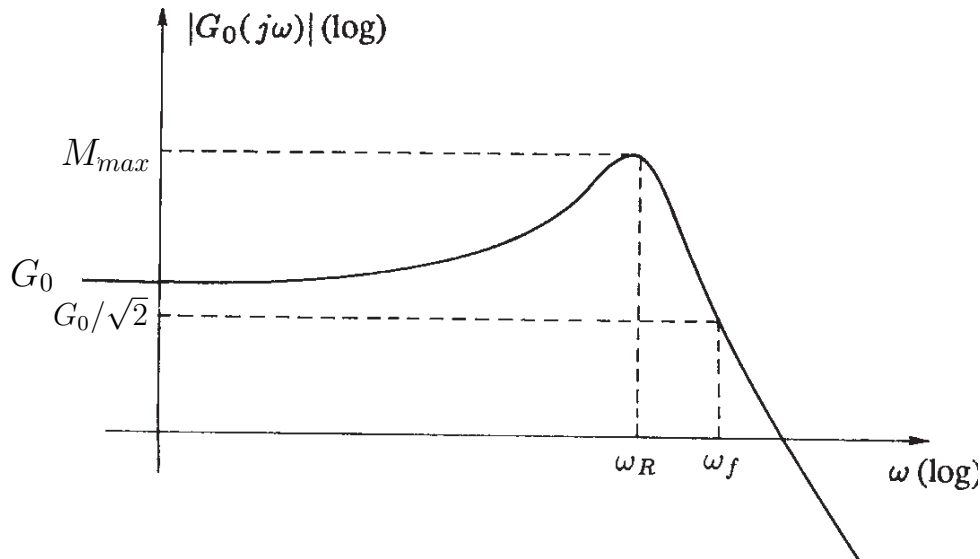


Larghezza di banda

L'andamento tipico del modulo della funzione di risposta armonica di un sistema in retroazione $G_0(s)$ è in genere analogo a quello di un sistema del secondo ordine, per la presenza di due poli dominanti complessi coniugati:



I parametri frequenziali più significativi che caratterizzano questo tipo di risposta sono:

1. *Pulsazione di risonanza* ω_R : pulsazione in corrispondenza della quale il modulo di $G_0(j\omega)$ assume il valore massimo;
2. *Picco di risonanza* M_R : rapporto fra il massimo modulo di $G_0(j\omega)$ e il valore statico $G_0(0)$;
3. *Banda passante o larghezza di banda* ω_f : pulsazione alla quale il modulo della risposta armonica è inferiore di 3 db rispetto al valore statico $G_0(0)$.

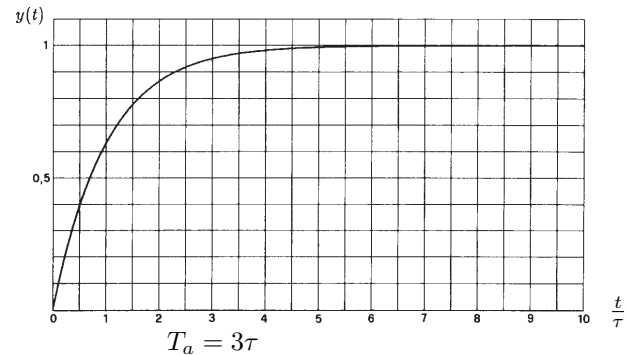
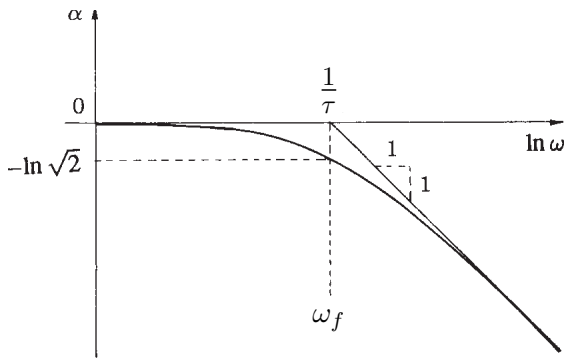
Le specifiche nel dominio della frequenza sono, naturalmente, correlate con quelle nel dominio del tempo. Tale correlazione però, nel caso di un sistema generico di ordine qualsiasi, non è facilmente esprimibile analiticamente.

La larghezza di banda ω_f di un sistema, oltre a definire le capacità filtranti del sistema stesso, fornisce anche un'indicazione "qualitativa" del *tempo di salita* T_s del sistema nel caso di risposta al gradino.

Per sistemi del primo ordine **in catena aperta**, il legame esistente tra larghezza di banda ω_f e tempo di salita T_s è chiaramente il seguente:

$$T_s \propto \frac{1}{\omega_f}$$

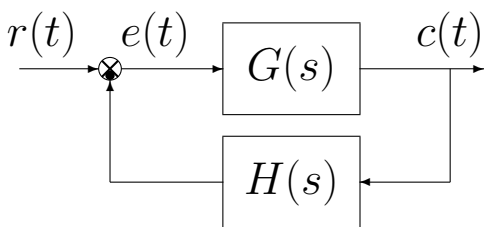
cioé, il tempo di salita T_s é inversamente proporzionale alla larghezza di banda.



Per sistemi del primo ordine, infatti, il tempo di salita T_s è proporzionale alla costante di tempo τ , mentre la larghezza di banda $\omega_f = \frac{1}{\tau}$ è inversamente proporzionale alla costante di tempo τ .

Da un punto di vista “qualitativo” si può affermare (anche per sistemi di ordine superiore) che maggiore è la larghezza di banda ω_f di un sistema, minore è il suo tempo di salita T_s nella risposta temporale al gradino.

Nei **sistemi retroazionati** con elevato guadagno di anello, la larghezza di banda ω_{f0} del sistema $G_0(s)$ può essere facilmente ricavata (in modo approssimato) conoscendo la funzione di risposta armonica (cioé i Diagrammi di Bode) del guadagno di anello $H(s)G(s)$.



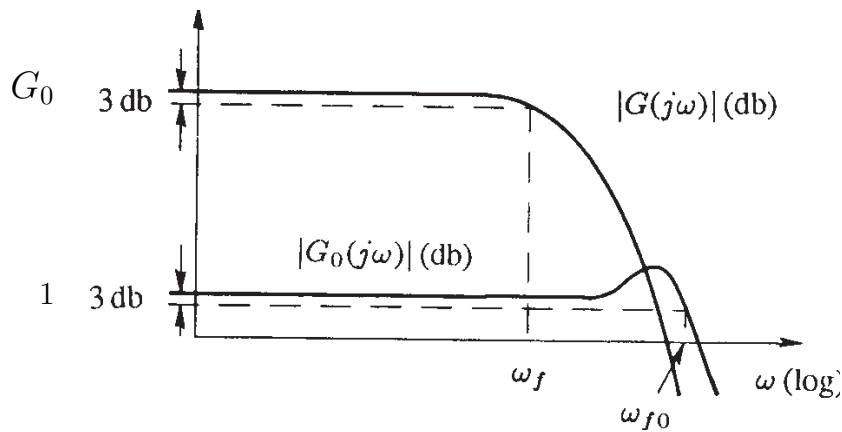
$$G_0(s) = \frac{G(s)}{1 + H(s)G(s)}$$

Si supponga, per esempio, che la funzione di trasferimento del percorso di segnale di retroazione sia reale: $H(s) = 1$. In tale ipotesi si può scrivere

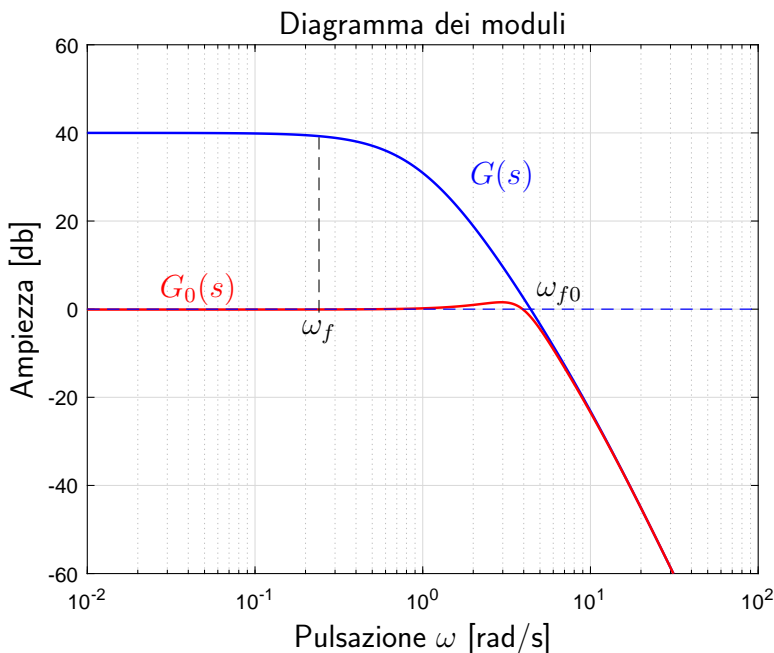
$$G_0(j\omega) = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)} \simeq \begin{cases} 1 & \text{if } |G(j\omega)| \gg 1 \\ G(j\omega) & \text{if } |G(j\omega)| \ll 1 \end{cases}$$

cioè la risposta armonica $G_0(j\omega)$ rimane pressoché costante al variare di ω , pur potendo subire la $G(j\omega)$ variazioni anche notevoli nella suddetta banda.

Diagrammi di risposta armonica del guadagno ad anello aperto $G(s)$ e del sistema in retroazione $G_0(s)$:



Esempio numerico:



$$G(s) = \frac{1000}{(s+1)^3(s+10)}$$

$$G_0(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)}$$

La banda passante del sistema in retroazione (da 0 a ω_{f0}) è maggiore di quella del sistema ad anello aperto (da 0 a ω_f). Poiché la banda passante comprende la pulsazione nulla, la larghezza di banda è data, nei due casi, da ω_{f0} e da ω_f .

