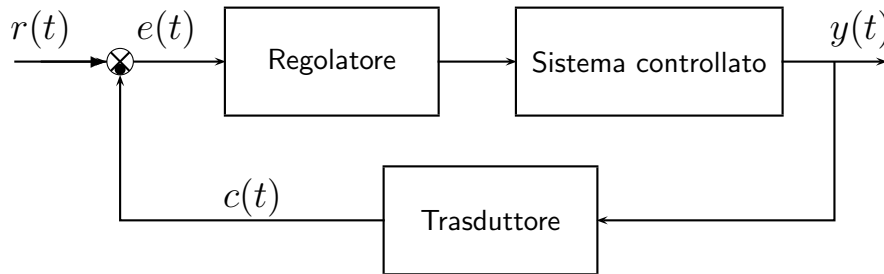


Regolatori standard PID

- Schema a blocchi di un controllo in retroazione:



- Nel controllo di molti processi industriali le caratteristiche dinamiche dei sistemi controllati possono variare entro ampi limiti: risulta economicamente conveniente unificare gli apparati di controllo.
- Tipicamente si utilizzano apparati di controllo standard, ma provvisti di dispositivi di correzione con parametri regolabili entro ampi limiti, così da poter essere adattati al particolare sistema di regolazione in cui vengono inseriti.
- Posto $G_c(s) = M(s)/E(s)$, si distinguono i seguenti tipi standard:

1. *Regolatore proporzionale (P)*:

$$G_c(s) = K_p ;$$

2. *Regolatore integrale (I)*:

$$G_c(s) = \frac{K_p}{T_i s} ;$$

3. *Regolatore proporzionale-integrale (PI)*:

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) ;$$

4. *Regolatore proporzionale-derivativo (PD)*:

$$G_c(s) = K_p (1 + T_d s) ;$$

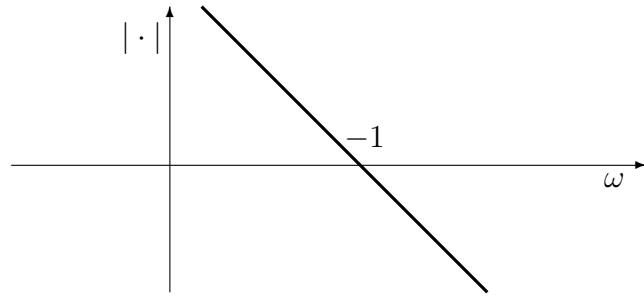
5. *Regolatore proporzionale-integrale-derivativo (PID)*:

$$G_c(s) = K_p \left(1 + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right) .$$

La costante K_p si dice *sensibilità proporzionale*, T_d *costante di tempo dell'azione derivativa*, T_i *costante di tempo dell'azione integrale*.

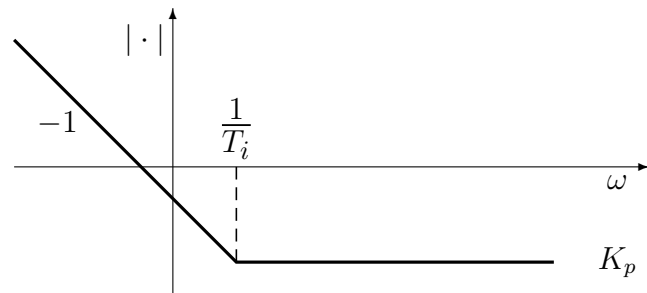
- Diagramma di Bode dei moduli di un regolatore standard I:

$$G(s) = \frac{K_p}{T_i s}$$



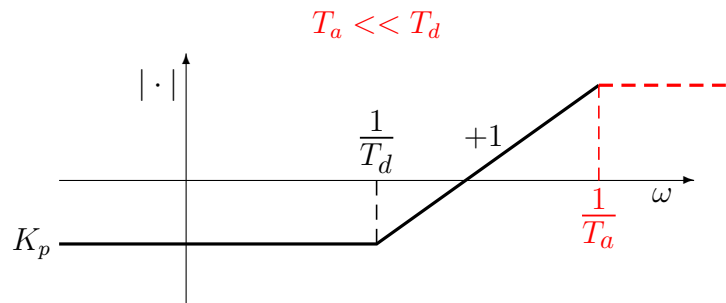
- Diagramma di Bode dei moduli di un regolatore standard PI:

$$\begin{aligned} G(s) &= K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \\ &= \frac{K_p (T_i s + 1)}{T_i s} \end{aligned}$$



