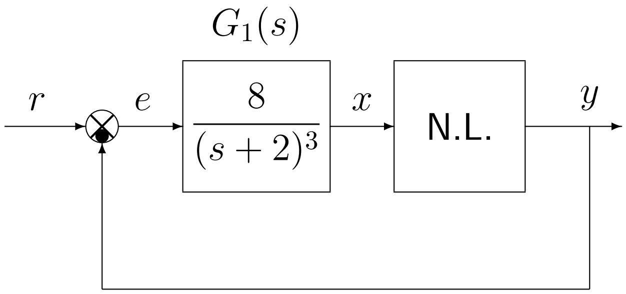
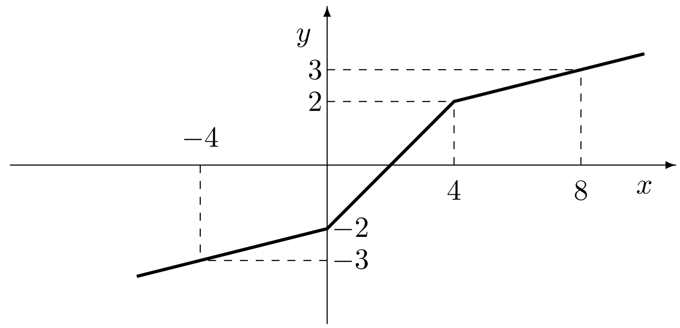
Esempio. Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





Utilizzando il criterio del cerchio, determinare se il punto di lavoro corrispondente all'ingresso costante $r = 0$ è asintoticamente stabile.

Soluzione. Il guadagno statico della funzione $G_1(s)$ è $K_1 = 1$. Essendo nullo l'ingresso, la retta di carico passa per l'origine ed ha pendenza -1

$$y = -x$$

Il punto di lavoro del sistema risulta quindi essere $(1, -1)$. Facendo riferimento a questo punto di lavoro, le pendenze α e β che caratterizzano il criterio del cerchio valgono

$$\alpha = \frac{1}{4}, \qquad \beta = 1$$

Il sistema $G_1(s)$ ha un diagramma di Nyquist regolare che interseca il semiasse negativo in

$$\sigma_0 = -\frac{1}{K^*} = -\frac{1}{8}, \qquad \omega_0 = \sqrt{12} = 2\tan\frac{\pi}{3}$$

Infatti, applicando il criterio di Routh

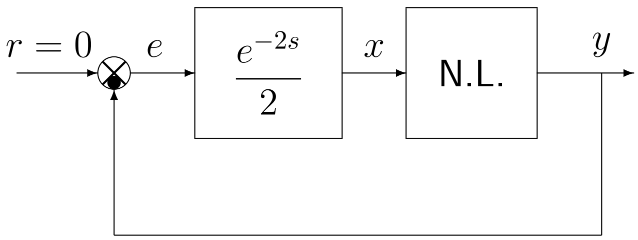
$$1 + K\frac{8}{(s+2)^3} = 0 \qquad \leftrightarrow \qquad s^3 + 6s^2 + 12s + 8 + 8K = 0$$

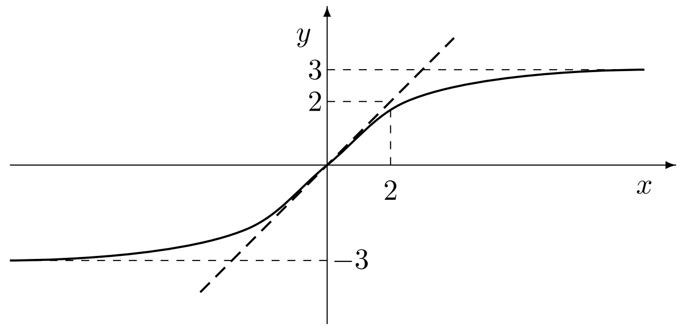
si ottiene:

$$\begin{array}{r|ll l}
3 & 1 & 12 & \rightarrow\ \omega^* = \sqrt{12} \\
2 & 6 & 8+8K & \\
1 & 64-8K & & \rightarrow\ K < 8 = K^* \\
0 & 8+8K & & \rightarrow\ K > -1
\end{array}$$

Essendo $K^* > \beta$, non vi è intersezione tra il cerchio critico e il diagramma di Nyquist per cui si può affermare che il punto di lavoro $(1, -1)$ è globalmente asintoticamente stabile.

Esempio. Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





Utilizzando il criterio del cerchio, determinare se il sistema retroazionato è stabile o meno.

Soluzione. Il sistema retroazionato è stabile. Infatti il diagramma polare del ritardo puro interseca il semiasse negativo in -0.5, mentre il cerchio limite, in questo caso, degenera in un semipiano delimitato da una retta verticale passante per -1.

La posizione relativa della funzione di risposta armonica del ritardo puro e del cerchio critico è la seguente: