Fondamenti di Controlli Automatici

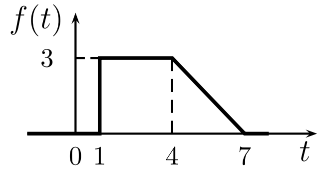
Prova Parziale

18 Aprile 2011 - A.A. 2010/11

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

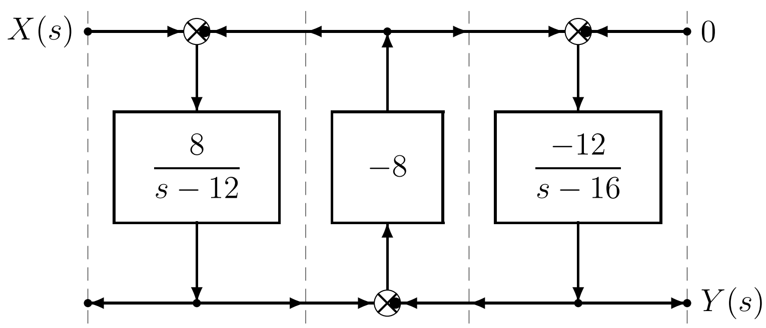
$$x_1(t) = t^4 + t^2\, e^{-t} + 5\, \cos(3\,t - 6), \qquad x_2(t) = 5\, e^{-2\,t}\, \sin(3\,t),$$



b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{s-1}{(s-4)\,(s+6)^2}, \qquad G_2(s) = \frac{2}{(s+3)^4}, \qquad G_3(s) = \frac{(s+2)^2}{(s-3)\,(s+3)\,(s+4)}$$

c) Si consideri il seguente schema a blocchi:



c.1) Utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

c.2) Relativamente alla funzione di trasferimento $G(s)$ calcolare:

1. la parte reale σ dei poli dominanti del sistema;
2. la parte immaginaria ω dei poli dominanti del sistema;
3. la pulsazione naturale ω_n dei poli dominanti del sistema;
4. il coefficiente di smorzamento δ dei poli dominanti del sistema;
5. il guadagno statico K_0;
6. il tempo di assestamento T_a del sistema $G(s)$ alla risposta al gradino;
7. l'istante di massima sovraelongazione;
8. la massima sovraelongazione percentuale;
9. il periodo delle oscillazioni.

c.3) Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ della funzione di trasferimento $G(s)$ al gradino in ingesso $x(t) = 2$.

Per quanto è possibile, disegnare l'andamento temporale in modo congruente con il valore dei parametri numerici determinati al punto precedente.

1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$\ddot{y}(t)+5\,\dot{y}(t)+4\,y(t) = 2\,\ddot{x}(t)+3\,\dot{x}(t)+7\,x(t) \quad \rightarrow \quad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

2. Siano $F_1(s)$ ed $F_2(s)$ le trasformate di Laplace delle funzioni $f_1(t)$ e $f_2(t)$. Il teorema della trasformata del prodotto integrale afferma che:
   - ○ $\mathcal{L}[\int_0^\infty f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau] = F_1(s)F_2(s)$;
   - ○ $\mathcal{L}[\int_0^\infty f_1(\tau) f_1(\tau) d\tau] = F_1(s)F_2(s)$;
   - ○ $\mathcal{L}[\int_0^\infty f_2(t-\tau) f_1(t-\tau) d\tau] = F_2(s)F_1(s)$.

3. Un sistema del secondo ordine che presenta un coefficiente di smorzamento $0 < \delta < 1$ è caratterizzato da:
   - ○ due poli complessi coniugati a parte reale negativa;
   - ○ due poli reali distinti a parte reale negativa;
   - ○ un polo nell'origine.

4. Un sistema di tipo 2
   - ○ ha uno zero nell'origine;
   - ○ ha un errore a regime nullo nella risposta al gradino;
   - ○ ha un errore a regime nullo nella risposta alla rampa.

