Compito scritto di Controlli Automatici del 28 Gennaio 2022

Domande a risposta multipla

Si risponda alle seguenti domande a risposta multipla. Almeno una delle risposte é vera. Per ciascuna domanda riportare sul foglio delle risposte le lettere di tutte le riposte che si ritengono vere.

1. Il ritardo puro $G(s) = e^{-t_0 s}$ è un sistema:
   - A. stabile
   - B. lineare
   - C. non lineare
   - D. a fase minima

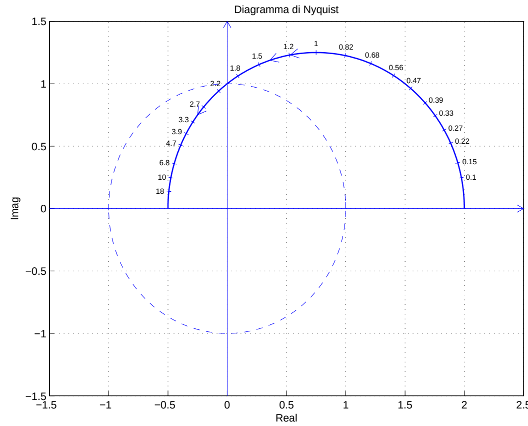
2. Un sistema $G(s)$ retroazionato è asintoticamente stabile se e solo se :
   - A. il margine di fase $M_\varphi > 0$;
   - B. il margine di fase $M_\varphi > 1$;
   - C. il margine di ampiezza $M_a > 0$;
   - D. il margine di ampiezza $M_a > 1$;

3. Un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri, ha un picco di risonanza M_R maggiore di uno
   - A. se $0 < \delta < 1$
   - B. se $0 < \delta < \frac{1}{2}$
   - C. se $0 < \delta < \frac{1}{\sqrt{2}}$
   - D. se $0 < \delta < \sqrt{2}$

4. Quale dei seguenti parametri della risposta al gradino di un sistema $G(s)$ è maggiormente influenzato dalla larghezza di banda ω_f del sistema stesso:
   - A. tempo di salita T_s
   - B. tempo di ritardo T_r
   - C. tempo di assestamento T_a
   - D. massima sovraelongazione S

5. La formula di Bode per il calcolo della fase di un sistema a partire dal diagramma delle ampiezze
   - A. è una formula esatta
   - B. è una formula approssimata
   - C. è valida per i sistemi lineari stabili
   - D. è valida per i sistemi a fase minima

6. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{(s+4)}{2(1-s)}$.



Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

A. $\frac{1}{2} < K < 2$;

B. $-\frac{1}{2} < K < 2$;

C. $-2 < K < -\frac{1}{2}$;

D. $(K < -\frac{1}{2}) \cup (K > 2)$;

7. Un sistema in retroazione negativa avente $G(s)$ sul ramo diretto, $H(s)$ sul ramo di retroazione e con un elevato guadagno statico d'anello

A. è poco sensibile alle variazioni parametriche di $G(s)$

B. è poco sensibile alle variazioni parametriche di $H(s)$

C. è poco sensibile alla presenza di disturbi costanti agenti sul sistema

D. è poco sensibile alla presenza di disturbi sinusoidali ad alta frequenza agenti sul sistema

8. L'uso di un regolatore standard di tipo PD è consigliato:

A. Se si desidera introdurre un anticipo di fase alle alte frequenze

B. Se si desidera avere errore a regime nullo per ingresso a gradino

C. Se si desidera introdurre una amplificazione delle ampiezze alle alte frequenze

D. Per stabilizzare sistemi retroazionati con margini di fase fortemente negativi

9. La funzione di risposta armonica $F(\omega)$ di un sistema discreto $G(z)$ si determina nel seguente modo:

A. $F(\omega) = G(j\omega)$

B. $F(\omega) = G(e^{j\omega})$

C. $F(\omega) = G(j\omega T)$

D. $F(\omega) = G(e^{j\omega T})$

10. Il valore a regime $x(\infty)$ della sequenza $x(k)$ corrispondente alla funzione $X(z) = \frac{z+2}{(z-1)(z+0.5)}$ è:

A. $x(\infty) = 0$

B. $x(\infty) = 1$

C. $x(\infty) = 2$

D. $x(\infty) = 6$

Domande dirette

Si risponda alle seguenti domande dirette. Per ciascuna domanda riportare sul foglio delle risposte la corrispondente risposta.

11. Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ del seguente segnale temporale $x(t)$:

$$X(s) = \mathcal{L}[x(t)] = \mathcal{L}\left[(2\,t^3 + \cos(3\,t))e^{-5\,t}\right] = \ldots$$

12. Calcolare la trasformata di Laplace inversa $g(t)$ delle seguente funzione di trasferimento $G(s)$:

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[G(s)\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[3 + \frac{12}{s(s+1)(s+3)}\right] = \ldots$$

13. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ mostrato in figura quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

$$x(t) = 9 + 2\sin(4t - \tfrac{\pi}{4}) \longrightarrow \underset{}{\overset{G(s)}{\boxed{\frac{10}{s+3}}}} \longrightarrow y(t) \simeq \ldots$$

14. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema del secondo ordine, senza zeri, caratterizzato da un guadagno statico $G(0) = 3$, da un coefficiente di smorzamento $\delta = 0.2$ e da una pulsazione naturale $\omega_n = 4$:

$$G(s) =$$

15. Scrivere la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(3s-1)}{s(2-s^2)}\,e^{-4\,s} \qquad \rightarrow \qquad \varphi(\omega) = \ldots$$

16. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $2\dot{y}(t) + 3\,y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = 4$:

$$Y(s) = \qquad\qquad\qquad\qquad y(t) =$$

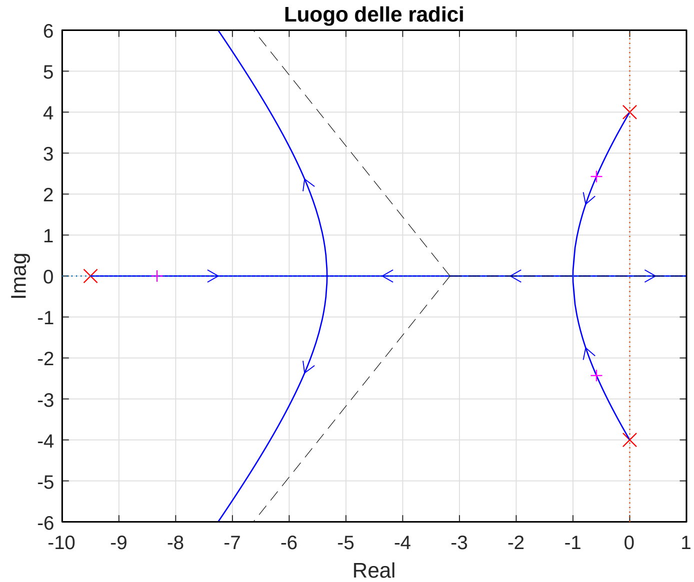
17. Scrivere, in funzione dei segnali $x(t)$ e $y(t)$, l'equazione differenziale corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{(s+2)^2}{s^3 + 3\,s^2 + 5\,s + 2} \qquad \rightarrow \qquad \ldots$$

18. Calcolare le successione discreta $x(k)$ corrispondente alla seguente funzione complessa $X(z)$:

$$X(z) = \frac{2\,z}{(z - e^{-3\,T})} \qquad \rightarrow \qquad x(k) =$$

19. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema $G(s) = \frac{-100}{(s+9.5)(s^2+16)}$ al variare del parametro $K > 0$. Calcolare:



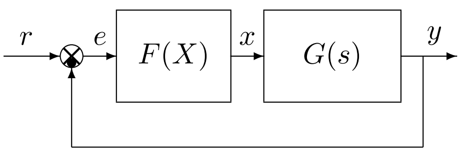
a) La posizione σ_0 dei due poli dominanti nella condizione di minimo tempo di assestamento:

$$\sigma_0 =$$

b) Il valore K_0 corrispondente alla condizione di minimo tempo di assestamento:

$$K_0 =$$

20. Sia dato il sistema non lineare retroazionato riportato sotto dove la non linearitá viene descritta dalla funzione descrittiva $F(X)$:



Scrivere la relazione matematica in base alla quale il sistema retroazionato é sede di una oscillazione persistente:

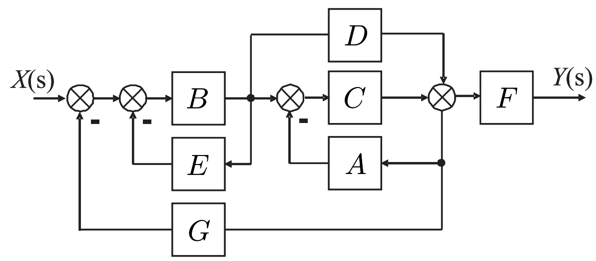
...

Esercizi

Si svolgano i seguenti esercizi. La risposta di ciascun esercizio deve essere riportata sul foglio delle risposte nella sezione specificatamente riservata al corrispondente esercizo.

21. **(Mason)** Relativamente allo schema a blocchi mostrato in figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s)$:

$G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \dots$

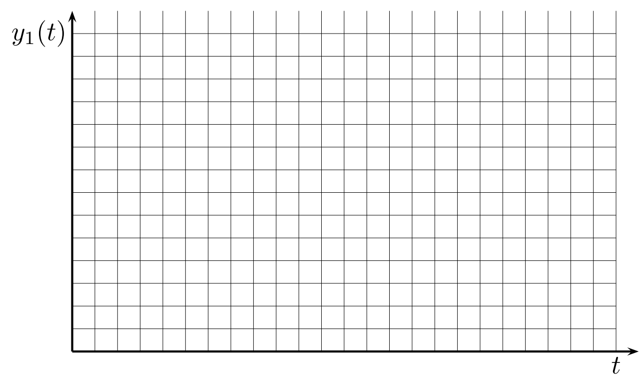


22. **(Risposta al gradino)** Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{270(7+0.2s)(s^2+20s+80^2)}{(2s+3)(3s+20)(s^2+36)(s^2+10s+160)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$



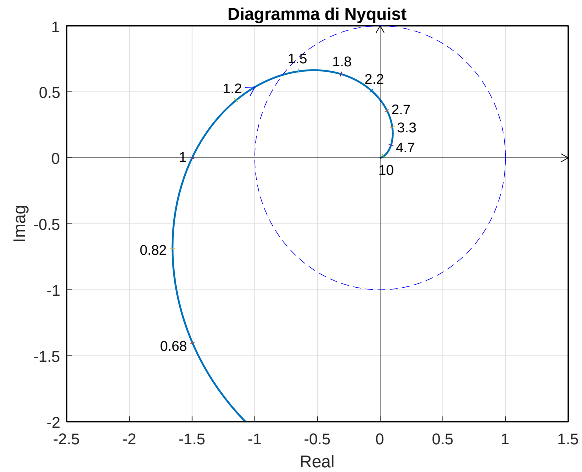
23. **(Margini di stabilitá)** Sia data la funzione di risposta armonica, riportata in figura, di un sistema $G(s)$ a fase minima. Nei limiti della precisione consentita dal grafico, calcolare:
a) il margine di ampiezza M_α del sistema;
b) il margine di fase M_φ del sistema;
c) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\, G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 45$;
d) il guadagno K_α per cui la funzione $K_\alpha\, G(j\omega)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$;

a) $M_a = \dots\dots\dots$

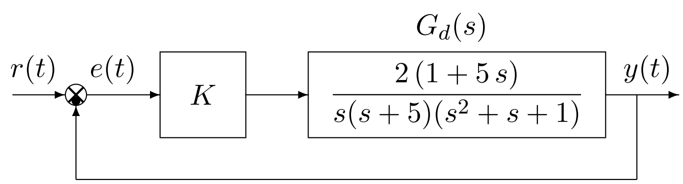
b) $M_\varphi = \dots\dots\dots$

c) $K_\varphi = \dots\dots\dots$

d) $K_\alpha = \dots\dots\dots$



24. **(Criterio di Routh)** Sia dato il seguente sistema retroazionato:



d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

25. **(Diagrammi asintotici di Bode)** Vedi (24). Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_d(s)$.

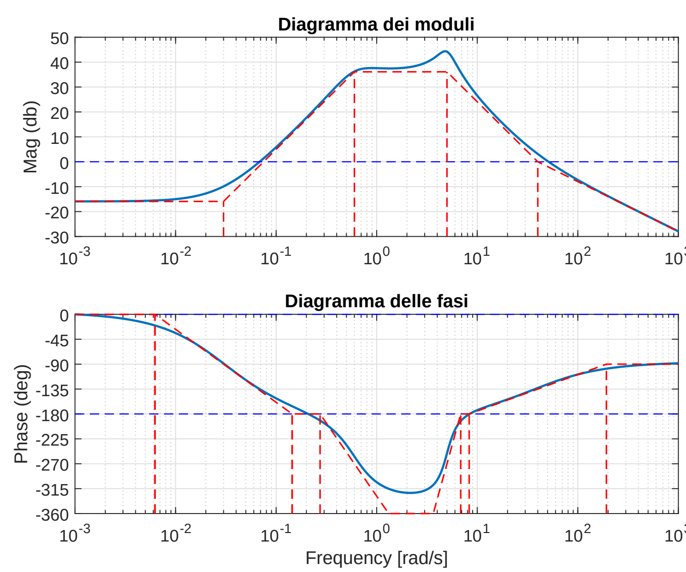
26. **(Diagramma di Nyquist)** Vedi (24). Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_d(s)$. Calcolare esattamente le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

27. **(Stima di una funzione $G(s)$)**

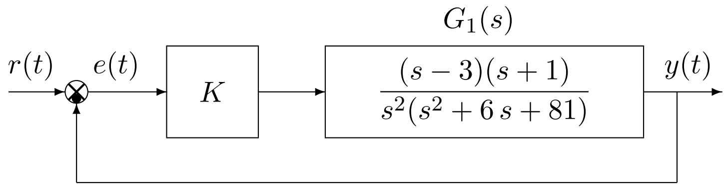
Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$. Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

$G(s) = \dots$



28. **(Luogo delle radici)** Sia dato il seguente sistema retroazionato:



Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $\underline{K < 0}$. Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

29. **(Contorno delle radici)** Sia data la seguente funzione di trasferimento $G_3(s)$

$$G_3(s) = \frac{2}{(1+\alpha\,s)(2+s)+4}$$

Mostrare graficamente come si muovono sul piano complesso i poli della funzione di trasferimento $G_3(s)$ al variare del parametro $\alpha > 0$. Determinare esattamente la posizione dei punti di diramazione.

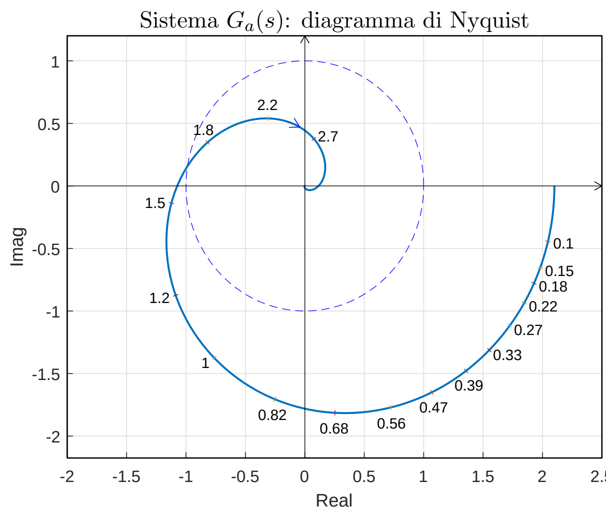
30. **(Rete correttrice: Nyquist)**

Sia data la funzione di risposta armonica del sistema $G_a(s)$ riportata a fianco.