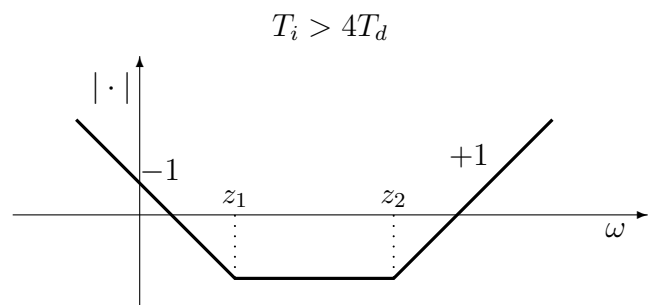
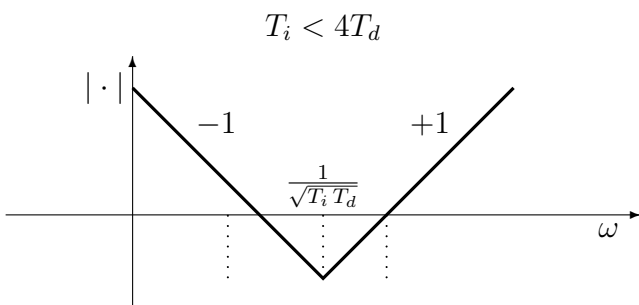
- Diagramma di Bode dei moduli di un regolatore standard PD:

$$\begin{aligned} G(s) &\simeq K_p (1 + T_d s) \\ &= \frac{K_p (1 + T_d s)}{(1 + T_a s)} \end{aligned}$$



- Diagramma di Bode dei moduli di un regolatore standard PID:

$$G(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = \frac{K_p (T_i T_d s^2 + T_i s + 1)}{T_i s} = \frac{K_p T_d (s - z_1)(s - z_2)}{s}$$

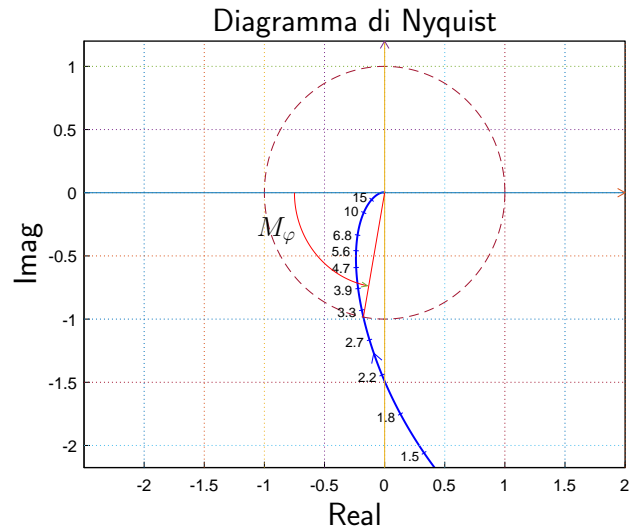
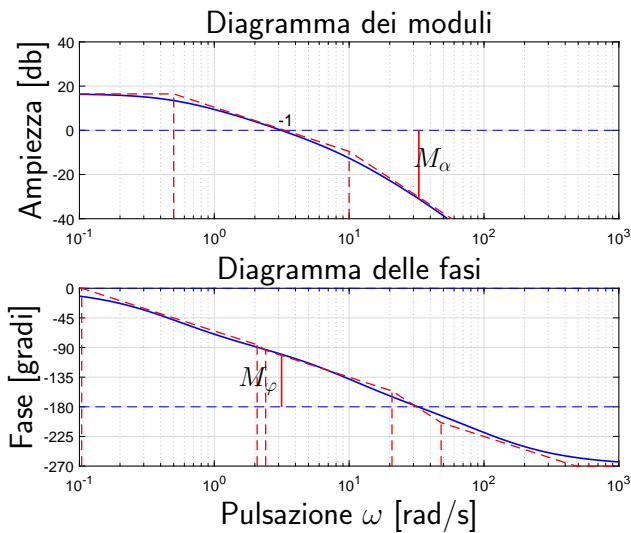


- Per sistemi a fase minima vale questa regola qualitativa: la pendenza “ p ” con cui il diagramma di Bode dei moduli interseca la retta a guadagno unitario fornisce una “stima” del margine di fase M_φ del sistema stesso:

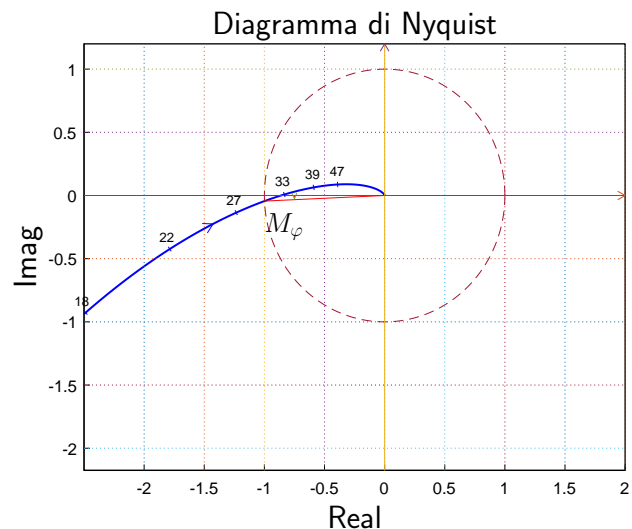
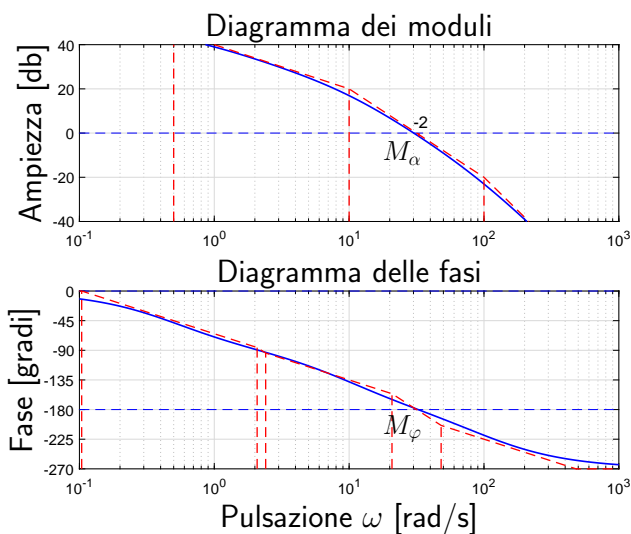
$$M_\varphi = (2 + p) \frac{\pi}{2}$$

Questa regola “qualitativa” si basa sull’utilizzo della formula di Bode.

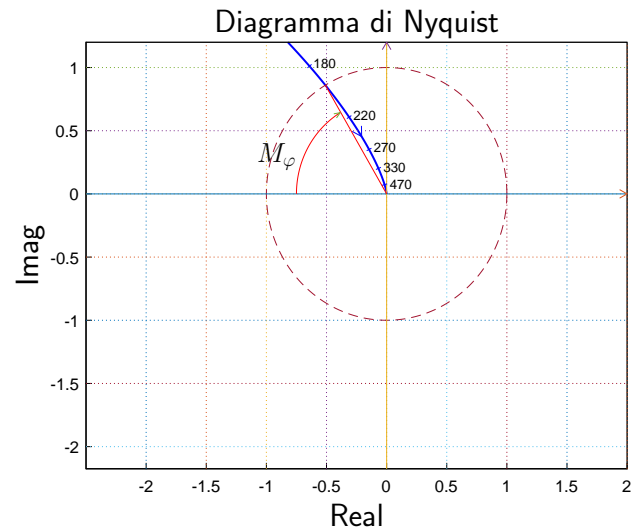
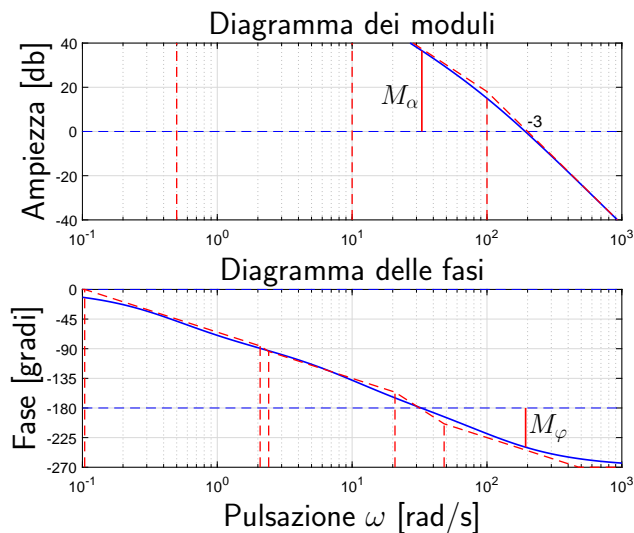
- Affinché un sistema $G(s)$ retroazionato sia stabile con un ampio margine si fase é bene che il diagramma di Bode della funzione $G(s)$ intersechi la retta a guadagno unitario con pendenza $p \simeq -1$.



