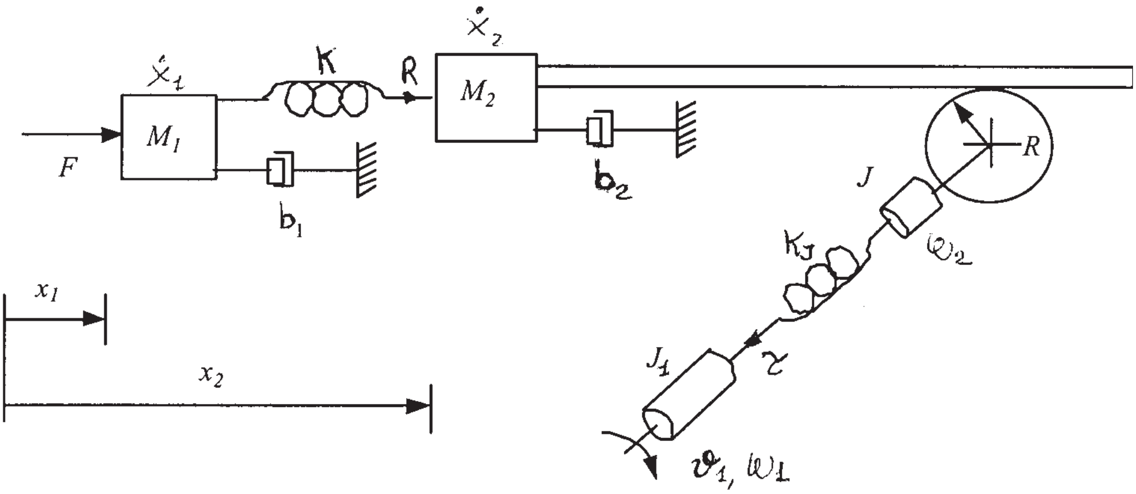
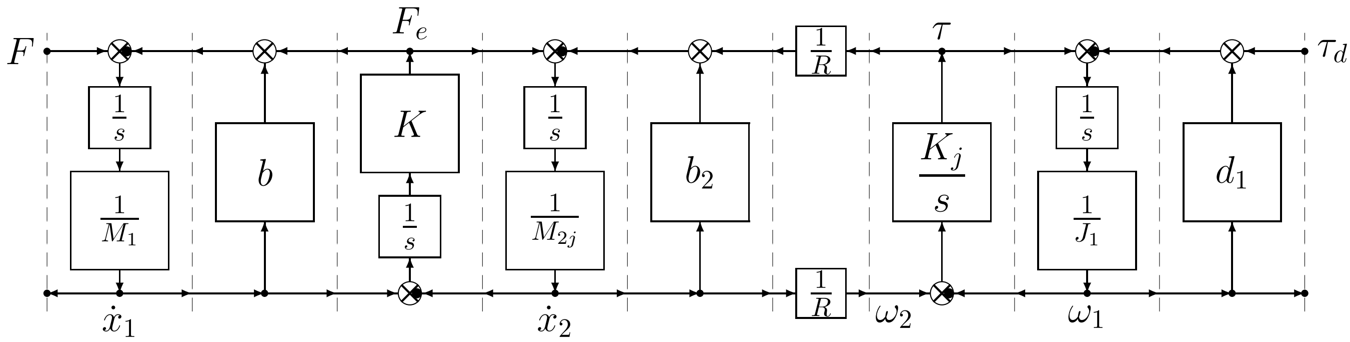
Sistema dinamico da modellare e simulare

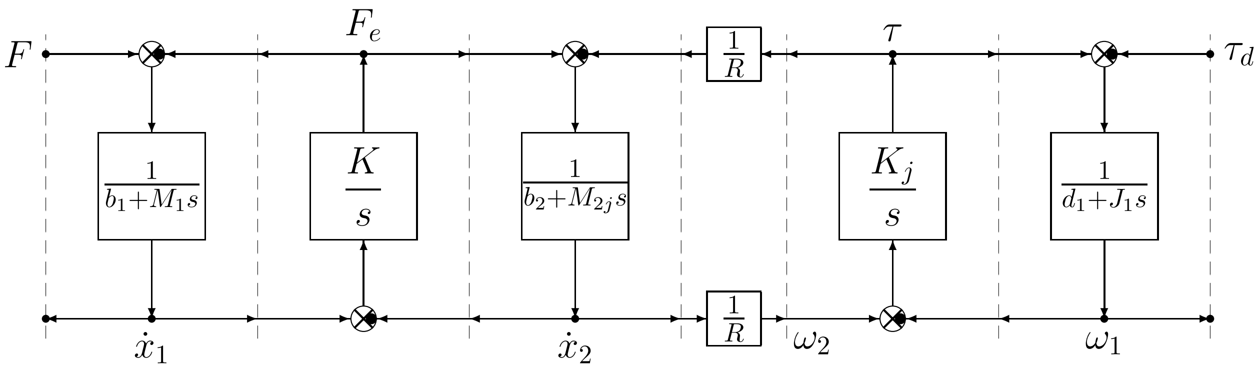
- Sistema meccanico:



- Modello dinamico del sistema meccanico:



- Uno schema POG equivalente è il seguente:



- Vettore di stato (variabili di potenza):

$$\mathbf{x} = \left[\begin{array}{ccccc} \dot{x}_1 & F_e & \dot{x}_2 & \tau & \omega_1 \end{array}\right]^{\mathsf{T}}$$

- La forza F è l'ingresso di controllo. La coppia τ_d è il segnale di disturbo.
- La variabile di uscita di interesse è la velocità angolare ω_1.

- La massa M_{2j} è la somma della massa M_2 e del momento di inerzia J_2 riportata a monte della ruota di raggio R:

$$M_{2j} = M_2 + \frac{J_2}{R^2}$$

- Descrizione nello spazio degli stati:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_1\,\ddot{x}_1 \\ \frac{1}{K}\,\dot{F}_e \\ M_{2j}\,\ddot{x}_2 \\ \frac{1}{K_j}\,\dot{\tau} \\ J_1\,\dot{\omega}_1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}\dot{\mathbf{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -b_1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -b_2 & -\frac{1}{R} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -d_1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ F_e \\ \dot{x}_2 \\ \tau \\ \omega_1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} F \\ \tau_d \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \mathbf{x}$$

cioè

$$\begin{cases} \mathbf{L}\,\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\,\mathbf{x} + \mathbf{B}\,\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\,\mathbf{x} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{A}\,\mathbf{x} + \mathbf{L}^{-1}\mathbf{B}\,\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\,\mathbf{x} \end{cases}$$

dove $\mathbf{L} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{K} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{2j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{K_j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_1 \end{bmatrix}$

- Di nuovo si può notare che la parte simmetrica della matrice $\mathbf{A}$ è funzione dei soli elementi dissipativi, mentre la parte emisimmetrica 'e funzione dei soli "collegamenti".

- Possibili parametri del sistema per una esercitazione in Matlab/Simulink:

```
M1 = 0.6*Kg;                 % Prima Massa
b1 = 2*N/(40*m/sec);         % Coeff. di attrito sulla prima massa
K  = 100*N/(1*cm);           % Rigidita' della prima molla
M2 = 1*Kg;                   % Seconda Massa
b2 = 1*N/(50*m/sec);         % Coeff. di attrito sulla seconda massa
R  = 10*cm;                  % Raggio della ruota
J2 = 150*gr*(12*cm)^2;       % Momento di inerzia di J2
Kj = 100*N/(0.1*rad);        % Rigidita' della molla torsionale
J1 = 190*gr*(10*cm)^2;       % Momento di inerzia di J1
d1 = 10*N*m/(100*rad/sec);   % Coeff. di attrito sull'inerzia J1
M2j = M2+J2/(R^2);           % Massa traslazionale equivalente
```