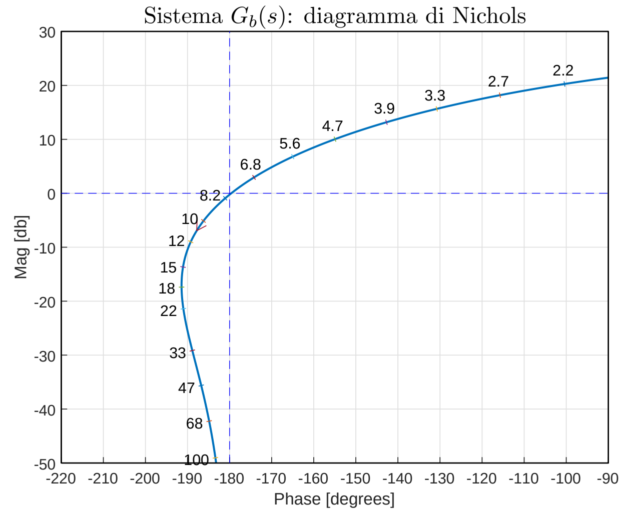
Progettare una rete correttrice

$$C_a(s) = \frac{1+\tau_1\,s}{1+\tau_2\,s}$$

in modo da garantire che la funzione di risposta armonica del sistema compensato $C_a(s)G_a(s)$ abbia un margine di ampiezza $M_a = 5$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.



31. **(Rete correttrice: Nichols)**



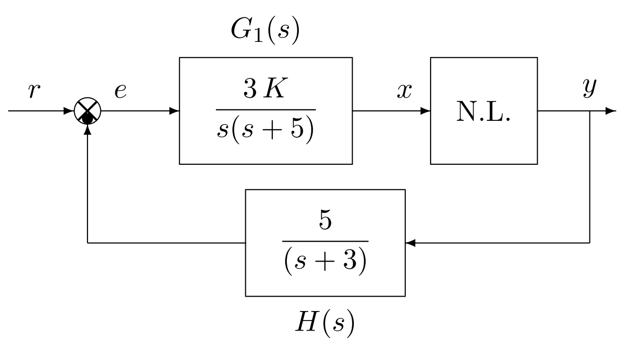
Sia data la funzione di risposta armonica del sistema $G_b(s)$ riportata a fianco.

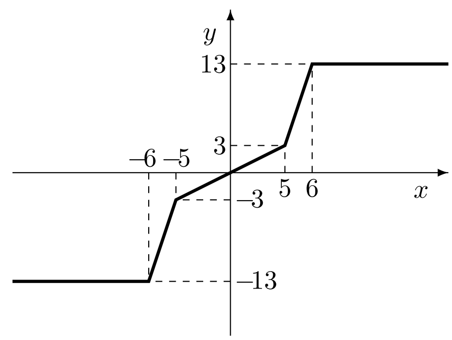
Progettare una rete **anticipatrice**

$$C_b(s) = \frac{1 + \tau_1\, s}{1 + \tau_2\, s}$$

in modo da garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = 50^o$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.

32. **(Punto di lavoro)** Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





Posto $K = 1$, determinare per quale valore r^* del riferimento r il punto di lavoro del sistema retroazionato coincide con il punto $(x_0, y_0) = (-5, -3)$.

33. **(Criterio del cerchio)** Vedi (32). Posto $K = 1$, $r = r^*$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile nell'intorno del punto di lavoro $(x_0, y_0) = (-5, -3)$.

34. **(Funzione descrittiva)** Vedi (32).

Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità N.L. assegnata, prendendo l'origine come punto di lavoro. Utilizzare delle variabili (per esempio: m_1, m_2, ...) per rappresentare gli eventuali valori non noti minimi e massimi della funzione $F(X)$.

35. **(Discussione al variare di K)** Vedi (32). Discutere "qualitativamente" (in funzione anche dei parametri m_1 ed m_2) l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

36. **(Discretizzazione)** Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro, discretizzare la seguente rete correttrice

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s+2)}{s(s+5)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.2$.