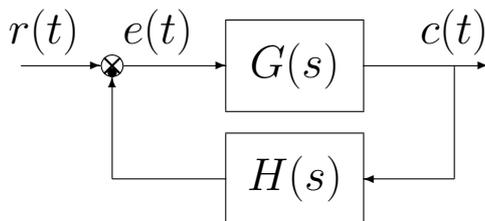


## Il criterio di Nyquist

- Il criterio di Nyquist consente di stabilire se un sistema, del quale si conosce la risposta armonica ad anello aperto, sia stabile o meno una volta chiuso in retroazione:



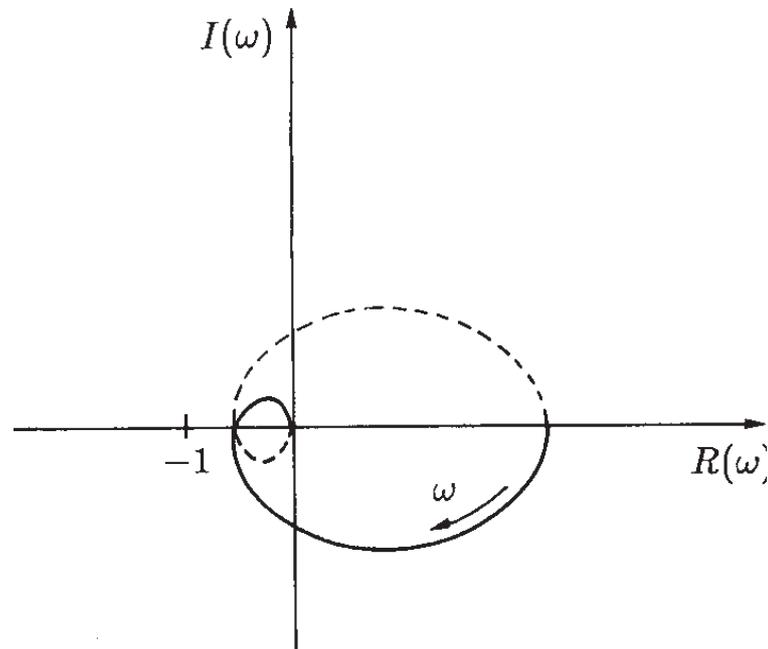
$$F(s) = G(s)H(s)$$

- Per la sua natura sostanzialmente grafica, esso risulta di notevole ausilio per il progettista perché, oltre a fornire indicazione sulla stabilità del sistema in retroazione costituisce anche un'utile guida per giudicare dell'efficacia di possibili interventi che migliorino il comportamento dinamico del sistema in retroazione.
- **Criterio di Nyquist: sistemi stabili ad anello aperto.** *Nell'ipotesi che la funzione guadagno di anello  $F(s)$  abbia tutti i poli a parte reale negativa, eccezion fatta per un eventuale polo nullo semplice o doppio, condizione necessaria e sufficiente perché il sistema in retroazione sia asintoticamente stabile è che il diagramma polare completo della funzione  $F(j\omega)$  non circonda né tocchi il punto critico  $-1+j0$ .*
- Il criterio di Nyquist fa riferimento ai diagrammi polari "completi, cioè tracciati per  $\omega$  variabile da  $-\infty$  a  $+\infty$ . Essendo

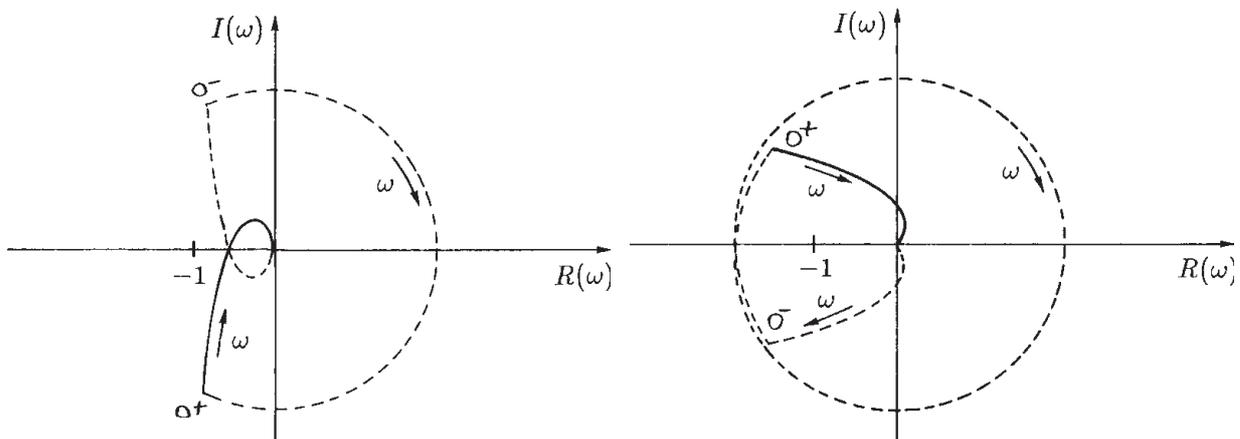
$$F(-j\omega) = F^*(j\omega)$$

il diagramma per pulsazioni negative si ottiene per ribaltamento intorno all'asse delle ascisse di quello tracciato per pulsazioni positive.