5. Il luogo dei punti del piano complesso determinato da poli complessi coniugati di sistemi del secondo ordine stabili con pulsazione costante è formato da:
   - ○ due semirette uscenti dall'origine;
   - ○ una retta parallela all'asse immaginario;
   - ○ una semicirconferenza nel semipiano reale negativo centrata nell'origine.

6. L'equazione differenziale $a_2(t)\,\ddot{y}(t) + a_1(t)\,\dot{y}(t) + a_0(t)\,y(t) + b_1(t)\,\dot{x}(t) + b_0(t)\,x(t) = 0$ è:
   - ○ non-lineare;
   - ○ lineare tempo-invariante;
   - ○ lineare tempo-variante.

7. Sia $\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$ la trasformata di Laplace della funzione $f(t)$. Vale la relazione:
   - ○ $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{1}{s} F(s)$;
   - ○ $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{1}{s^2} F(s)$;
   - ○ $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = s\,F(s)$.

8. Un sistema lineare è asintoticamente stabile se la sua funzione di trasferimento ha tutti i poli:
   - ○ a parte reale negativa ed eventuali poli a parte reale nulla hanno molteplicità unitaria;
   - ○ a parte reale strettamente negativa;
   - ○ a parte reale strettamente positiva.

9. Determinare il tempo di assestamento del sistema $G(s) = \frac{1}{s^2+10\,s+9}$;

$$T_a =$$

10. La risposta al gradino di un sistema del primo ordine raggiunge, dopo un intervallo pari a tre costanti di tempo dall'applicazione dell'ingresso:
    - ○ il 99.3% del valore finale;
    - ○ il 95% del valore finale;
    - ○ il 63.2% del valore finale.

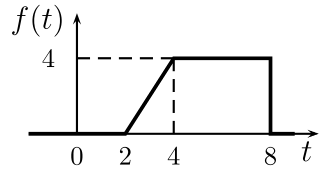
Fondamenti di Controlli Automatici

Prova Parziale

18 Aprile 2011 - A.A. 2010/11

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

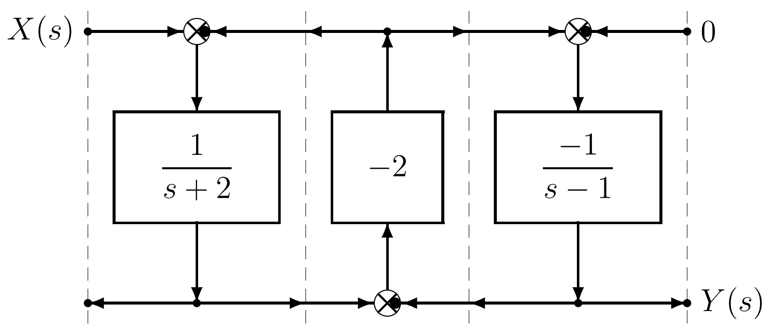


$$x_1(t) = 2\,e^{-3\,t}\,\cos(5\,t), \qquad x_2(t) = t^4 + 2\,t^3\,e^{-t} + 4\,\sin(2\,t - 6),$$

b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = -\frac{1}{(s+5)^4}, \qquad G_2(s) = \frac{(s+2)^2}{(s-1)\,(s+1)\,(s+3)}, \qquad G_3(s) = \frac{s-2}{(s-3)\,(s-4)^2}$$

c) Si consideri il seguente schema a blocchi:



c.1) Utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

c.2) Relativamente alla funzione di trasferimento $G(s)$ calcolare:

1. la parte reale σ dei poli dominanti del sistema;
2. la parte immaginaria ω dei poli dominanti del sistema;
3. la pulsazione naturale ω_n dei poli dominanti del sistema;
4. il coefficiente di smorzamento δ dei poli dominanti del sistema;
5. il guadagno statico K_0;
6. il tempo di assestamento T_a del sistema $G(s)$ alla risposta al gradino;
7. l'istante di massima sovraelongazione;
8. la massima sovraelongazione percentuale;
9. il periodo delle oscillazioni.

c.3) Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ della funzione di trasferimento $G(s)$ al gradino in ingesso $x(t) = 3$.

Per quanto è possibile, disegnare l'andamento temporale in modo congruente con il valore dei parametri numerici determinati al punto precedente.

1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$3\,\ddot{x}(t)+4\,\dot{x}(t)+2\,x(t) = 2\,\ddot{u}(t)+6\,\dot{u}(t)+9\,u(t) \qquad \rightarrow \qquad G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} =$$

2. Siano $F_1(s)$ ed $F_2(s)$ le trasformate di Laplace delle funzioni $f_1(t)$ e $f_2(t)$. Il teorema della trasformata del prodotto integrale afferma che:

   ○ $\mathcal{L}[\int_0^\infty f_1(\tau)f_1(\tau)d\tau] = F_1(s)F_2(s)$;
   ○ $\mathcal{L}[\int_0^\infty f_2(t-\tau)f_1(t-\tau)d\tau] = F_2(s)F_1(s)$;
   ○ $\mathcal{L}[\int_0^\infty f_2(\tau)f_1(t-\tau)d\tau] = F_2(s)F_1(s)$.

3. Un sistema del secondo ordine che presenta un coefficiente di smorzamento $0 < \delta < 1$ è caratterizzato da:

   ○ un polo nell'origine;
   ○ due poli reali distinti a parte reale negativa;
   ○ due poli complessi coniugati a parte reale negativa.

4. Un sistema di tipo 2

   ○ ha uno zero nell'origine;
   ○ ha un errore a regime nullo nella risposta alla rampa;
   ○ ha un errore a regime nullo nella risposta al gradino.

5. Il luogo dei punti del piano complesso determinato da poli complessi coniugati di sistemi del secondo ordine stabili con pulsazione costante è formato da:

   ○ una retta parallela all'asse immaginario;
   ○ una semicirconferenza nel semipiano reale negativo centrata nell'origine;
   ○ due semirette uscenti dall'origine.

6. L'equazione differenziale $a_2(t)\,\ddot{y}(t) + a_1(t)\,\dot{y}(t) + a_0(t)\,y(t) + b_1(t)\,\dot{x}(t) + b_0(t)\,x(t) = 0$ è:

   ○ non-lineare;
   ○ lineare tempo-variante;
   ○ lineare tempo-invariante.

7. Sia $\mathcal{L}\,[f(t)] = F(s)$ la trasformata di Laplace della funzione $f(t)$. Vale la relazione:

   ○ $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau)d\tau\right] = \frac{1}{s^2}F(s)$;
   ○ $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau)d\tau\right] = \frac{1}{s}F(s)$;
   ○ $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau)d\tau\right] = s\,F(s)$.

8. Un sistema lineare è asintoticamente stabile se la sua funzione di trasferimento ha tutti i poli:

   ○ a parte reale negativa ed eventuali poli a parte reale nulla hanno molteplicità unitaria;
   ○ a parte reale strettamente positiva;
   ○ a parte reale strettamente negativa.

9. Determinare il tempo di assestamento del sistema $G(s) = \frac{1}{s^2+20\,s+36}$;

$$T_a =$$

10. La risposta al gradino di un sistema del primo ordine raggiunge, dopo un intervallo pari a tre costanti di tempo dall'applicazione dell'ingresso:

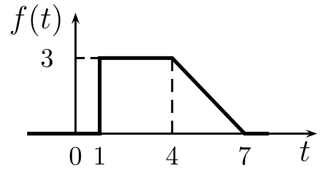
   ○ il 63.2% del valore finale;
   ○ il 95% del valore finale;
   ○ il 99.3% del valore finale.

Fondamenti di Controlli Automatici
Prova Parziale A
18 Aprile 2011 - A.A. 2010/11

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:

$$x_1(t) = t^4 + t^2\, e^{-t} + 5\,\cos(3\,t - 6), \qquad x_2(t) = 5\, e^{-2\,t}\, \sin(3\,t),$$



Soluzione:

$$X_1(s) = \frac{24}{s^5} + \frac{2}{(s+2)^4} + \frac{5\,s\,e^{-2s}}{s^2+9}, \qquad X_2(s) = \frac{15}{(s+2)^2+9}, \qquad X_3(s) = \frac{1}{s}\left[3\,e^{-s} - \frac{e^{-4\,s}}{s} + \frac{e^{-7\,s}}{s}\right]$$

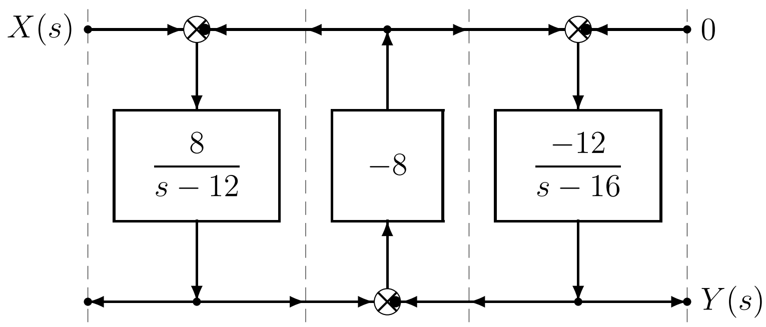
b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{s-1}{(s-4)\,(s+6)^2}, \qquad G_2(s) = \frac{2}{(s+3)^4}, \qquad G_3(s) = \frac{(s+2)^2}{(s-3)\,(s+3)\,(s+4)}$$

Soluzione:

$$g_1(t) = \frac{3}{100}\,e^{4\,t} - \frac{3}{100}\,e^{-6\,t} + \frac{7}{10}\,t\,e^{-6\,t}, \qquad g_2(t) = \frac{t^3}{3}\,e^{-3\,t}, \qquad g_3(t) = \frac{25}{42}\,e^{3\,t} - \frac{1}{6}\,e^{-3\,t} + \frac{4}{7}\,t\,e^{-4\,t}$$

c) Si consideri il seguente schema a blocchi:



c.1) Utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{768}{s^2 + 4\,s + 64}$$

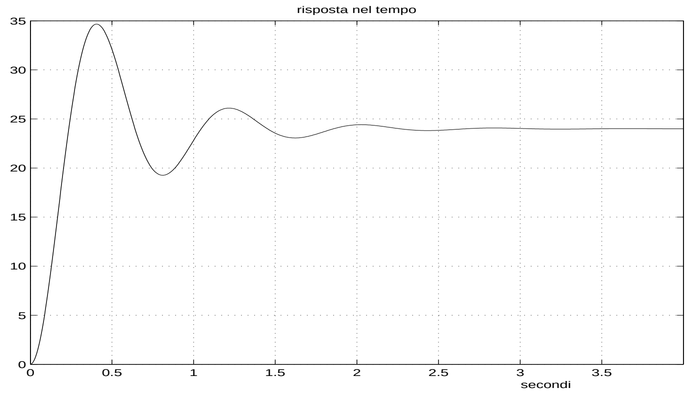
c.2) Relativamente alla funzione di trasferimento $G(s)$ calcolare:

1. la parte reale σ dei poli dominanti del sistema; $\sigma = -2$
2. la parte immaginaria ω dei poli dominanti del sistema; $\omega = 7.746$
3. la pulsazione naturale ω_n dei poli dominanti del sistema; $\omega_n = 8$
4. il coefficiente di smorzamento δ dei poli dominanti del sistema; $\delta = 0.25$
5. il guadagno statico K_0; $K_0 = 12$
6. il tempo di assestamento T_a del sistema $G(s)$ alla risposta al gradino; $T_a = \frac{3}{2}$
7. l'istante di massima sovraelongazione; $T_M = 0.4$
8. la massima sovraelongazione percentuale; $S = 44.4\%$

9. il periodo delle oscillazioni. $T = 0.81$

c.3) Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ della funzione di trasferimento $G(s)$ al gradino in ingesso $x(t) = 2$.

