocità assegnata.
  - *Problemi di asservimento*: si richiede che l'uscita del sistema insegua, secondo certi criteri, un andamento assegnato.

Le metodologie che verranno introdotte riguarderanno la *retroazione statica* per risolvere il *problema della regolazione*.

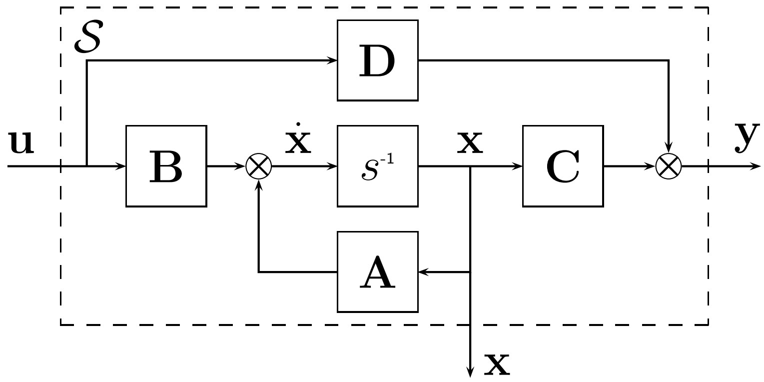
Retroazione statica dello stato

- Consideriamo un sistema lineare tempo–invariante $\mathcal{S} = (\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$ (discreto o continuo), in cui *si suppone che tutte le componenti del vettore di stato* $\mathbf{x}$ *siano* *direttamente accessibili*.

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \end{cases}$$

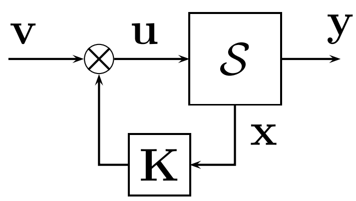


- Il sistema (in questo caso tempo-continuo) può essere rappresentato graficamente nel modo seguente:



- La legge di controllo corrispondente ad una retroazione statica dello stato è la seguente:

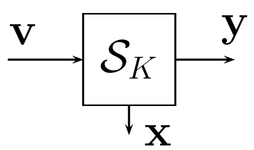
$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t)$$



dove $\mathbf{K}$ è una matrice $m \times n$ e $\mathbf{v}(t)$ un ingresso ausiliario aggiuntivo.

- Applicando la legge di controllo $\mathbf{u} = \mathbf{K}\,\mathbf{x} + \mathbf{v}$ ad un sistema continuo (lo stesso vale per il discreto) si ottiene:

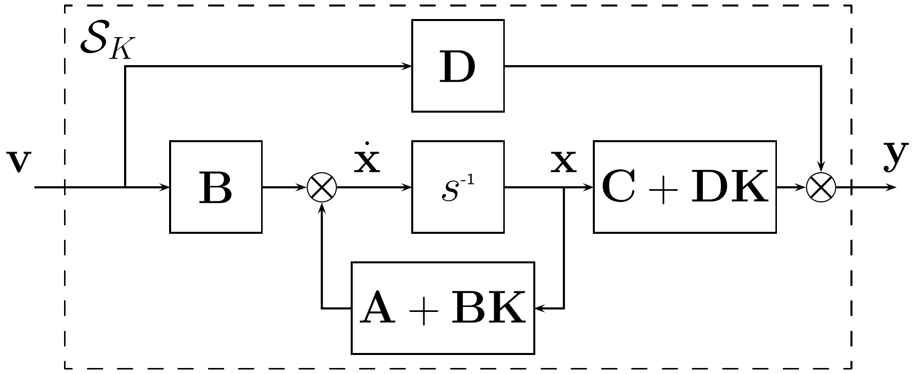
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} &= (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{v} \\ \mathbf{y} &= (\mathbf{C} + \mathbf{D}\mathbf{K})\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{v} \end{cases}$$



cioè un sistema $\mathcal{S}_K$ caratterizzato dalle seguenti matrici

$$\mathbf{A} + \mathbf{B}\,\mathbf{K}, \qquad \mathbf{B}, \qquad \mathbf{C} + \mathbf{D}\,\mathbf{K}, \qquad \mathbf{D}$$

- Il sistema retroazionato $\mathcal{S}_K$ che può essere rappresentato graficamente nel modo seguente:



- Proprietà *(Invarianza del sottospazio di raggiungibilità). I sottospazi di raggiungibilità del sistema $\mathcal{S}$ e del sistema $\mathcal{S}_K$, ottenuto mediante retroazione dello stato $\mathbf{u} = \mathbf{K}\,\mathbf{x}$, coincidono:*

$$\forall\,\mathbf{K} \in \mathcal{R}^{m\times n} \qquad \Rightarrow \qquad \mathcal{X}^+_{\mathcal{S}} = \mathcal{X}^+_{\mathcal{S}_K}$$

- Proprietà *(Invarianza degli autovalori del sottosistema non raggiungibile). Se il sistema $\mathcal{S}$ è in forma standard di raggiungibilità e si applica una retroazione statica dello stato $\mathbf{u} = \mathbf{K}\,\mathbf{x} = [\mathbf{K}_1,\ \mathbf{K}_2]\,\mathbf{x}$, si ottiene un sistema retroazionato $\mathcal{S}_K$ che è anch'esso in forma standard di raggiungibilità:*

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{1,1} & \mathbf{A}_{1,2} \\ 0 & \mathbf{A}_{2,2} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{A}+\mathbf{B}\,\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{1,1}+\mathbf{B}_1\mathbf{K}_1 & \mathbf{A}_{1,2}+\mathbf{B}_1\mathbf{K}_2 \\ 0 & \mathbf{A}_{2,2} \end{bmatrix}$$

In entrambi i casi la matrice $\mathbf{A}_{2,2}$ è quella che caratterizza la parte non raggiungibile del sistema.

- Un secondo schema di retroazione statica che sarebbe stato possibile utilizzare è quello dalla retroazione dell'*uscita*:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_1\mathbf{y}(t) + \mathbf{v}(t)$$

- Per sistemi SISO ($m = p = 1$) la matrice $\mathbf{K}_1$ è uno scalare, mentre la matrice $\mathbf{K}$ che si utilizza nella retroazione statica dello stato è un vettore di n componenti. Il fatto di poter disporre di n gradi di libertà anzichè uno, consente più ampie possibilità di modifica della dinamica del sistema se si utilizza una retroazione statica dello stato.