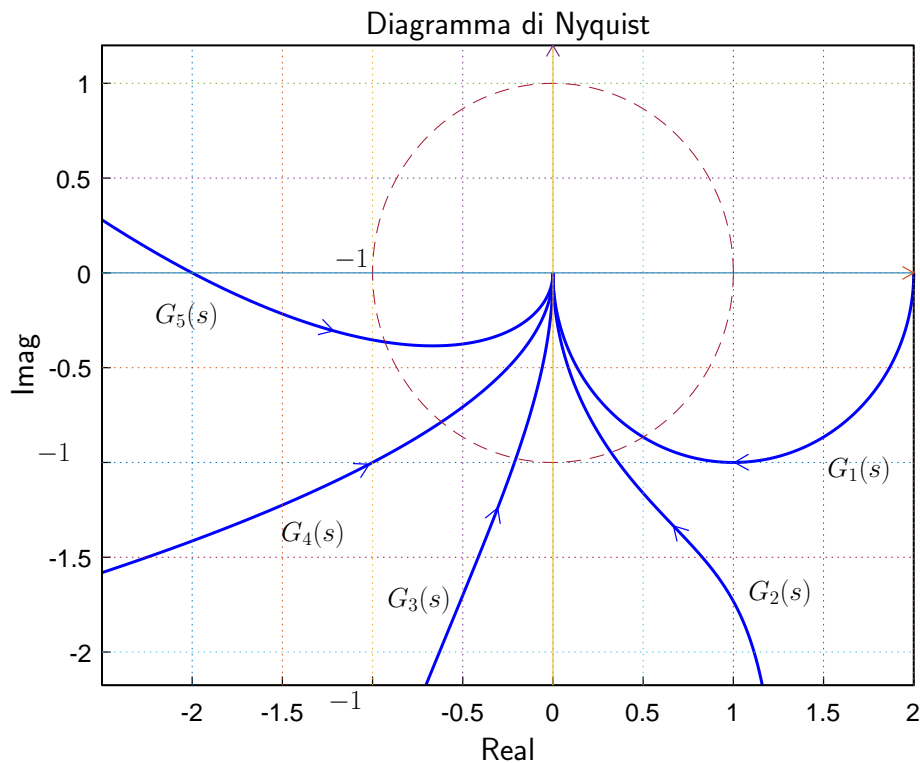
- Se il diagramma di Bode di una funzione $G(s)$ interseca la retta a guadagno unitario con pendenza $p \simeq -2$, il corrispondente sistema retroazionato sarà instabile o molto vicino all’instabilità.



- Se il diagramma di Bode di una funzione $G(s)$ interseca la retta a guadagno unitario con pendenza $p < -2$, il corrispondente sistema retroazionato sarà sicuramente instabile.



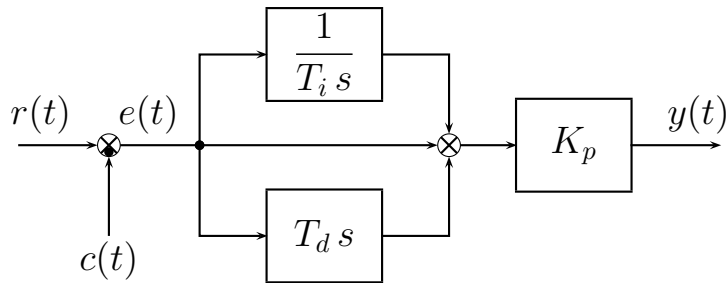
- Tutti i sistemi $G(s)$ a fase minima e con grado relativo $r = 1$ possono essere efficacemente stabilizzati in retroazione, utilizzando un guadagno K sufficientemente elevato.



