Compito scritto di Controlli Automatici del 28 Giugno 2021

Domande a risposta multipla

Si risponda alle seguenti domande a risposta multipla. Almeno una delle risposte é vera. Per ciascuna domanda riportare sul foglio delle risposte le lettere di tutte le riposte che si ritengono vere.

1. Il metodo della Trasformata di Laplace nella risoluzione di equazioni differenziali lineari a parametri concentrati

   A. permette di calcolare la risposta libera del sistema

   B. permette di calcolare la risposta forzata del sistema

   C. può essere utilizzato anche nel caso di equazioni tempo varianti

   D. può essere utilizzato solo nel caso di equazioni tempo invarianti

2. Il teorema del valore iniziale applicato alla funzione $F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$ afferma che:

   A. $\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} F(s)$

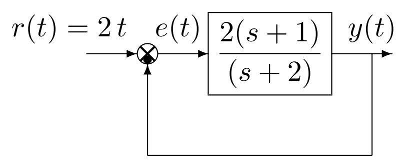
   B. $\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} s\,F(s)$

   C. $\lim_{t\to 0^+} f(t) = \lim_{s\to\infty} F(s)$

   D. $\lim_{t\to 0^+} f(t) = \lim_{s\to\infty} s\,F(s)$

3. Sia dato il sistema retroazionato mostrato in figura.

   L'errore a regime $e(\infty)$ della variabile $e(t)$ quando $t \to \infty$ é:



   A. $e(\infty) = 0$

   B. $e(\infty) = 1$

   C. $e(\infty) = 2$

   D. $e(\infty) = \infty$

4. Siano $M_0 = G(j0)$ ed $M_1 = \max_\omega |G(j\omega)|$, rispettivamente, il guadagno statico e il valore massimo del modulo della funzione di risposta armonica del sistema lineare stabile $G(s)$. Il picco di risonanza M_R del sistema $G(s)$ è definito

   A. $M_R = M_1$

   B. $M_R = \frac{M_1}{M_0}$

   C. $M_R = \sqrt{M_1 M_0}$

   D. $M_R = M_1 - M_0$ (valori espressi in db)

5. L'istante di massima sovraelongazione T_m della risposta al gradino di un sistema lineare del 2° ordine, stabile, privo di zeri e caratterizzato da due poli complessi coniugati $p_{1,2} = -\sigma \pm j\omega$ è
   - A. $T_m = \frac{\pi}{\sigma}$
   - B. $T_m = \frac{\pi}{\omega}$
   - C. $T_m = \frac{1}{\omega_n\sqrt{1-\delta^2}}$
   - D. $T_m = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\delta^2}}$
6. Il sistema $G(s)$, supposto a fase minima e privo di zeri, ha un diagramma di Bode delle ampiezze che interseca l'asse a guadagno unitario nel punto centrale di un tratto a pendenza -1. Una stima del margine di fase M_φ del sistema è la seguente
   - A. $M_\varphi \simeq \frac{\pi}{4}$
   - B. $M_\varphi \simeq \frac{\pi}{2}$
   - C. $M_\varphi \simeq -\frac{\pi}{4}$
   - D. $M_\varphi \simeq -\frac{\pi}{2}$
7. Se i coefficienti dell'equazione caratteristica di un sistema retroazionato sono tutti positivi, allora è possibile affermare che il sistema retroazionato
   - A. è stabile
   - B. è instabile
   - C. può essere stabile
   - D. può essere instabile
8. La funzione descrittiva $F(X)$ di un relè con soglia
   - A. è nulla per valori sufficientemente piccoli di X
   - B. è costante (> 0) per valori sufficientemente piccoli di X
   - C. tende a zero per valori sufficientemente grandi di X
   - D. è costante (> 0) per valori sufficientemente grandi di X
9. Sul piano z i luoghi dei punti a coefficiente di smorzamento δ costante
   - A. sono circonferenze centrate in $z = 1$
   - B. sono circonferenze centrate nell'origine
   - C. sono tratti di spirali decrescenti verso l'origine
   - D. nessuna delle precedenti
10. Il valore a regime $x(\infty) = \lim_{k\to\infty} x(k)$ della sequenza $x(k)$ corrispondente alla funzione discreta $X(z) = \frac{1-0.2\,z^{-1}}{1-0.5\,z^{-1}}$
    - A. è nullo $x(\infty) = 0$
    - B. è finito e vale $x(\infty) = 1$
    - C. è finito e vale $x(\infty) = 1.6$
    - D. è infinito: $x(\infty) = \infty$

Domande dirette

Si risponda alle seguenti domande dirette. Per ciascuna domanda riportare sul foglio delle risposte la corrispondente risposta.

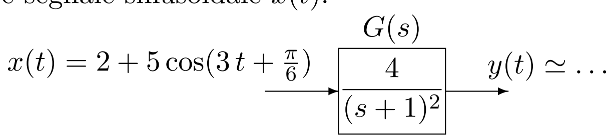
11. Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ del seguente segnale temporale $x(t)$:

$$X(s) = \mathcal{L}[x(t)] = \mathcal{L}\left[4\,\delta(t) + 2\,t^3 e^{2\,t} + 5\,\sin(4t)\,e^{-3\,t}\right] = \dots$$

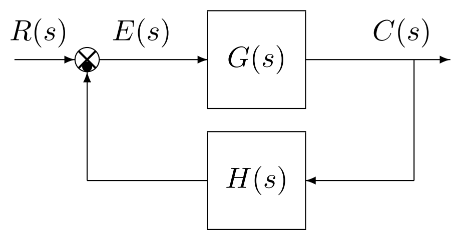
12. Calcolare la trasformata di Laplace inversa $g(t)$ delle seguente funzione di trasferimento $G(s)$:

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[G(s)\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{3}{s} + \frac{18}{s^2(s+3)}\right] = \dots$$

13. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ mostrato in figura quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:



14. Si consideri il sistema retroazionato riportato di fianco. Scrivere la funzione $K(s)$ che lega la variazione relativa del sistema $G(s)$ alla variazione relativa del sistema retroazionato $G_0(s)$ quando varia un parametro α interno alla funzione di trasferimento $G(s)$:

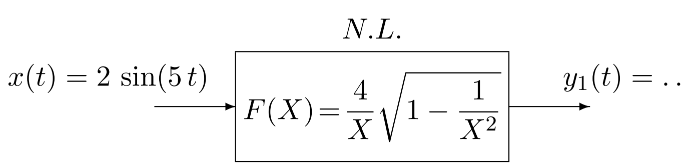


$$\frac{\Delta G_0(s)}{G_0(s)} = K(s)\,\frac{\Delta G(s)}{G(s)} \qquad\qquad K(s) = \dots$$

15. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s+5)^2\,e^{-2\,s}}{(s+1)(s^2+3)} \qquad \rightarrow \qquad M(\omega) = \dots$$

16. Sia $x(t) = 2\,\sin(5\,t)$ un segnale periodico posto in ingresso ad un elemento non lineare N.L. caratterizzato da una funzione descrittiva $F(X) = \frac{4}{X}\sqrt{1 - \frac{1}{X^2}}$. Indicare qual è l'andamento temporale della fondamentale $y_1(t)$ del segnale periodico che a regime si ha all'uscita del blocco non lineare:



17. Scrivere, in funzione dei segnali $x(t)$ e $y(t)$, l'equazione differenziale corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{(s+1)^2}{s(s+2)(s+3)} \qquad \rightarrow \qquad \ldots$$

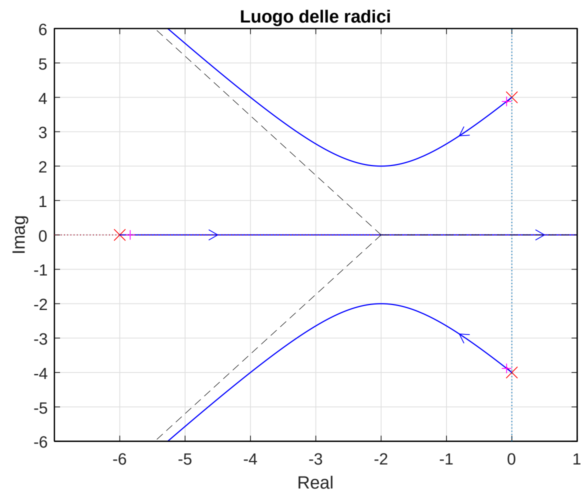
18. Calcolare la Z-trasformata inversa $y(n)$ della seguente funzione discreta $Y(z)$ è

$$Y(z) = \frac{z^2}{(z-0.5)(z-1)} \qquad \rightarrow \qquad y(n) = \ldots$$

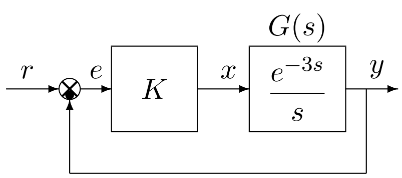
19. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema $G(s) = \frac{-8}{(s+6)(s^2+16)}$ al variare del parametro $K > 0$.

    Calcolare per quali valori del parametro K il sistema $K\,G(s)$ risulta essere asintoticamente stabile:

$$\ldots < K < \ldots$$



20. Sia dato il seguente sistema retroazionato. Scrivere per quali valori del parametro K il sistema retroazionato é asintoticamente stabile.



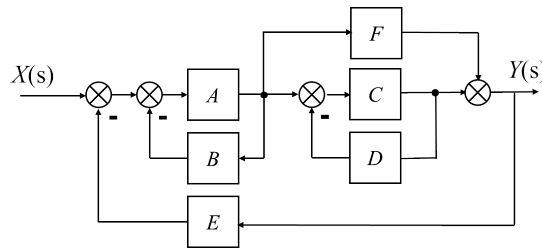
$$\ldots < K < \ldots$$

Esercizi

Si svolgano i seguenti esercizi. La risposta di ciascun esercizio deve essere riportata sul foglio delle risposte nella sezione specificatamente riservata al corrispondente esercizo.

21. **(Mason)** Relativamente allo schema a blocchi mostrato in figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G_1(s) = \ldots$



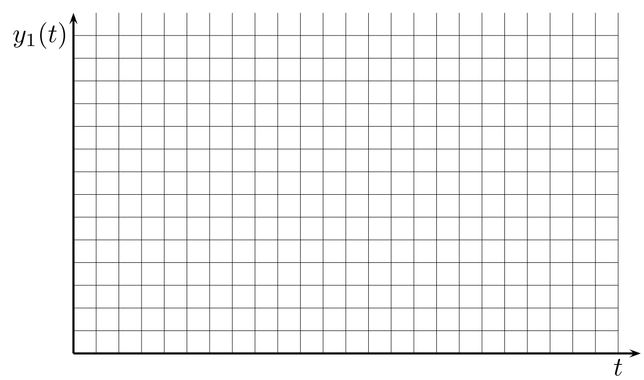
22. **(Risposta al gradino)**

Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{120(4 + 0.1s)(s^2 + 30s + 60^2)}{(s + 12)(0.3s + 2)(s^2 + 6s + 16)(s^2 + 0.4s + 36)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$



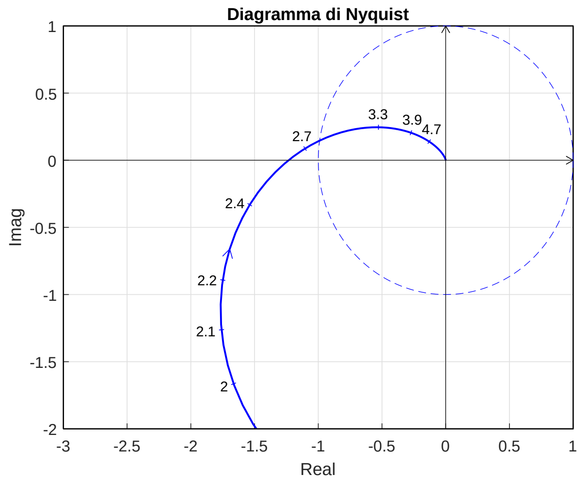
23. **(Margini di stabilitá)** Sia data la funzione di risposta armonica, riportata in figura, di un sistema $G(s)$ a fase minima. Nei limiti della precisione consentita dal grafico, calcolare:

a) il margine di ampiezza M_α del sistema;

b) il margine di fase M_φ del sistema;

c) il guadagno K_φ per cui la funzione $K_\varphi\, G(j\omega)$ passa per il punto $B = (-0.5, -0.5)$;

d) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\, G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 4$;



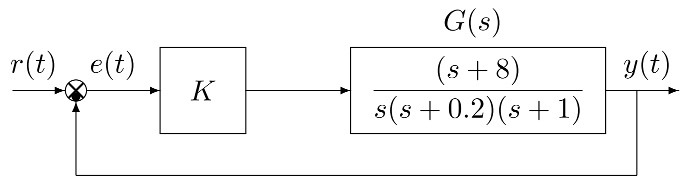
a) $M_a =$.........

b) $M_\varphi =$ ....

c) $K_\varphi =$ ....

d) $K_\alpha =$ ....

24. **(Criterio di Routh)** Sia dato il seguente sistema retroazionato:



Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

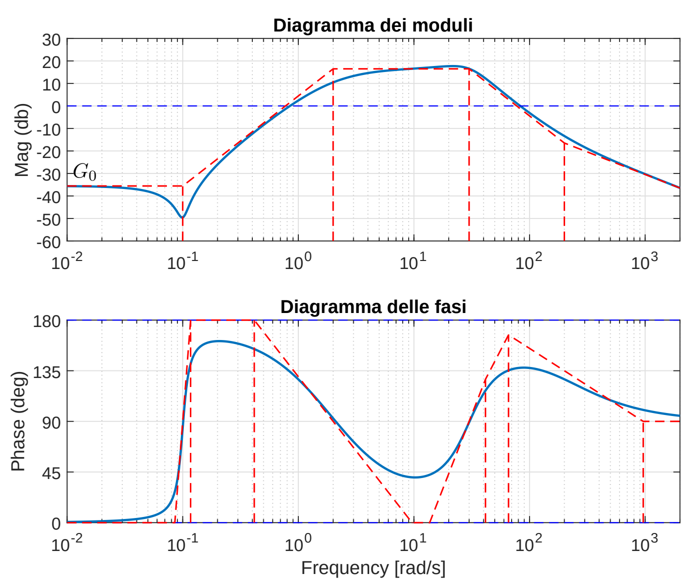
25. **(Diagrammi asintotici di Bode)** Vedi (24). Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

26. **(Diagramma di Nyquist)** Vedi (24). Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale negativo e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

27. **(Stima di una funzione $G(s)$)**

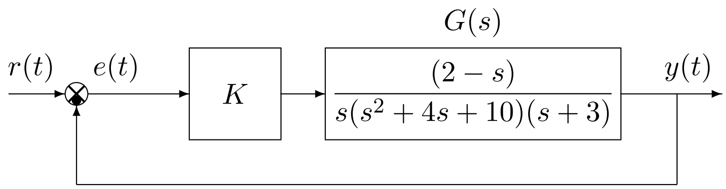
Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$. Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.



$G(s) = \ldots$

28. **(Luogo delle radici)** Sia dato il seguente sistema retroazionato:



tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $K > 0$. Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

29. **(Contorno delle radici)** Sia data la seguente equazione caratteristica di un sistema retroazionato:

$$1 + \frac{6}{\alpha s^3 + (1+\alpha)s^2 + 5\,s} = 0$$

Tracciare qualitativamente il contorno delle radici dell'equazione caratteristica al variare del parametro $\alpha > 0$. Il calcolo di α^* non è necessario. Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

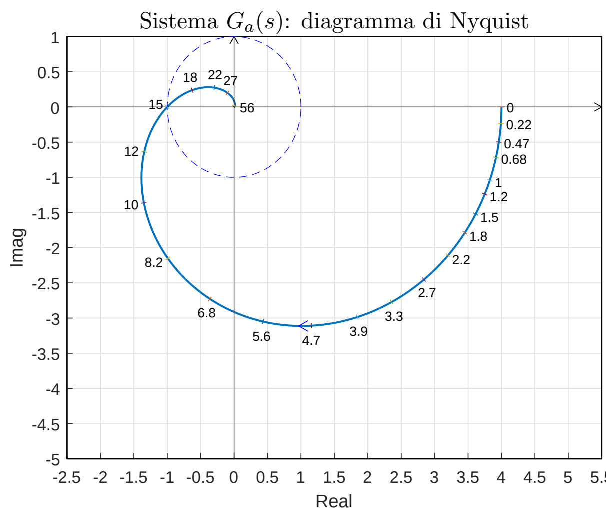
30. **(Rete correttrice: Nyquist)**

Sia data la funzione di risposta armonica del sistema $G_a(s)$ riportata a fianco.

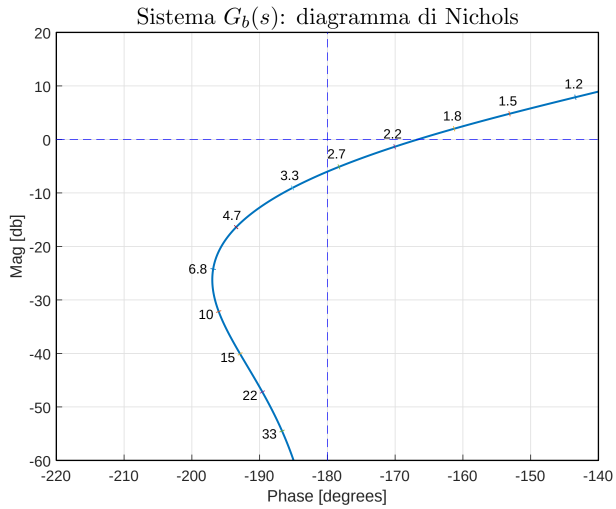
Progettare una rete correttrice

$$C_a(s) = \frac{1 + \tau_1\, s}{1 + \tau_2\, s}$$

in grado di far passare la funzione di risposta armonica del sistema compensato $C_a(s)G_a(s)$ per il punto $B = (-0.5,\ -0.3)$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.



31. **(Rete correttrice: Nichols)**



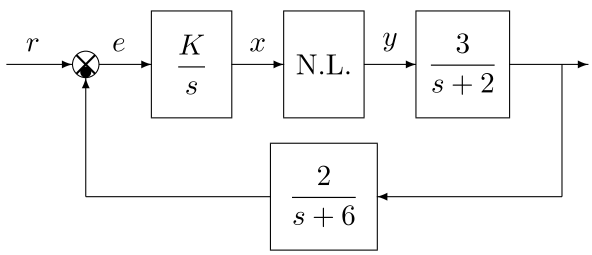
Sia data la funzione di risposta armonica del sistema $G_b(s)$ riportata a fianco.

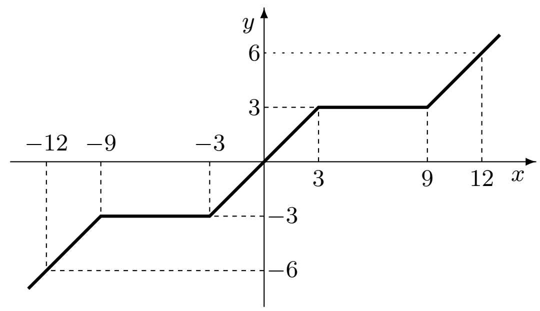
Progettare una rete **anticipatrice**

$$C_b(s) = \frac{1 + \tau_1\, s}{1 + \tau_2\, s}$$

in modo da garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_\alpha = 10$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.

32. **(Punto di lavoro)** Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





Posto $K = 1$, determinare per quale valore r^* del riferimento r il punto di lavoro del sistema retroazionato coincide con il punto $(x_0, y_0) = (12, 6)$.

33. **(Criterio del cerchio)** Vedi (32). Posto $K = 1$, $r = r^*$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile nell'intorno del punto di lavoro $(x_0, y_0) = (12, 6)$.

34. **(Funzione descrittiva)** Vedi (32). Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità N.L. assegnata, prendendo l'origine come punto di lavoro. Utilizzare delle variabili (per esempio: m_1, m_2, ...) per rappresentare gli eventuali valori non noti minimi e massimi della funzione $F(X)$.

35. **(Discussione al variare di K)** Vedi (32). Discutere "qualitativamente" (anche in funzione dei parametri m_1, m_2, ...) l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

36. **(Discretizzazione)** Utilizzando il metodo della trasformazione bilineare, discretizzare la seguente rete correttrice

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s+1)}{(s+2)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.2$.