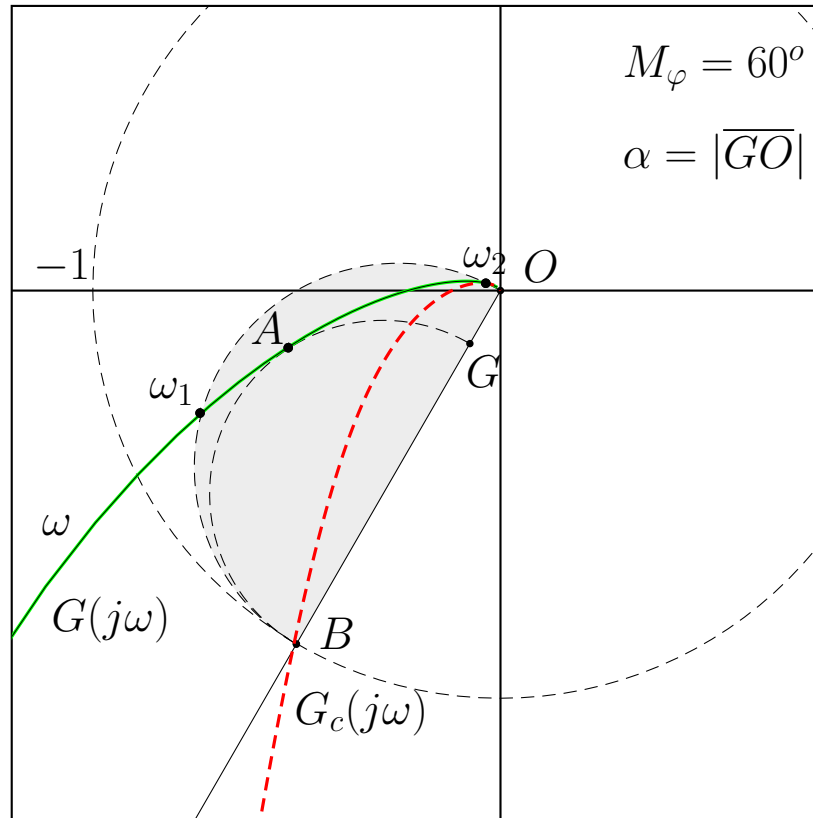


Sintesi sul piano di Nyquist

a) Sintesi di una rete anticipatrice. Specifica: margine di fase $M_\varphi = 60^\circ$.



- Sistema $G(s)$ e rete correttrice $C(s)$:

$$G(s) = \frac{25}{s(s+1)(s+10)}, \quad \rightarrow \quad C(s) = \frac{(1+0.806s)}{(1+0.117s)}$$

- Per portare il punto A

$$A = G(j\omega_A) = M_A e^{j\varphi_A}, \quad \rightarrow \quad M_A = 0.538 \quad \varphi_A = 194.9^\circ$$

nel punto B

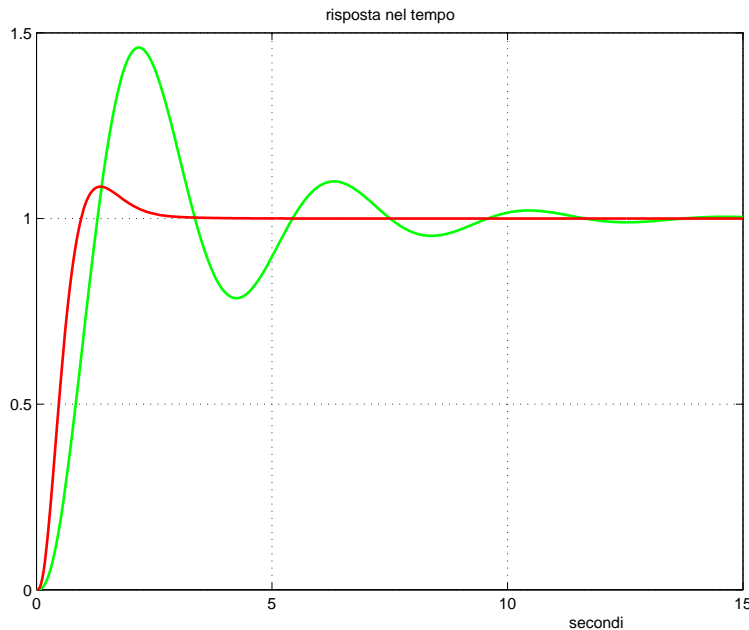
$$B = e^{j(\pi+M_\varphi)} \quad \rightarrow \quad M_B = 1, \quad \varphi_B = \pi + M_\varphi = 240^\circ$$

la rete anticipatrice deve amplificare e anticipare di

$$M = \frac{M_B}{M_A} = \frac{1}{0.538} = 1.8587, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = 45.1^\circ$$

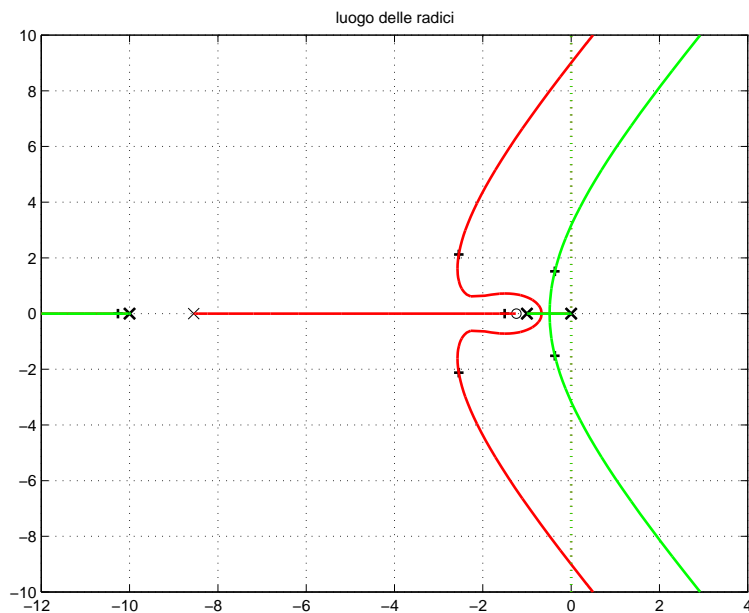
- Sostituendo i parametri M , φ e $\omega_A = 2.02$ nelle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri cercati: $\tau_1 = 0.806$ e $\tau_2 = 0.117$.

- Risposte temporali dei sistemi $G(s)$ e $C(s)G(s)$ retroazionati:



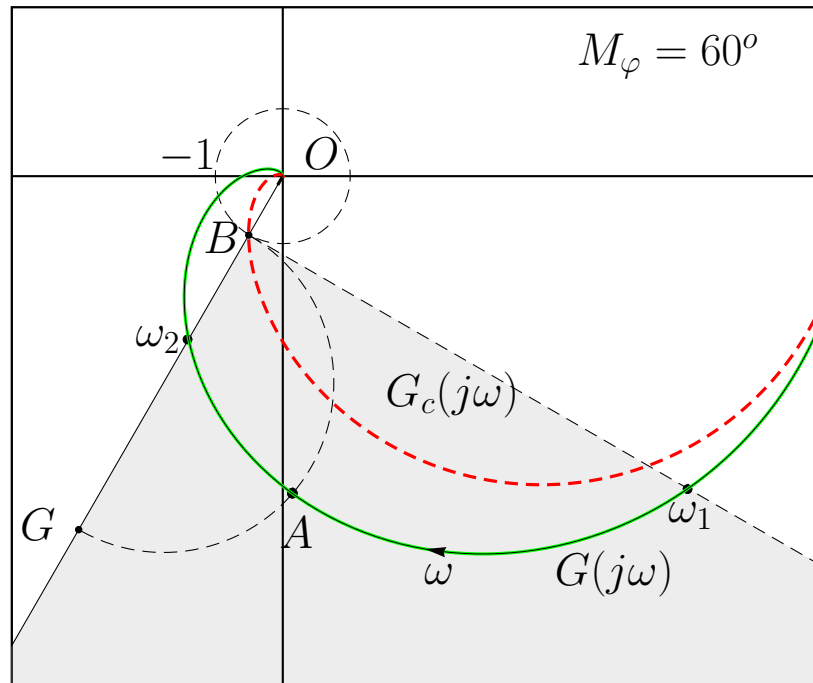
L'utilizzo di una rete anticipatrice ha migliorato sia il transitorio (diminuendo la sovraelongazione) che la prontezza del sistema (il tempo di salita è più basso).

- Il luogo delle radici dei due sistemi retroazionati:



La presenza della rete anticipatrice ha sensibilmente spostato verso il semipiano negativo i poli dominanti del sistema retroazionato.

b) Sintesi di una rete ritardatrice. Specifica: margine di fase: $M_\varphi = 60^\circ$.



- Sistema $G(s)$ e rete corretttrice $C(s)$:

$$G(s) = \frac{5000}{(s+1)(s+2)(s+10)(s+30)}, \quad \rightarrow \quad C(s) = \frac{(1+1.04s)}{(1+6.25s)}$$

- Per portare il punto A

$$A = G(j\omega_A) = M_A e^{j\varphi_A}, \quad \rightarrow \quad M_A = 4.672, \quad \varphi_A = 271.82^\circ$$

nel punto B

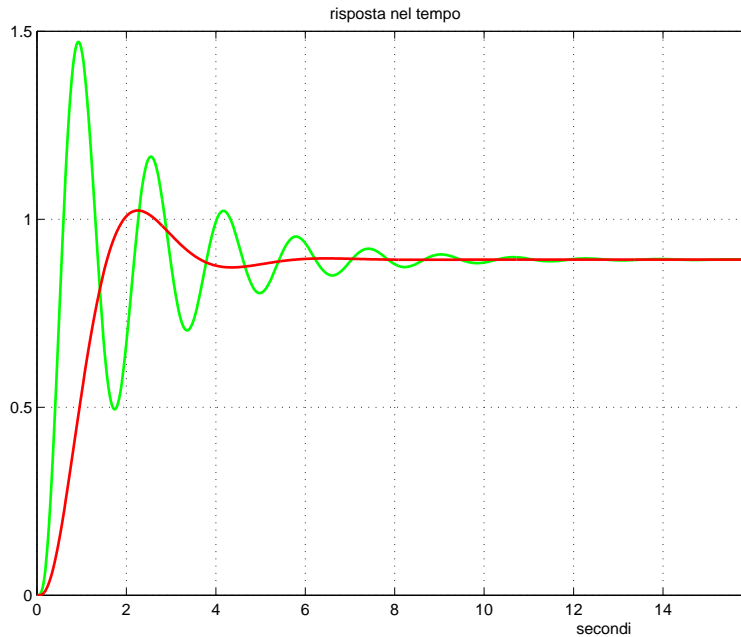
$$B = e^{j(\pi+M_\varphi)} \quad \rightarrow \quad M_B = 1, \quad \varphi_B = \pi + M_\varphi = 240^\circ$$

la rete corretttrice deve attenuare e ritardare di

$$M = \frac{M_B}{M_A} = \frac{1}{4.672} = 0.214, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = -31.82^\circ$$

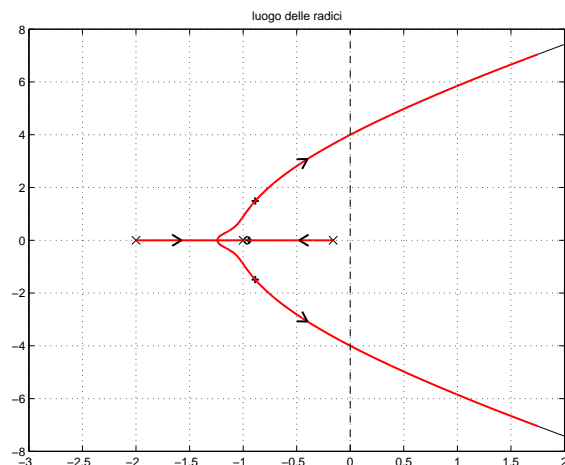
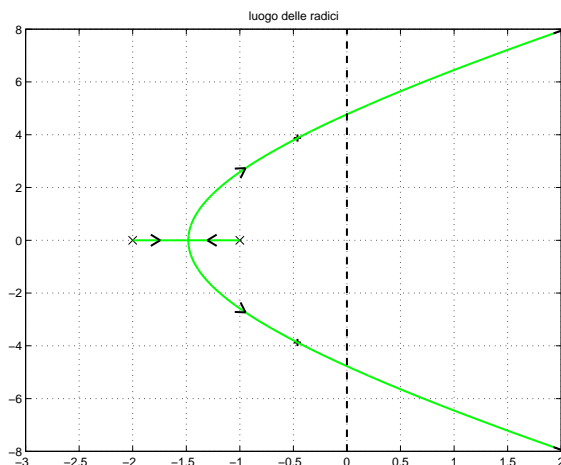
- Sostituendo i parametri M , φ e $\omega_A = 1.16$ nelle formule di inversione si ottengono i seguenti valori dei parametri cercati: $\tau_1 = 1.04$ e $\tau_2 = 6.25$.

- Risposte temporali dei sistemi $G(s)$ e $C(s)G(s)$ retroazionati:



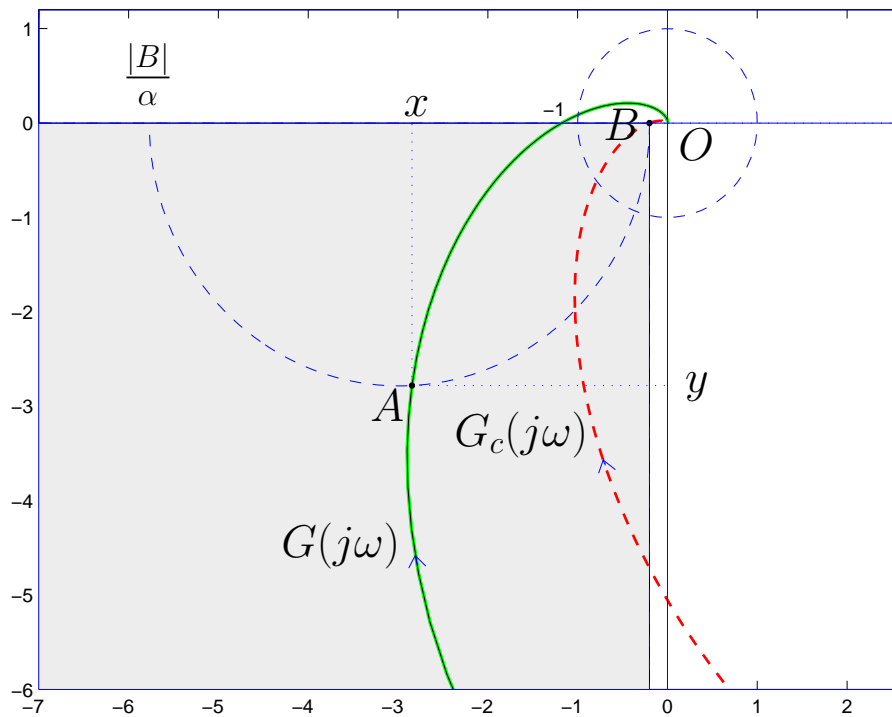
L'utilizzo di una rete ritardatrice ha migliorato il transitorio diminuendo la sovralongazione, però ha reso il sistema meno pronto (tempo di salita più elevato).

- Il luogo delle radici dei due sistemi retroazionati:



La presenza della rete corretttrice ha spostato verso il semipiano negativo i poli dominanti del sistema retroazionato aumentando contemporaneamente il coefficiente di smorzamento δ .

c) Sintesi di una rete ritardatrice. Specifica: margine di ampiezza $M_\alpha = 5$.



- Sistema $G(s)$ e rete corretttrice $C(s)$:

$$G(s) = \frac{10000}{(s+1)(s+2)(s+10)(s+30)}, \quad \rightarrow \quad C(s) = \frac{(1+0.396s)}{(1+11.42s)}$$

- Per portare il punto A

$$A = G(j\omega_A) = M_A e^{j\varphi_A} \quad \rightarrow \quad M_A = 3.978, \quad \varphi_A = 224.4^\circ$$

nel punto B

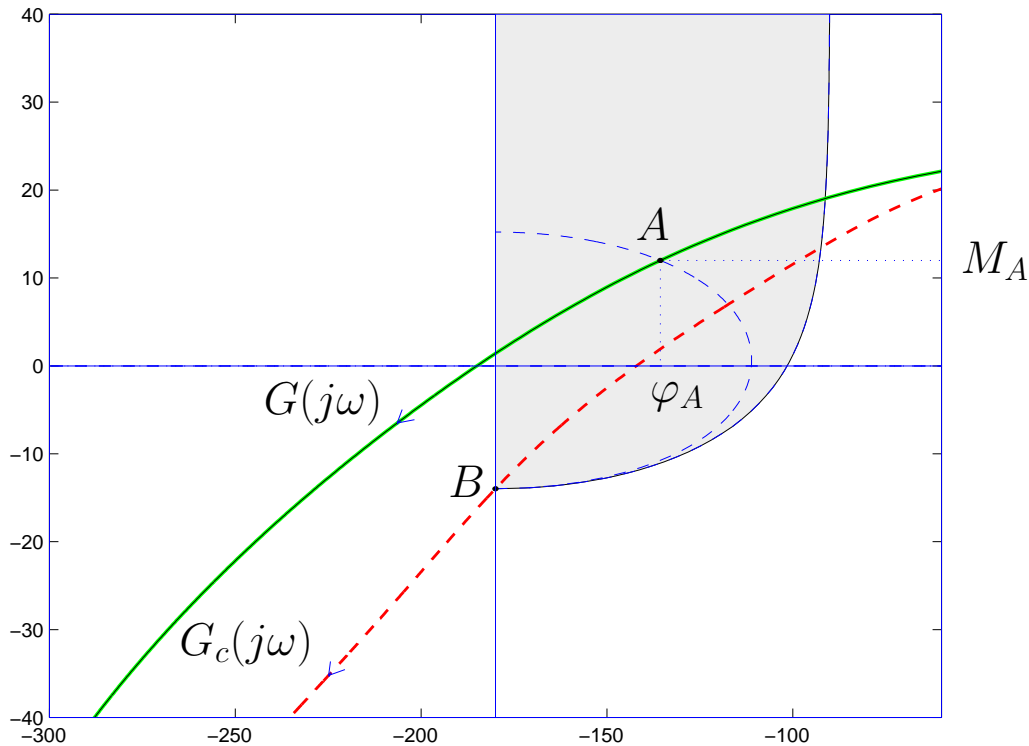
$$B = -\frac{1}{M_\alpha} \quad \rightarrow \quad M_B = \frac{1}{M_\alpha} = \frac{1}{5}, \quad \varphi_B = -\pi$$

la rete corretttrice deve attenuare e ritardare di

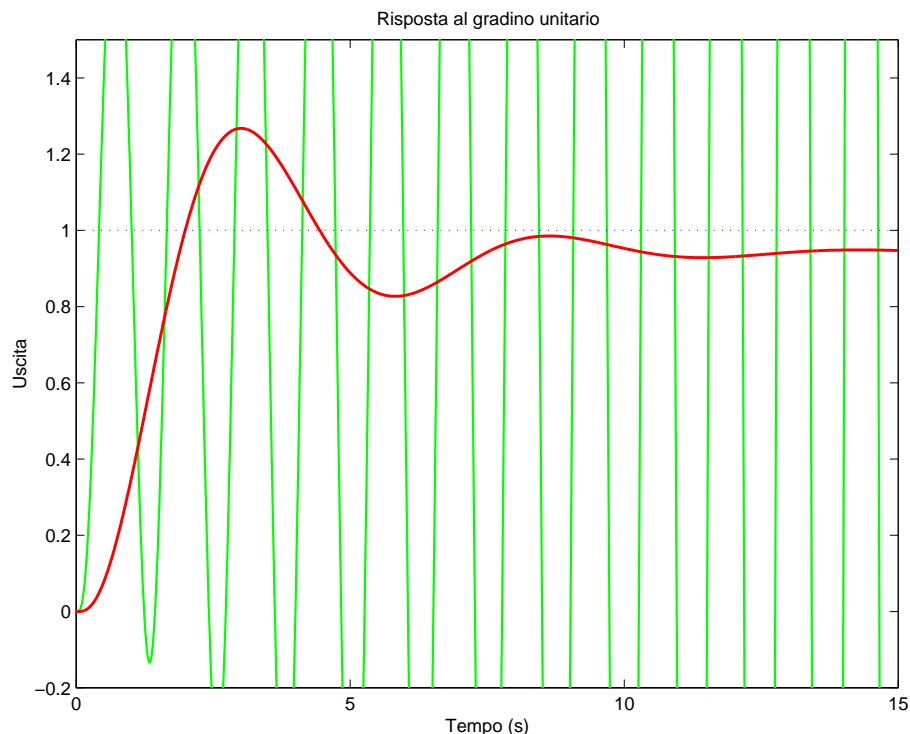
$$M = \frac{M_B}{M_A} = \frac{1}{M_A M_\alpha} = 0.0503, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = -44.4^\circ$$

- Sostituendo i parametri M , φ e $\omega_A = 2.4$ nelle formule di inversione si ottengono i seguenti valori dei parametri cercati: $\tau_1 = 0.396$ e $\tau_2 = 11.42$.

- La sintesi della stessa rete corretttrice poteva essere fatto anche sul piano di Nichols:

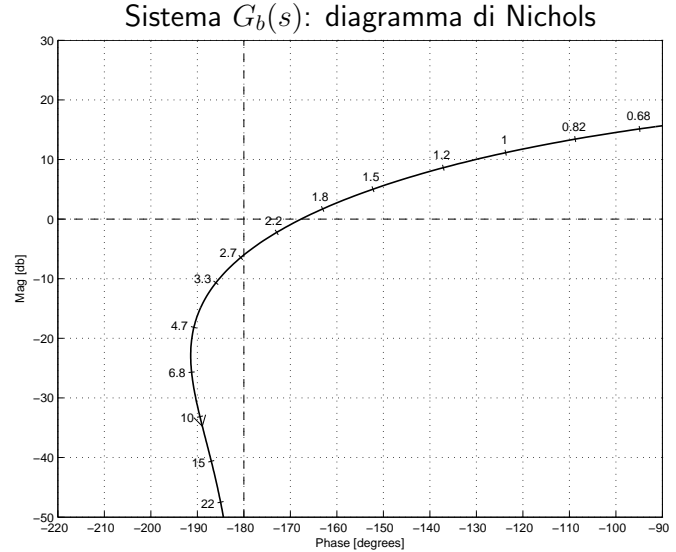
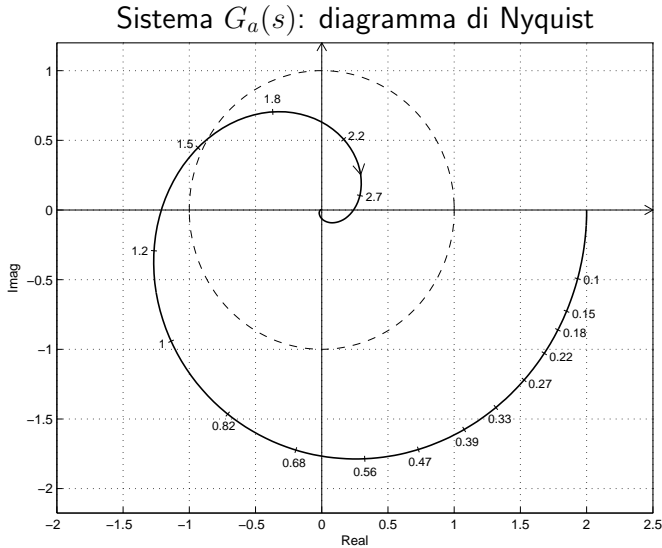


- Le risposte al gradino unitario del sistema retroazionato **senza** e **con** rete corretttrice sono le seguenti:



- Il sistema retroazionato, inizialmente instabile, viene stabilizzato utilizzando la rete corretttrice.

Esempio. Siano date le seguenti funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:



- 1) Per il sistema $G_a(s)$, progettare una rete correttiva $C(s)$ in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_a = 5$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

Soluzione. La specifica sul margine di ampiezza $M_a = 5$ definisce completamente la posizione del punto $B = M_B e^{j\varphi_B}$:

$$M_B = \frac{1}{M_a} = 0.2, \quad \varphi_B = -180^\circ$$

La regione ammissibile è mostrata in grigio in Fig. 1. Il punto $A = G_b(j\omega_A)$ scelto per la sintesi della rete correttiva è quello corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 1.2$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 1.3, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = -167^\circ.$$

Sostituendo i valori di M , φ e $\omega = \omega_A$ all'interno delle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 3.038$ e $\tau_2 = 20.46$ della rete correttiva $C_1(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 0.1539, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = -13^\circ \quad \rightarrow \quad C_1(s) = \frac{(1 + 3.038 s)}{(1 + 20.46 s)}.$$

Il diagramma di Myquist delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$ sono mostrati in Fig. 1.

- 2) Per il sistema $G_b(s)$ progettare una rete anticipatrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = 50^\circ$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

Soluzione. La posizione del punto $B = M_B e^{j\varphi_B}$ è completamente determinata dalla specifica di progetto: $M_B = 10$ db e $\varphi_B = -130^\circ$. La regione di ammissibilità è mostrata in grigio in Fig. 2. Il punto $A = G_a(j\omega_A)$ scelto per il progetto è quello corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 4.7$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 0.1237, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = -190.7^\circ.$$

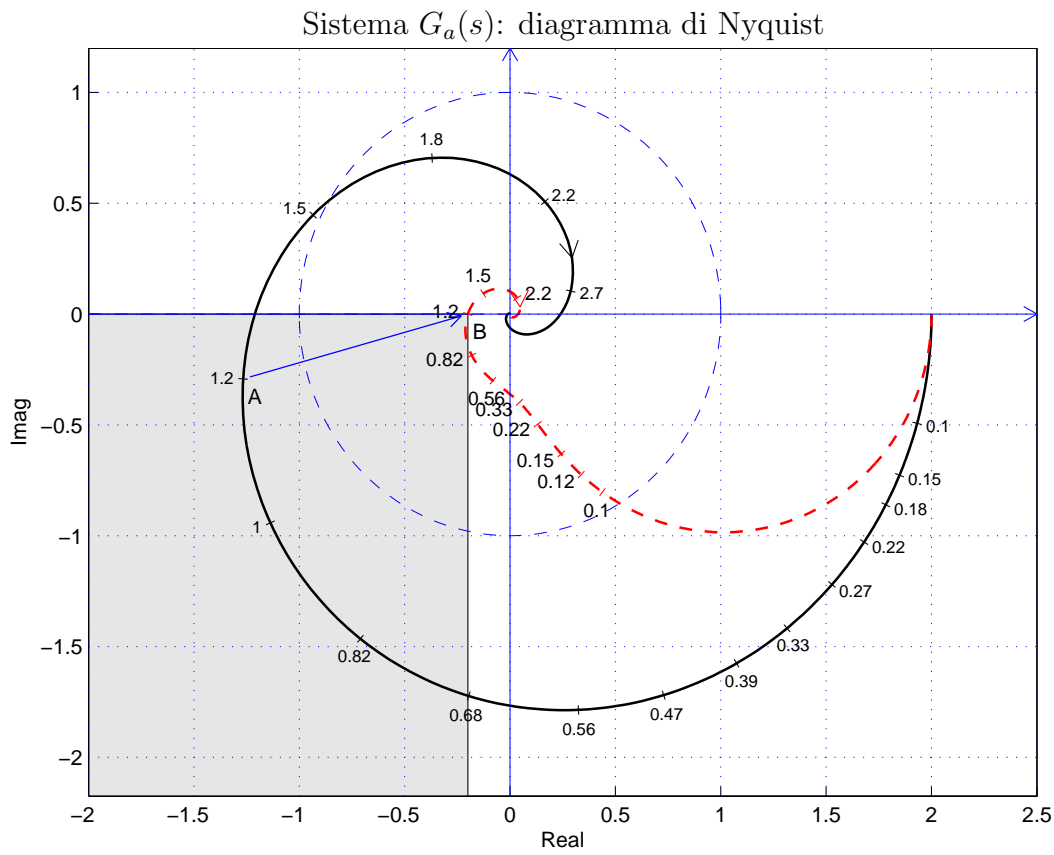


Figura 1: Diagrammi di Nyquist delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$.

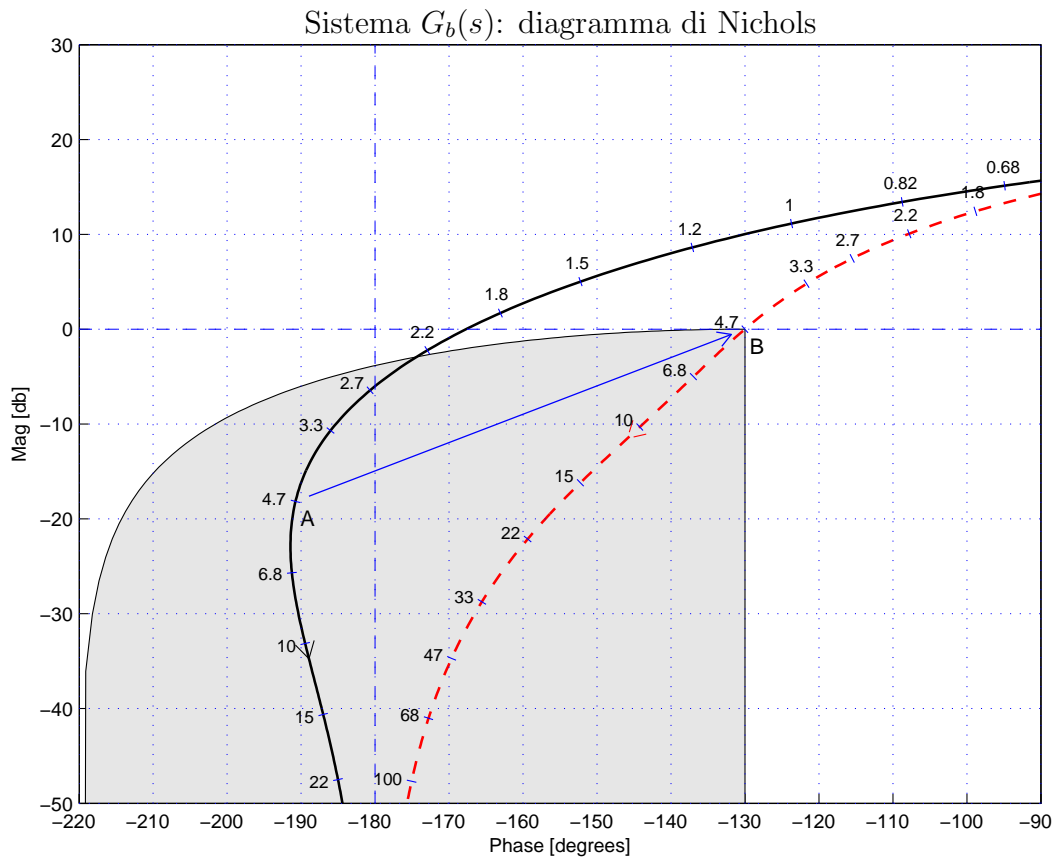


Figura 2: Diagrammi di Nichols delle funzioni $G_b(s)$ e $C_2(s)G_b(s)$.