Funzioni $G(s)$ a grado relativo $r = 1$ visualizzate sul diagramma di Nyquist:

$$G_1(s) = \frac{20}{s+10}, \quad G_2(s) = \frac{6(s+1)}{s(s+3)}, \quad G_3(s) = \frac{16(s+2)}{s(s+1)}, \quad G_4(s) = \frac{(s+1)}{s^2}, \quad G_5(s) = \frac{(s+1)^2}{s^3}$$

- Struttura generale del regolatore PID:

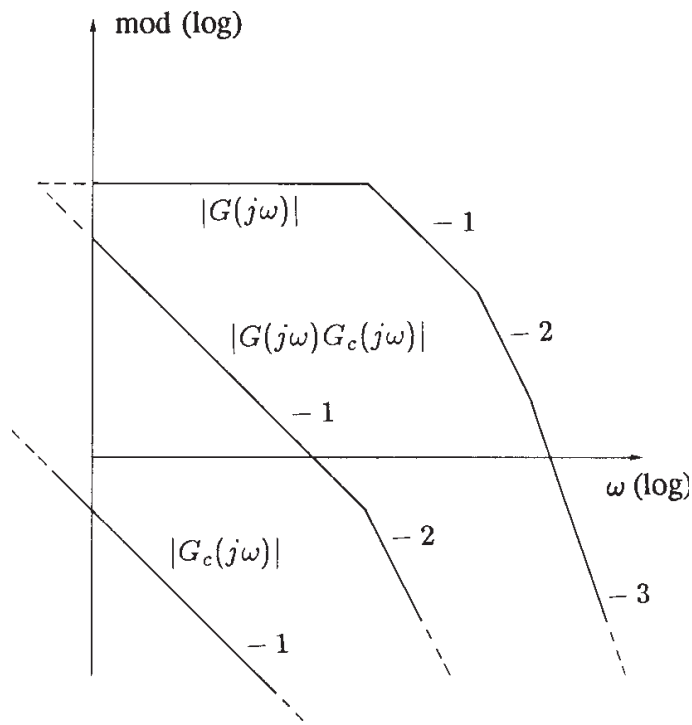


$$G_c(s) = K_p \left(1 + T_d s + \frac{1}{T_i s} \right)$$

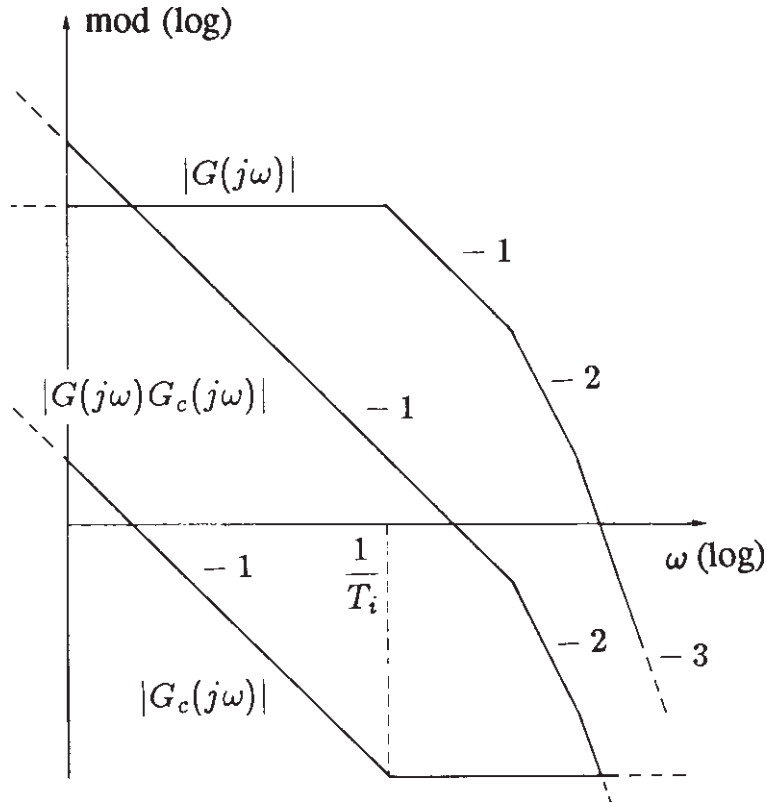
Per ciò che riguarda i vantaggi relativi e le particolarità di impiego dei vari tipi di regolatori precedentemente citati, valgono considerazioni analoghe a quelle sviluppate per le reti correttive.

- Il regolatore P si impiega quando il processo consente un'elevata costante di guadagno di anello senza pregiudizio per la stabilità, come i sistemi aventi il comportamento dinamico di un integratore (ad esempio il controllo di un livello mediante la variazione di una portata) o caratterizzati dalla presenza di una sola costante di tempo predominante.