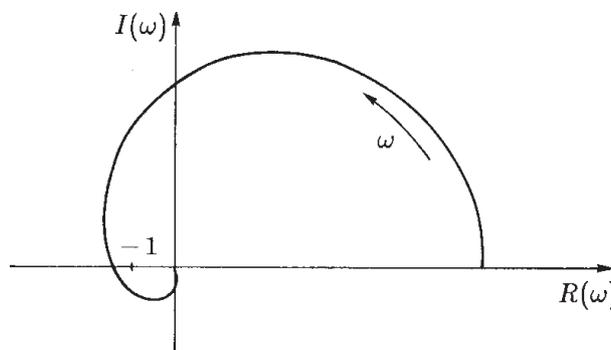
- Nel caso di un sistema di tipo 0, il diagramma polare completo è una curva chiusa;



- Nei casi di sistemi di tipo 1 o di tipo 2 (che presentano rami all'infinito) si conviene di completare i diagrammi, rispettivamente, con una semicirconferenza e con una circonferenza all'infinito percorsa in senso orario che parte da  $\omega = 0^-$  ed arriva ad  $\omega = 0_+$

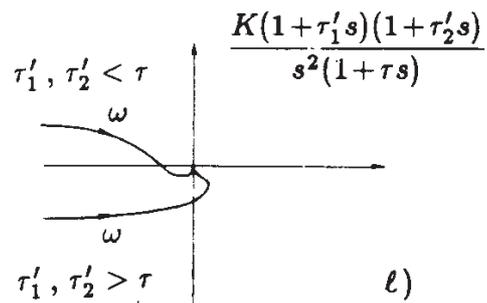
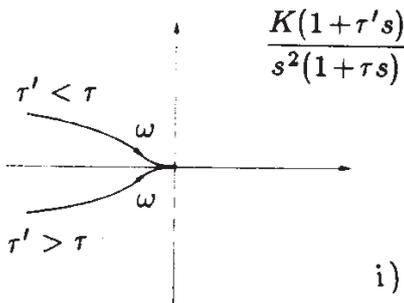
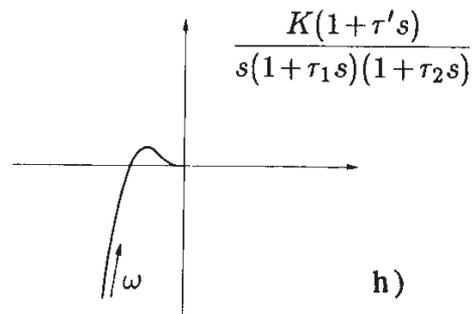
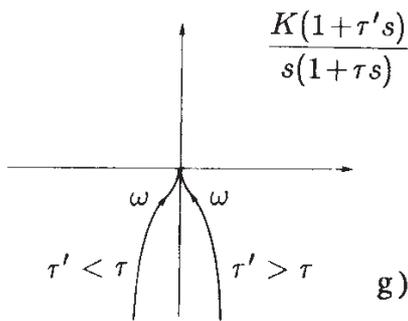
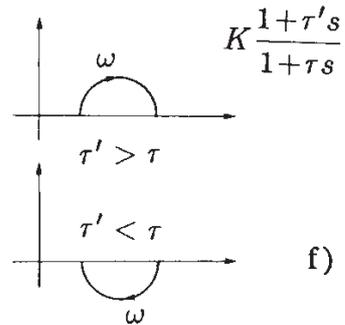
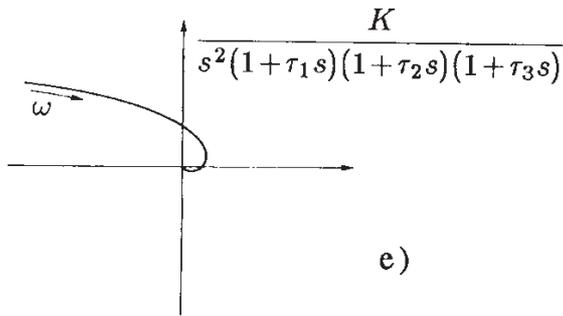
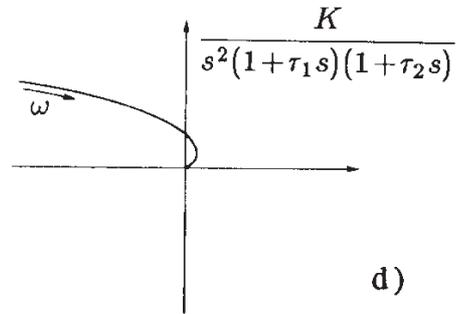
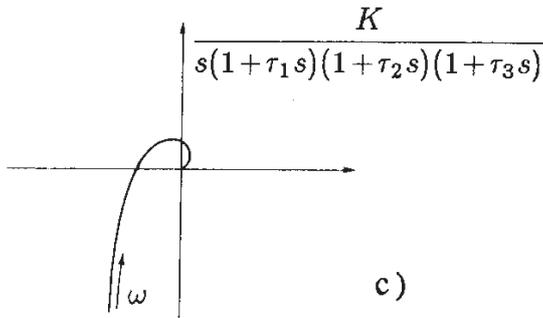
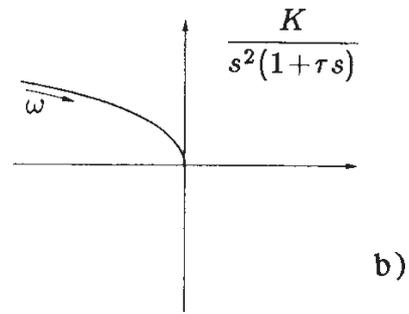
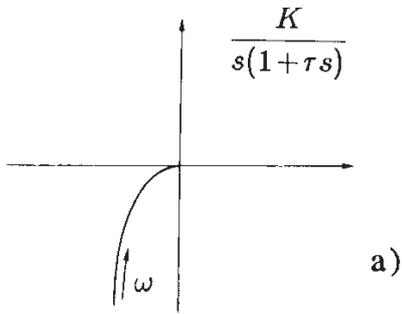