Sostituendo i valori di M , φ e ω all'interno delle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 1.852$ e $\tau_2 = 0.08905$ della rete correttiva $C_2(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 8.084, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = 60.7^\circ \quad \rightarrow \quad C_2(s) = \frac{(1 + 1.852 s)}{(1 + 0.08905 s)}.$$

Il diagramma di Nyquist delle funzioni $G_b(s) C_2(s) G_b(s)$ sono mostrati in Fig. 2.

- 3) Sempre per il sistema $G_b(s)$ progettare una rete ritardatrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_a = 10$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

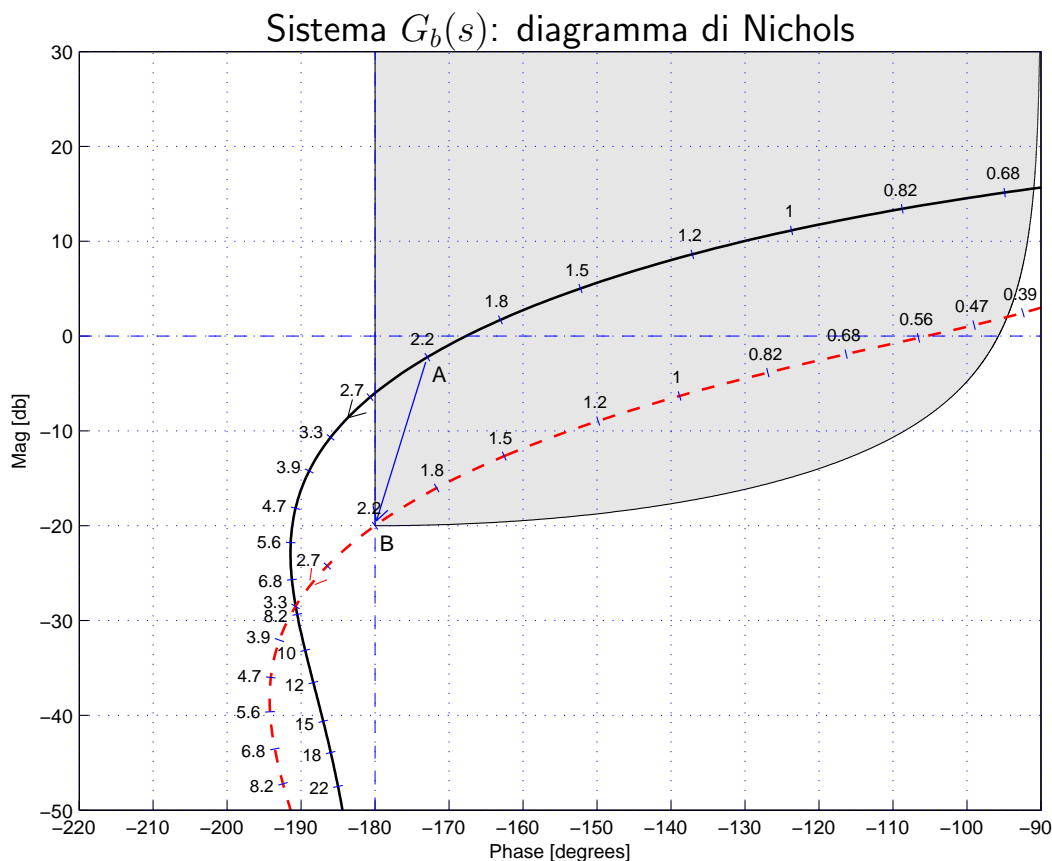
Soluzione. La specifica sul margine di ampiezza $M_a = 10$ definisce completamente la posizione del punto $B = M_B e^{j\varphi_B}$: $M_B = 0.1$ e $\varphi_B = -180^\circ$. La regione ammissibile è mostrata in grigio nella figura in calce. Il punto $A = G(j\omega_A)$ che deve essere portato in B è quello assegnato corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 2.2$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 0.774, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = -172.9^\circ.$$

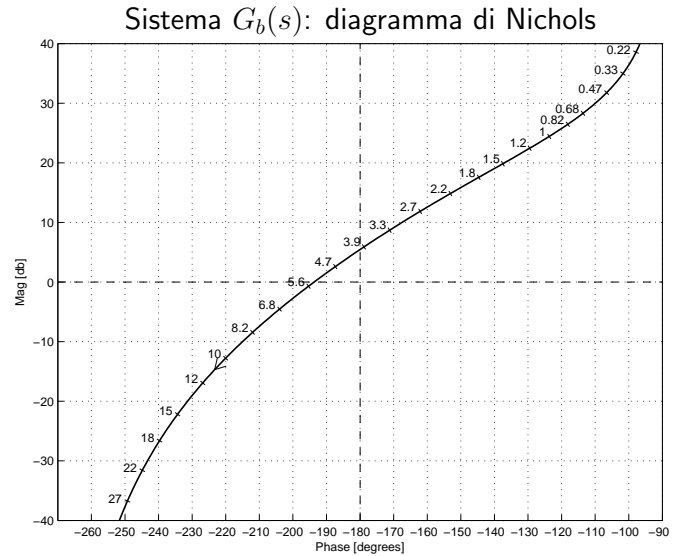
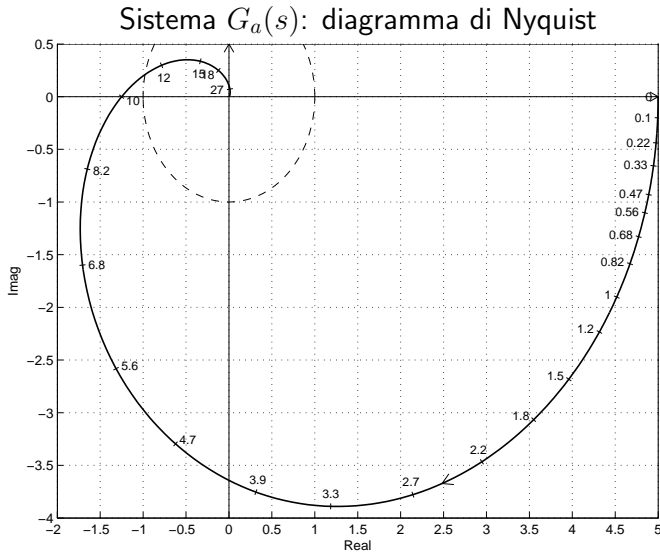
Sostituendo i valori di M , φ e ω all'interno delle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 1.852$ e $\tau_2 = 0.08905$ della rete correttiva $C_3(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_{A'}} = 0.1292, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_{A'} = -7.08^\circ \quad \rightarrow \quad C_3(s) = \frac{(1 + 3.183 s)}{(1 + 24.88 s)}.$$