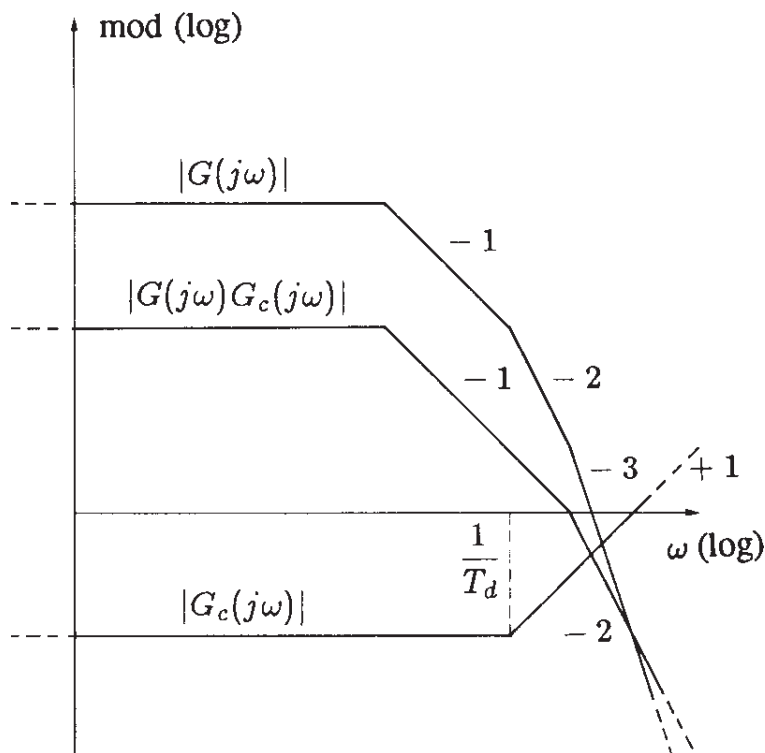
- Il regolatore I si impiega per sistemi di tipo 0 di difficile stabilizzazione e per sistemi con ritardi finiti dominanti: in quest'ultimo caso infatti un regolatore P non si può utilizzare perché corrisponde a un errore a regime inaccettabile, mentre un controllo integrale garantisce un comportamento stabile con errore statico nullo.



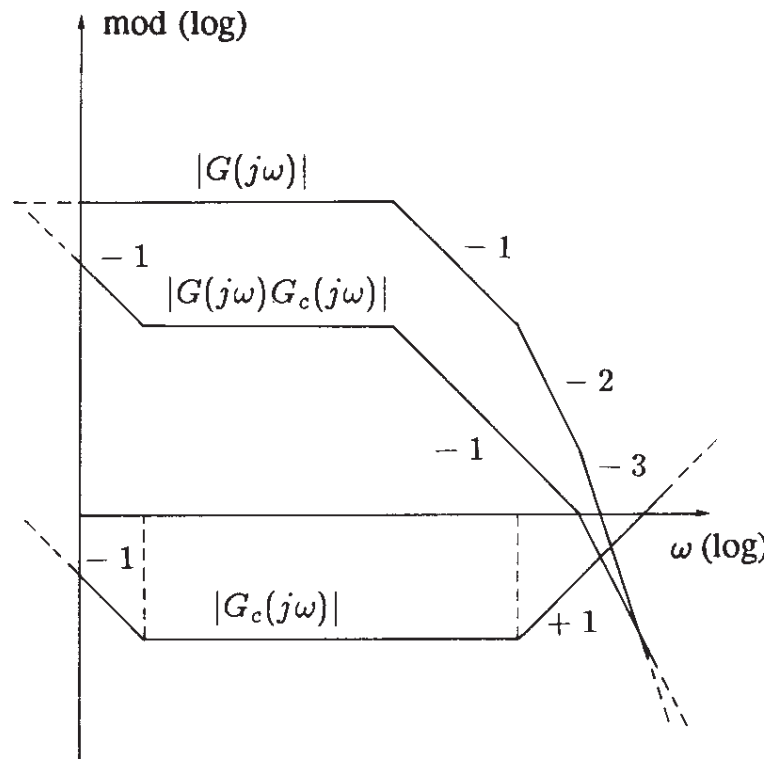
- Il regolatore PI rispetto al regolatore I consente di conservare una maggiore banda passante e quindi una maggiore prontezza di risposta.



- Il regolatore PD si impiega invece per sistemi già intrinsecamente di tipo 1 o per sistemi di tipo 0 per migliorarne la velocità di risposta: il suo intervento è del tutto analogo a quello di una rete anticipatrice.



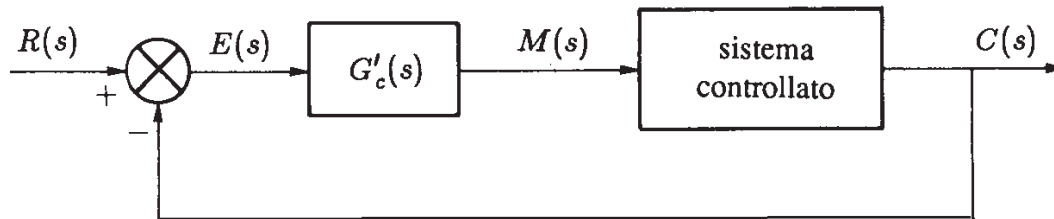
- Il regolatore *PID* si può impiegare, in alternativa al *PD*, per i sistemi di tipo 0 e presenta il vantaggio di consentire, oltre a una buona prontezza di risposta, anche un errore statico nullo.



Il regolatore a triplice azione è pertanto il più generale: scegliendo opportunamente i valori dei tre parametri che ne caratterizzano il comportamento dinamico si possono infatti ottenere, come casi particolari, le azioni di tutti i tipi di regolatori precedentemente presi in esame.

Taratura dei regolatori standard

Molti sistemi industriali (es. chimici e petrolchimici) sono caratterizzati da modelli fortemente nonlineari. In questi casi la scelta dei parametri dei regolatori si effettua in molti casi con metodi semiempirici.

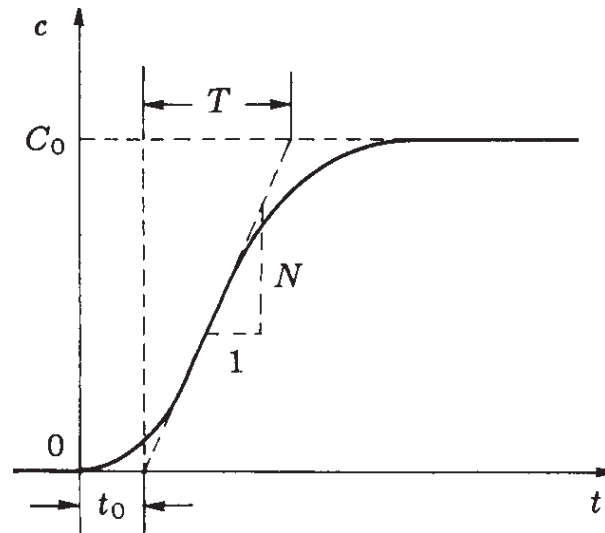


Metodo di Ziegler-Nichols

Fornisce i valori di primo tentativo dei parametri del regolatore in funzione di alcuni parametri della risposta al gradino (spesso aperiodica) del sistema controllato.

Il sistema fisico può essere approssimato con un sistema del primo ordine:

$$G(s) \simeq \frac{K e^{-t_0 s}}{1 + T s}$$



I valori dei parametri caratteristici si ricavano dalla curva di risposta al gradino nel punto di flesso:

t_0 : tempo di ritardo;

T : costante di tempo;

$R = t_0/T = N t_0/C_0$: rapporto di ritardo;

$N = C_0/T$: velocità di risposta;

$K = C_0/M_0$: guadagno statico (M_0 è l'ampiezza del gradino applicato).

• Posto $G'_c(s) = M(s)/E(s)$, i valori dei parametri consigliati da Ziegler e Nichols, modificati da Cohen e Coon, sono:

1. Controllo P :

$$G'_c(s) = K'_p, \quad \text{con} \quad K'_p = \frac{M_0}{N t_0} \left(1 + \frac{R}{3}\right);$$

2. Controllo I :

$$G'_c(s) = \frac{K'_p}{T_i s}, \quad \text{con} \quad \frac{K'_p}{T_i} = \frac{4 M_0}{N t_0^2} \frac{R^2}{1 + 5 R};$$

3. Controllo PI :

$$G'_c(s) = K'_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right), \quad \text{con}$$

$$K'_p = \frac{M_0}{N t_0} \left(\frac{9}{10} + \frac{R}{12}\right), \quad T_i = t_0 \frac{30 + 3 R}{9 + 20 R};$$

4. Controllo PD :

$$G'_c(s) = K'_p (1 + T_d s), \quad \text{con}$$

$$K'_p = \frac{M_0}{N t_0} \left(\frac{5}{4} + \frac{R}{6}\right), \quad T_d = t_0 \frac{6 - 2 R}{22 + 3 R};$$

5. Controllo PID :

$$G'_c(s) = K'_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right), \quad \text{con}$$

$$K'_p = \frac{M_0}{N t_0} \left(\frac{4}{3} + \frac{R}{4}\right), \quad T_i = t_0 \frac{32 + 6 R}{13 + 8 R}, \quad T_d = t_0 \frac{4}{11 + 2 R}.$$

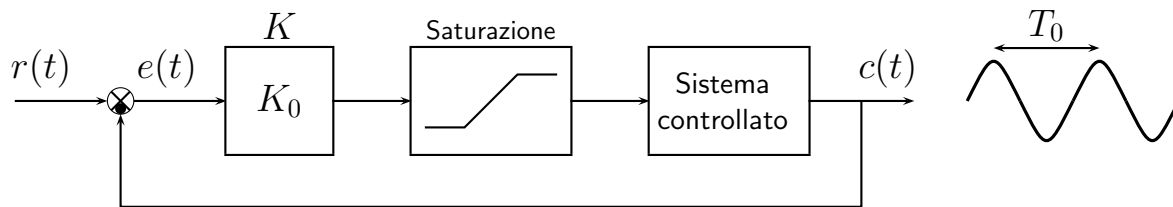
• I valori K'_p , T_i e T_d proposti da queste tabelle sono da considerarsi “*valori di primo tentativo*” e non “*valori ottimali*”.

• L'utilizzo di queste tabelle é sempre seguito da una “*taratura sul campo*” durante la quale i singoli parametri del controllore PID vengono leggermente modificati rispetto ai valori forniti dalle tabelle e si verifica “*sul campo*” se queste modifiche determinano o meno un miglioramento del comportamento dinamico del sistema retroazionato.

• In letteratura é possibile trovare molti modi diversi di tarare in modo qualitativo i parametri di un regolatore PID. Se la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema controllato non é nota, tutti questi metodi sono da considerarsi “*qualitativi*” e non necessariamente “*sicuri*” per quanto riguarda la stabilitá del sistema retroazionato.

Metodo della banda proporzionale di pendolazione

- La banda proporzionale di pendolazione è definita come il valore della banda proporzionale $1/K_0$ che, in assenza delle azioni integrale e derivativa, porta il sistema di regolazione in condizione di stabilità limite, cioè in oscillazione permanente.
- Il valore del guadagno limite K_0 si determina sperimentalmente utilizzando il seguente schema retroazionato:



- Il valore del guadagno K viene aumentato fino al valore limite K_0 in corrispondenza del quale il segnale di uscita $c(t)$ inizia a oscillare in modo periodico con periodo T_0 . La presenza della saturazione evita che il sistema retroazionato diverga se il valore limite K_0 del guadagno K viene superato.
- Determinati i valori K_0 e T_0 , per la taratura del regolatore PID é possibile utilizzare le seguenti formule, pure dovute a Ziegler e Nichols:
 1. Controllo P : $K'_p = 0.5 K_0$;
 2. Controllo PI : $K'_p = 0.45 K_0$, $T_i = 0.85 T_0$;
 3. Controllo PD : $K'_p = 0.5 K_0$, $T_d = 0.2 T_0$;
 4. Controllo PID : $K'_p = 0.6 K_0$, $T_i = 0.5 T_0$, $T_d = 0.12 T_0$.
- Se fosse nota la funzione di trasferimento $G(s)$ del "Sistema controllato", i valori K_0 e T_0 potrebbero essere calcolati esattamente nel seguente modo:

$$K_0 = K^*, \quad T_0 = \frac{2\pi}{\omega^*}$$

dove K^* e ω^* sono, rispettivamente, il guadagno limite e la pulsazione limite che si ottengono applicando il criterio di Routh alla funzione $G(s)$.

- La prova sperimentale descritta sopra ha proprio come obiettivo quello di determinare la posizione $-1/K_0$ e la frequenza $\omega^* = 2\pi/T_0$ in corrispondenza della quale la funzione $G(j\omega)$ interseca il semiasse reale negativo.