- Il precedente enunciato del criterio di Nyquist è quello che copre la maggior parte dei casi di interesse. Si può dare tuttavia il seguente enunciato più generale, che si applica anche al caso in cui il sistema in esame sia instabile ad anello aperto.
- **Criterio di Nyquist: sistemi instabili ad anello aperto, con un eventuale polo nell'origine semplice o doppio.** *Nell'ipotesi che la funzione guadagno di anello  $F(s)$  non presenti poli immaginari, eccezion fatta per un eventuale polo nullo semplice o doppio, condizione necessaria e sufficiente perché il sistema in retroazione sia asintoticamente stabile è che il diagramma polare completo della funzione  $F(j\omega)$  circonda il punto critico  $-1+j0$  tante volte in senso antiorario quanti sono i poli di  $F(s)$  con parte reale positiva.*
- Ogni giro in meno in senso antiorario o ogni giro in più in senso orario corrisponde alla presenza, nel sistema in retroazione, di un polo con parte reale positiva.
- **Esempio** Si consideri un sistema in retroazione:



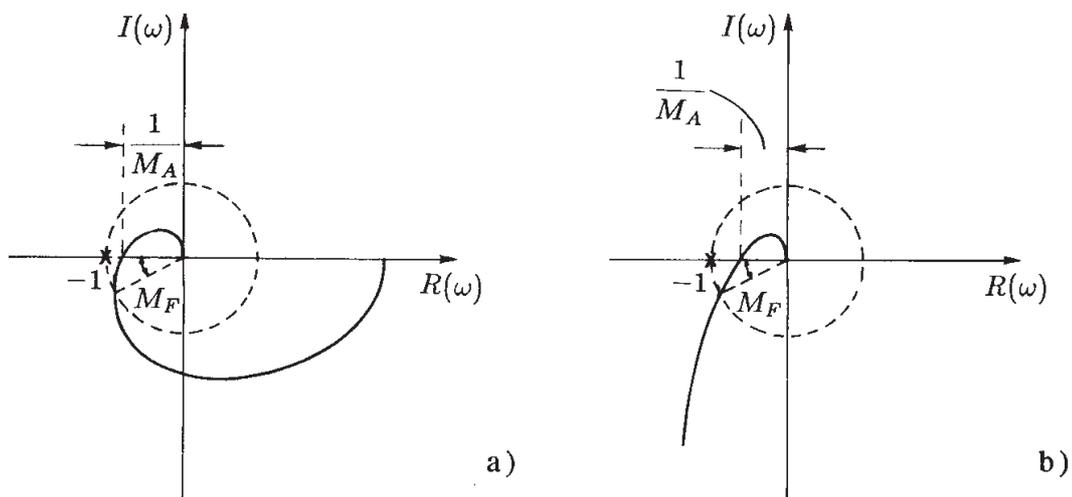
$$F(s) = \frac{K(1 + \tau s)}{(1 - \tau_1 s)(1 - \tau_2 s)}$$

Se il punto critico viene circondato (due volte in senso antiorario), il che avviene per valori elevati della costante  $K$ , il sistema in retroazione è stabile, dato che il guadagno di anello presenta due poli con parte reale positiva. Se invece il punto critico non viene circondato, il che avviene per valori relativamente bassi della costante  $K$ , il sistema in retroazione è instabile.



