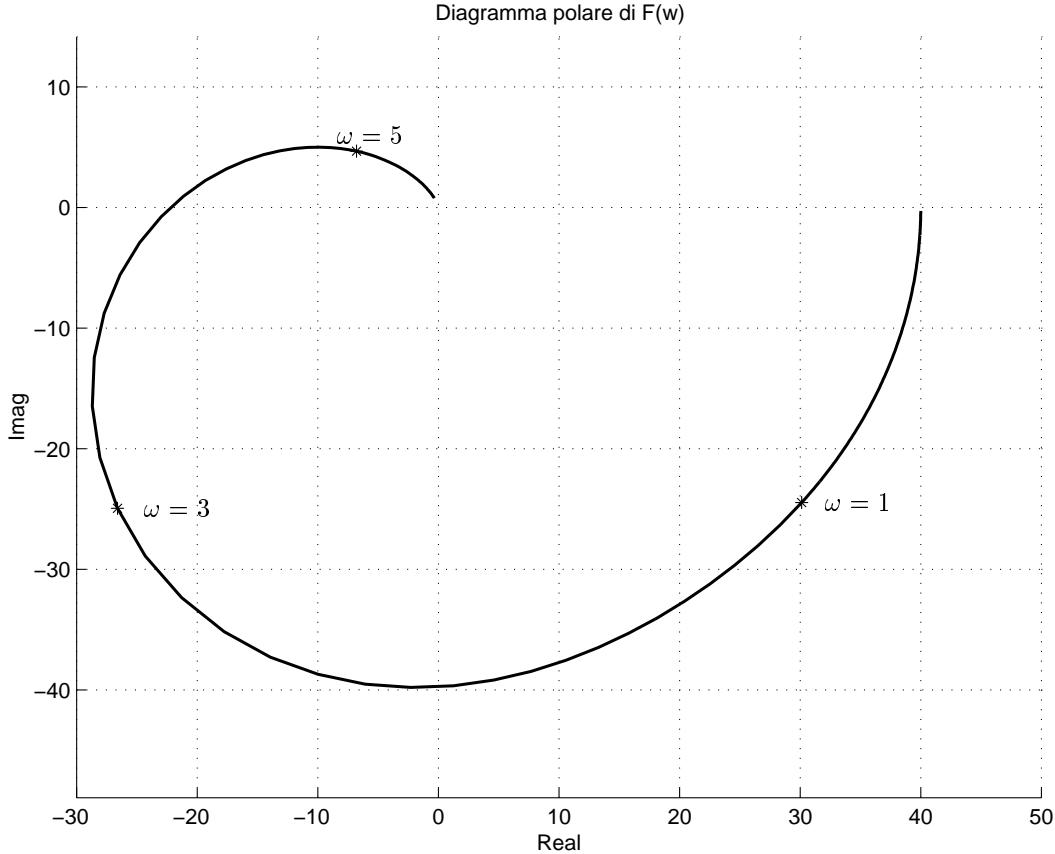


Esercizi sulle funzioni complesse

Consideriamo la funzione complessa di variabile reale $F(\omega)$:

$$F(\omega) = \frac{800}{(2 + j\omega)(10 - \omega^2 + 2j\omega)}$$

Il diagramma polare della funzione complessa di variabile reale $F(\omega)$ è riportato in figura.



- 1) Calcolare modulo e argomento di $F(\omega)$ per $\omega = 1$, $\omega = 3$ e $\omega = 5$.
- 2) Verificare il calcolo al punto 1) tramite lettura diretta sul diagramma polare di $F(\omega)$ riportato in figura.

1) Il modulo di $F(\omega)$ si calcola nel seguente modo:

$$|F(\omega)| = \frac{800}{\sqrt{4 + \omega^2} \sqrt{(10 - \omega^2)^2 + 4\omega^2}} = \begin{cases} |F(\omega = 1)| = 38.8 \\ |F(\omega = 3)| = 36.5 \\ |F(\omega = 5)| = 8.24 \end{cases}$$

L'argomento, quando $10 - \omega^2 > 0$ risulta:

$$\angle F(\omega) = -\text{atan}\left(\frac{\omega}{2}\right) - \text{atan}\left(\frac{2\omega}{10 - \omega^2}\right) = \begin{cases} \angle F(\omega = 1) = -39.1^\circ \\ \angle F(\omega = 3) = -136.8^\circ \end{cases}$$

se invece $10 - \omega^2 < 0$ si ottiene:

$$\angle F(\omega) = -\text{atan}\left(\frac{\omega}{2}\right) - \pi + \text{atan}\left(\frac{2\omega}{\omega^2 - 10}\right) = \angle F(\omega = 5) = -214.5^\circ$$

2) Leggendo direttamente dal grafico si ottiene:

$$F(\omega = 1) \simeq 30 - j 24$$

$$|F(\omega = 1)| \simeq \sqrt{30^2 + 24^2} = 38.4$$

$$\angle F(\omega = 1) \simeq \text{atan}\left(\frac{-24}{30}\right) = -38.6^\circ$$

$$F(\omega = 3) \simeq -27 - j 25$$

$$|F(\omega = 3)| \simeq \sqrt{27^2 + 25^2} = 36.8$$

$$\angle F(\omega = 3) \simeq 180 - \text{atan}\left(\frac{-25}{27}\right) = 222.8^\circ = -137.2^\circ$$

$$F(\omega = 5) \simeq -7 + j 5$$

$$|F(\omega = 5)| \simeq \sqrt{7^2 + 5^2} = 8.6$$

$$\angle F(\omega = 5) \simeq 180 - \text{atan}\left(\frac{5}{7}\right) = 144.5^\circ = -215.5^\circ$$