I diagrammi di Nichols delle funzioni $G_b(s)$, $K G_b(s)$ e $K C_3(s) G_b(s)$ sono i seguenti:



Esempio. Siano date le seguenti funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:



- 1) Per il sistema $G_a(s)$, progettare una rete correttiva $C(s)$ in grado di far passare la funzione di risposta armonica del sistema $C(s)G_a(s)$ per il punto B caratterizzato dalle seguenti coordinate: $B = (-0.4, -0.4)$.

Soluzione. La specifica definisce completamente la posizione del punto $B = M_B e^{j\varphi_B}$:

$$M_B = \sqrt{0.4^2 + 0.4^2} = 0.5657, \quad \varphi_B = -135^\circ$$

La regione ammissibile è mostrata in grigio in Fig. 3.

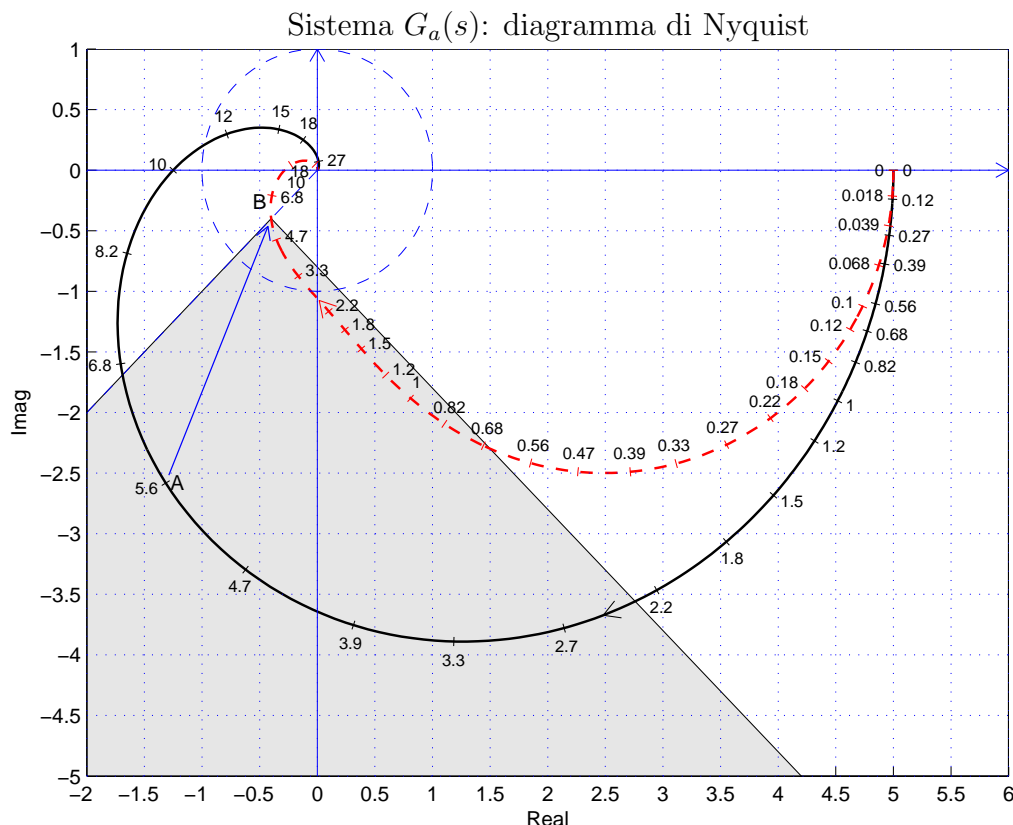


Figura 3: Diagrammi di Nyquist delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$.

Il punto $A = G_b(j\omega_A)$ scelto per la sintesi della rete corretttrice è quello corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 5.6$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 2.898, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = -117^\circ.$$

Sostituendo i valori di M , φ e $\omega = \omega_A$ all'interno delle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 0.4366$ e $\tau_2 = 2.41$ della rete corretttrice $C_1(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 0.1952, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = -18^\circ \quad \rightarrow \quad C_1(s) = \frac{(1 + 0.4366 s)}{(1 + 2.41 s)}.$$

Il diagramma di Myquist delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$ sono mostrati in Fig. 3.

- 2) Per il sistema $G_b(s)$, progettare i parametri K , τ_1 e τ_2 di una rete corretttrice $C(s) = K \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s}$ in modo da garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = 50^\circ$ e una larghezza di banda del sistema retroazionato $\omega_{f0} = 2.7$;

Soluzione. La specifica sul margine fase $M_\varphi = 50^\circ$ definisce completamente la posizione del punto $B = M_B e^{j\varphi_B}$: $M_B = 1$ e $\varphi_B = 230^\circ = -130^\circ$. La regione ammissibile è mostrata in grigio in Fig. 4.

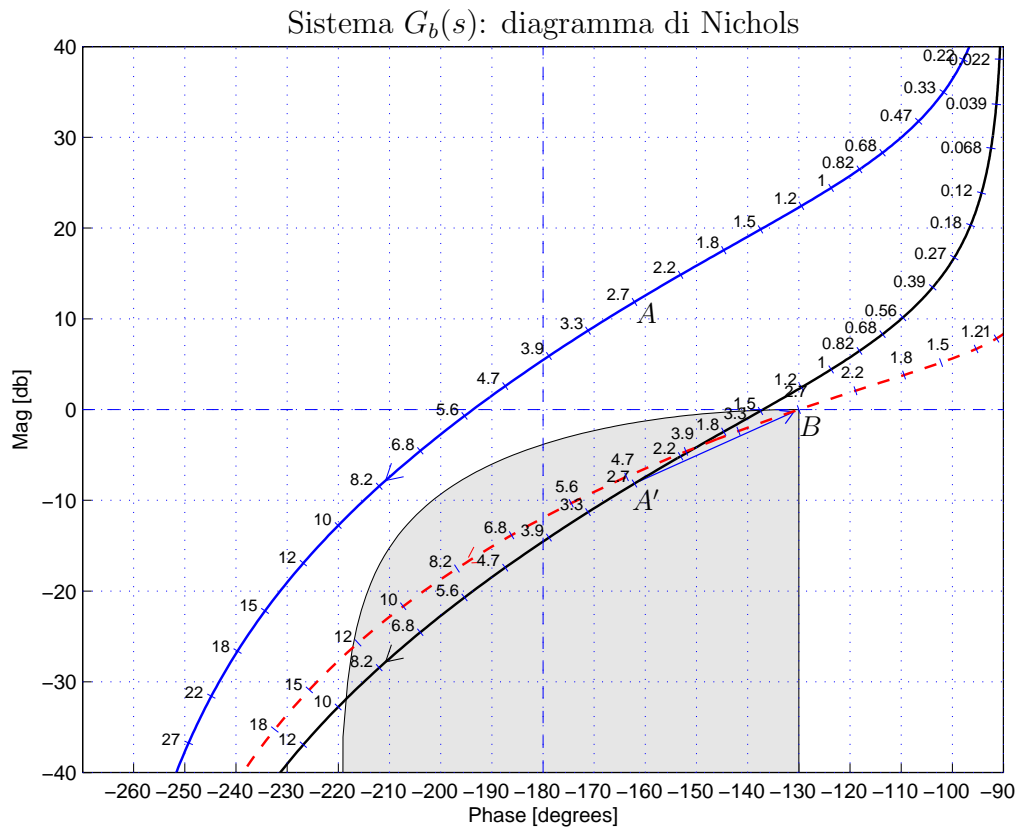


Figura 4: Diagrammi di Nichols delle funzioni $G_b(s)$, $K G_b(s)$ e $K C_3(s) G_b(s)$.

Il punto $A = G(j\omega_A)$ che deve essere portato in B è quello assegnato corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 2.7$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 3.917, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = -162.12^\circ.$$

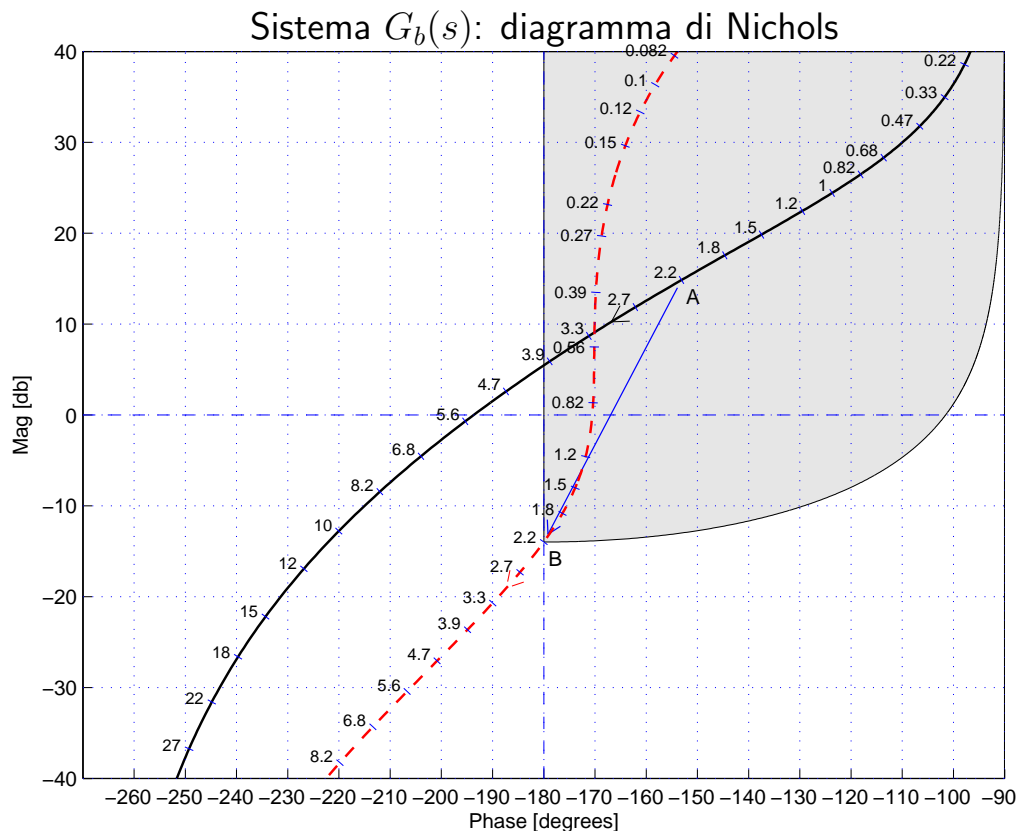
Tale punto può essere portato in B usando una rete anticipatrice solamente se il parametro K viene scelto in modo che il punto $A' = K A$ appartenga alla regione di ammissibilità. In questo caso si sceglie $K = 0.1$ e si ottiene $M_{A'} = 0.3917$. I valori di M e φ da usare nelle formule di inversione vanno ora calcolati utilizzando i punti A' e B :

$$M = \frac{M_B}{M_{A'}} = 2.5533, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_{A'} = 32.12^\circ \quad \rightarrow \quad C_3(s) = \frac{(1 + 1.189 s)}{(1 + 0.3171 s)}.$$

Sostituendo tali valori all'interno delle formule di inversione si ottengono i parametri $\tau_1 = 1.189$ e $\tau_2 = 0.3171$.

- 3) Per il sistema $G_b(s)$ progettare una rete ritardatrice in grado da garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_a = 5$.

Soluzione. La posizione del punto $B = M_B e^{j\varphi_B}$ è completamente determinata dalla specifica di progetto: $M_B = 1/M_a = 0.2 = 14$ db e $\varphi_B = -180^\circ$. La regione di ammissibilità è mostrata in grigio nella seguente figura:



Il punto $A = G_a(j\omega_A)$ scelto per il progetto è quello a pulsazione $\omega_A = 2.2$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 5.528, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = -153.1^\circ.$$

Sostituendo i valori di M , φ e ω all'interno delle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 0.8597$ e $\tau_2 = 26.87$ della rete corretttrice $C_2(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 0.0361, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = -26.9^\circ \quad \rightarrow \quad C_2(s) = \frac{(1 + 0.8597 s)}{(1 + 26.87 s)}.$$