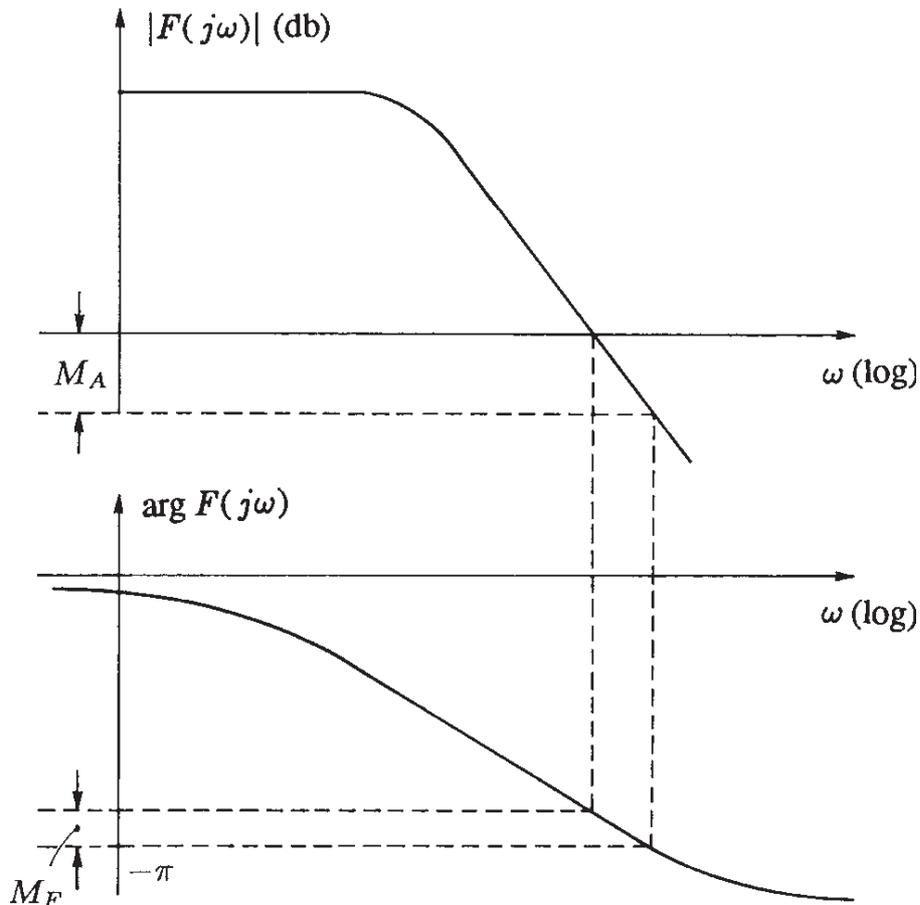
## Margini di ampiezza e di fase

- Quando il diagramma di Nyquist di un sistema in retroazione ha un andamento regolare, con ampiezza funzione monotona decrescente della pulsazione  $\omega$ , si può dedurre da esso informazione non solo sulla stabilità del sistema, ma anche sulla sua maggiore o minore criticità o tendenza all'instabilità.
- È infatti evidente che, quanto più il diagramma di Nyquist di un sistema stabile ad anello aperto si svolge lontano dal punto critico, tanto più lontano dall'instabilità è il sistema: la vicinanza del diagramma di Nyquist al punto critico è normalmente associata ad un comportamento dinamico non soddisfacente.



- Per quantificare la “distanza di  $G(j\omega)$  dal punto critico  $-1$ , si utilizzano due parametri, detti *margini di stabilità*, che misurano la cosiddetta “stabilità relativa” dei sistemi in retroazione:
  - Margine di ampiezza  $M_A$ : è l'inverso del modulo del guadagno di anello alla pulsazione corrispondente alla fase  $-\pi$  ;
  - Margine di fase  $M_F$ : è l'angolo che occorre sottrarre alla fase (normalmente negativa) del guadagno di anello alla pulsazione corrispondente al valore unitario del modulo (detta *pulsazione di intersezione o di incrocio*) per ottenere il valore  $-\pi$ .

- Margini di ampiezza e fase nei diagrammi di Bode



- Margini di ampiezza e fase nei diagrammi di Nichols