Per quanto è possibile, disegnare l'andamento temporale in modo congruente con il valore dei parametri numerici determinati al punto precedente.



1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$\ddot{y}(t) + 5\,\dot{y}(t) + 4\,y(t) = 2\,\ddot{x}(t) + 3\,\dot{x}(t) + 7\,x(t) \qquad \rightarrow \qquad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{2\,s^2 + 3\,s + 7}{s^2 + 5\,s + 4}$$

2. Siano $F_1(s)$ ed $F_2(s)$ le trasformate di Laplace delle funzioni $f_1(t)$ e $f_2(t)$. Il teorema della trasformata del prodotto integrale afferma che:

   ⊗ $\mathcal{L}[\int_0^\infty f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau] = F_1(s)F_2(s)$;
   ○ $\mathcal{L}[\int_0^\infty f_1(\tau) f_1(\tau) d\tau] = F_1(s)F_2(s)$;
   ○ $\mathcal{L}[\int_0^\infty f_2(t-\tau) f_1(t-\tau) d\tau] = F_2(s)F_1(s)$.

3. Un sistema del secondo ordine che presenta un coefficiente di smorzamento $0 < \delta < 1$ è caratterizzato da:

   ⊗ due poli complessi coniugati a parte reale negativa;
   ○ due poli reali distinti a parte reale negativa;
   ○ un polo nell'origine.

4. Un sistema di tipo 2

   ○ ha uno zero nell'origine;
   ⊗ ha un errore a regime nullo nella risposta al gradino;
   ⊗ ha un errore a regime nullo nella risposta alla rampa.

5. Il luogo dei punti del piano complesso determinato da poli complessi coniugati di sistemi del secondo ordine stabili con pulsazione costante è formato da:

   ○ due semirette uscenti dall'origine;
   ○ una retta parallela all'asse immaginario;
   ⊗ una semicirconferenza nel semipiano reale negativo centrata nell'origine.

6. L'equazione differenziale $a_2(t)\,\ddot{y}(t) + a_1(t)\,\dot{y}(t) + a_0(t)\,y(t) + b_1(t)\,\dot{x}(t) + b_0(t)\,x(t) = 0$ è:

   ○ non-lineare;
   ○ lineare tempo-invariante;
   ⊗ lineare tempo-variante.

7. Sia $\mathcal{L}\,[f(t)] = F(s)$ la trasformata di Laplace della funzione $f(t)$. Vale la relazione:

   ⊗ $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{1}{s} F(s)$;
   ○ $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{1}{s^2} F(s)$;
   ○ $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = s\,F(s)$.

8. Un sistema lineare è asintoticamente stabile se la sua funzione di trasferimento ha tutti i poli:

   ○ a parte reale negativa ed eventuali poli a parte reale nulla hanno molteplicità unitaria;
   ⊗ a parte reale strettamente negativa;
   ○ a parte reale strettamente positiva.

9. Determinare il tempo di assestamento del sistema $G(s) = \frac{1}{s^2+10\,s+9}$;

$$T_a = 3$$

10. La risposta al gradino di un sistema del primo ordine raggiunge, dopo un intervallo pari a tre costanti di tempo dall'applicazione dell'ingresso:

   ○ il 99.3% del valore finale;
   ⊗ il 95% del valore finale;
   ○ il 63.2% del valore finale.

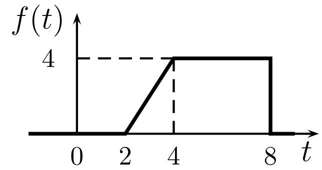
Fondamenti di Controlli Automatici

Prova Parziale B

18 Aprile 2011 - A.A. 2010/11

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a) Determinare la trasformata di Laplace $X_i(s)$ dei seguenti segnali temporali $x_i(t)$:



$$x_1(t) = 2\,e^{-3\,t}\cos(5\,t), \qquad x_2(t) = t^4 + 2\,t^3\,e^{-t} + 4\,\sin(2\,t-6),$$

Soluzione:

$$X_1(s) = \frac{2\,(s+3)}{(s+3)^2+25}, \qquad X_2(s) = \frac{24}{s^5} + \frac{12}{(s+1)^4} + \frac{8\,e^{-3s}}{s^2+4}, \qquad X_3(s) = \frac{2}{s}\left[\frac{e^{-2s}}{s} - \frac{e^{-4\,s}}{s} - 2\,e^{-8\,s}\right]$$

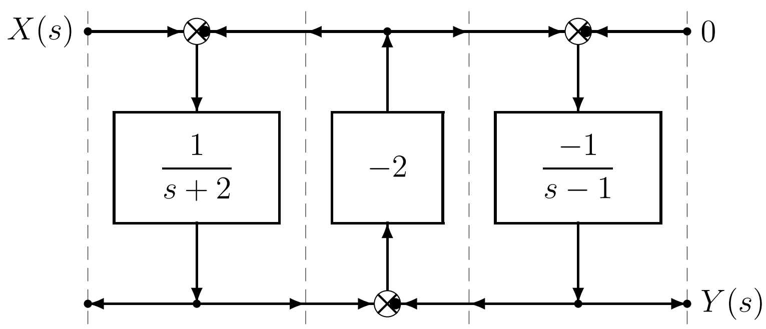
b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = -\frac{1}{(s+5)^4}, \qquad G_2(s) = \frac{(s+2)^2}{(s-1)\,(s+1)\,(s+3)}, \qquad G_3(s) = \frac{s-2}{(s-3)\,(s-4)^2}$$

Soluzione:

$$g_1(t) = -\frac{t^3}{6}\,e^{-5\,t}, \qquad g_2(t) = \frac{9}{8}\,e^{t} - \frac{1}{4}\,e^{-t} + \frac{1}{8}e^{-3\,t}, \qquad g_3(t) = e^{3\,t} - e^{4\,t} + 2\,t\,e^{4\,t}$$

c) Si consideri il seguente schema a blocchi:



c.1) Utilizzando la formula di Mason calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ che lega l'ingresso $X(s)$ all'uscita $Y(s)$:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{2}{s^2+\,s+4}$$

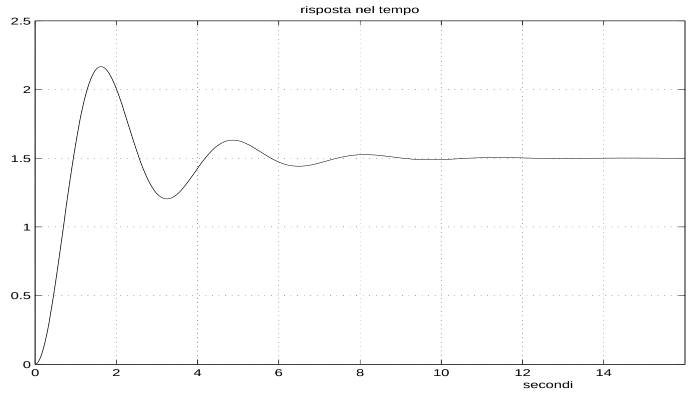
c.2) Relativamente alla funzione di trasferimento $G(s)$ calcolare:

1. la parte reale σ dei poli dominanti del sistema; $\sigma = -1/2$
2. la parte immaginaria ω dei poli dominanti del sistema; $\omega = 1.937$
3. la pulsazione naturale ω_n dei poli dominanti del sistema; $\omega_n = 2$
4. il coefficiente di smorzamento δ dei poli dominanti del sistema; $\delta = 0.25$
5. il guadagno statico K_0; $K_0 = \frac{1}{2}$
6. il tempo di assestamento T_a del sistema $G(s)$ alla risposta al gradino; $T_a = 6$
7. l'istante di massima sovraelongazione; $T_M = 1.6$
8. la massima sovraelongazione percentuale; $S = 44.4\%$

9. il periodo delle oscillazioni. $T = 3.25$

c.3) Disegnare l'andamento qualitativo della risposta $y(t)$ della funzione di trasferimento $G(s)$ al gradino in ingesso $x(t) = 3$.

Per quanto è possibile, disegnare l'andamento temporale in modo congruente con il valore dei parametri numerici determinati al punto precedente.



1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$3\,\ddot{x}(t) + 4\,\dot{x}(t) + 2\,x(t) = 2\,\ddot{u}(t) + 6\,\dot{u}(t) + 9\,u(t) \qquad \rightarrow \qquad G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{2\,s^2 + 6\,s + 9}{3\,s^2 + 4\,s + 2}$$

2. Siano $F_1(s)$ ed $F_2(s)$ le trasformate di Laplace delle funzioni $f_1(t)$ e $f_2(t)$. Il teorema della trasformata del prodotto integrale afferma che:

   ○ $\mathcal{L}[\int_0^\infty f_1(\tau)f_1(\tau)d\tau] = F_1(s)F_2(s)$;
   ○ $\mathcal{L}[\int_0^\infty f_2(t-\tau)f_1(t-\tau)d\tau] = F_2(s)F_1(s)$;
   ⊗ $\mathcal{L}[\int_0^\infty f_2(\tau)f_1(t-\tau)d\tau] = F_2(s)F_1(s)$.

3. Un sistema del secondo ordine che presenta un coefficiente di smorzamento $0 < \delta < 1$ è caratterizzato da:

   ○ un polo nell'origine;
   ○ due poli reali distinti a parte reale negativa;
   ⊗ due poli complessi coniugati a parte reale negativa.

4. Un sistema di tipo 2

   ○ ha uno zero nell'origine;
   ⊗ ha un errore a regime nullo nella risposta alla rampa;
   ⊗ ha un errore a regime nullo nella risposta al gradino.

5. Il luogo dei punti del piano complesso determinato da poli complessi coniugati di sistemi del secondo ordine stabili con pulsazione costante è formato da:

   ○ una retta parallela all'asse immaginario;
   ⊗ una semicirconferenza nel semipiano reale negativo centrata nell'origine;
   ○ due semirette uscenti dall'origine.

6. L'equazione differenziale $a_2(t)\,\ddot{y}(t) + a_1(t)\,\dot{y}(t) + a_0(t)\,y(t) + b_1(t)\,\dot{x}(t) + b_0(t)\,x(t) = 0$ è:

   ○ non-lineare;
   ⊗ lineare tempo-variante;
   ○ lineare tempo-invariante.

7. Sia $\mathcal{L}\,[f(t)] = F(s)$ la trasformata di Laplace della funzione $f(t)$. Vale la relazione:

   ○ $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau)d\tau\right] = \frac{1}{s^2}F(s)$;
   ⊗ $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau)d\tau\right] = \frac{1}{s}F(s)$;
   ○ $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau)d\tau\right] = s\,F(s)$.

8. Un sistema lineare è asintoticamente stabile se la sua funzione di trasferimento ha tutti i poli:

   ○ a parte reale negativa ed eventuali poli a parte reale nulla hanno molteplicità unitaria;
   ○ a parte reale strettamente positiva;
   ⊗ a parte reale strettamente negativa.

9. Determinare il tempo di assestamento del sistema $G(s) = \frac{1}{s^2+20\,s+36}$;

$$T_a = 1.5$$

10. La risposta al gradino di un sistema del primo ordine raggiunge, dopo un intervallo pari a tre costanti di tempo dall'applicazione dell'ingresso:

    ○ il 63.2% del valore finale;
    ⊗ il 95% del valore finale;
    ○ il 99.3% del valore finale.