Compito scritto di Controlli Automatici del 25 Giugno 2020

Domande a risposta multipla

Si risponda alle seguenti domande a risposta multipla. Almeno una delle risposte é vera. Per ciascuna domanda riportare sul foglio delle risposte le lettere di tutte le riposte che si ritengono vere.

1. Il metodo della Trasformata di Laplace nella risoluzione di equazioni differenziali lineari a parametri concentrati

   A. permette di calcolare la risposta libera del sistema

   B. permette di calcolare la risposta forzata del sistema

   C. può essere utilizzato anche nel caso di equazioni tempo varianti

   D. può essere utilizzato solo nel caso di equazioni tempo invarianti

2. Sia $G(s)$ una funzione razionale fratta in s. La scomposizione in fratti semplici della funzione $G(s)$ mediante il metodo dei residui, $G(s) = \sum_{i=1}^{n} \frac{K_i}{s-p_i}$ con $K_i = \lim_{s\to p_i}(s-p_i)G(s)$,

   A. è sempre possibile

   B. è possibile solo per sistemi a fase minima

   C. è possibile solo se la funzione $G(s)$ è propria ($n \geq m$)

   D. è possibile solo se la funzione $G(s)$ è strettamente propria ($n > m$)

3. Un sistema del secondo ordine privo di zeri la distanza dei poli dall'origine (a parità di direzione) influisce sui seguenti parametri della risposta al gradino

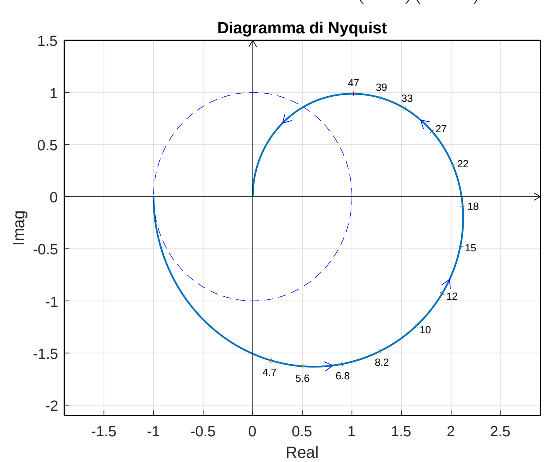
   A. tempo di salita

   B. tempo di ritardo

   C. tempo di assestamento

   D. coefficiente di smorzamento

4. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{-80(s+3)}{(s-8)(s-30)}$.



Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

   A. $0 < K < K^* < \infty$;

   B. $0 < K^* < K < \infty$;

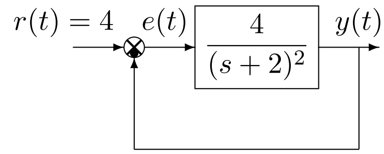
   C. $-\infty < K^* < K < 0$;

   D. $-\infty < K < K^* < 0$;

dove K^* é un opportuno valore costante.

5. Sia dato il sistema retroazionato mostrato in figura.

   L'errore a regime $e(\infty)$ della variabile $e(t)$ quando $t \to \infty$ é:



   A. $e(\infty) = 0$

   B. $e(\infty) = 1$

   C. $e(\infty) = 2$

   D. $e(\infty) = 4$

6. Posto $a_0 \neq 0$, l'equazione ausiliaria che di ottiene dalla tabella di Routh quando tutti gli elementi di una riga si annullano:

   A. ha radici simmetriche rispetto all'origine

   B. è composta solo da termini di grado pari in s

   C. è composta solo da termini di grado dispari in s

   D. ha radici simmetriche rispetto all'asse immaginario

7. La funzione $G(s) = K(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)$, che rappresenta un regolatore standard PID,

   A. è fisicamente realizzabile

   B. ha un guadagno statico infinito

   C. ha un guadagno infinito alle alte frequenze

   D. è un modello ideale semplificato dei PID realizzati fisicamente

8. Se i coefficienti dell'equazione caratteristica di un sistema retroazionato sono tutti positivi, allora è possibile affermare che il sistema retroazionato

   A. è stabile

   B. è instabile

   C. può essere stabile

   D. può essere instabile

9. Sul piano z i luoghi dei punti a coefficiente di smorzamento δ costante

   A. sono rette uscenti dall'origine

   B. sono tratti di spirali verso l'origine

   C. sono circonferenze centrate nell'origine

   D. nessuna delle precedenti risposte

10. Sia $X(z)$ la $\mathcal{Z}$-trasformata della sequenza $x(kT)$. Il teorema del valore finale afferma che:

    A. $x(\infty) = \lim_{z \to 0} zX(z)$

    B. $x(\infty) = \lim_{z \to 1} zX(z)$

    C. $x(\infty) = \lim_{z \to 0}(1 - z^{-1})X(z)$

    D. $x(\infty) = \lim_{z \to 1}(1 - z^{-1})X(z)$

Domande dirette

Si risponda alle seguenti domande dirette. Per ciascuna domanda riportare sul foglio delle risposte la corrispondente risposta.

11. Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ del seguente segnale temporale $x(t)$:

$$X(s) = \mathcal{L}[x(t)] = \mathcal{L}\left[\left(3t^3 + \sin 2t\right) e^{-5\,t}\right] = \dots$$

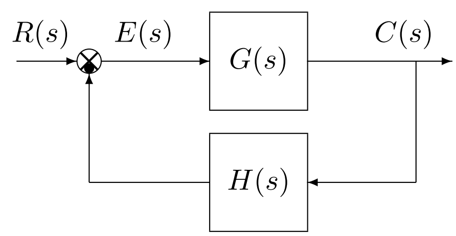
12. Calcolare la trasformata di Laplace inversa $g(t)$ delle seguente funzione di trasferimento $G(s)$:

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[G(s)\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[5 + \frac{20}{(s+3)(1+2\,s)}\right] = \dots$$

13. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ mostrato in figura quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

$$x(t) = 2 + \cos(4t) \longrightarrow \boxed{\frac{s-2}{s+3}}_{\,G(s)} \longrightarrow y(t) \simeq \dots$$

14. Si consideri il sistema retroazionato riportato di fianco. Scrivere la funzione $K(s)$ che lega la variazione relativa del sistema $H(s)$ alla variazione relativa del sistema retroazionato $G_0(s)$ quando varia un parametro β interno alla funzione di trasferimento $H(s)$:



$$\frac{\Delta G_0(s)}{G_0(s)} = K(s)\,\frac{\Delta H(s)}{H(s)} \qquad\qquad K(s) = \dots$$

15. Sia $Y_1(X)\sin(\omega\,t + \varphi_1(X))$ la fondamentale del segnale periodico $y(t)$ presente all'uscita di una non linearità algebrica $y(t) = f(x(t))$ in risposta al segnale $x(t) = X\sin(\omega t)$ in ingresso. Fornire la definizione di funzione descrittiva $F(X)$:

$$F(X) = \dots$$

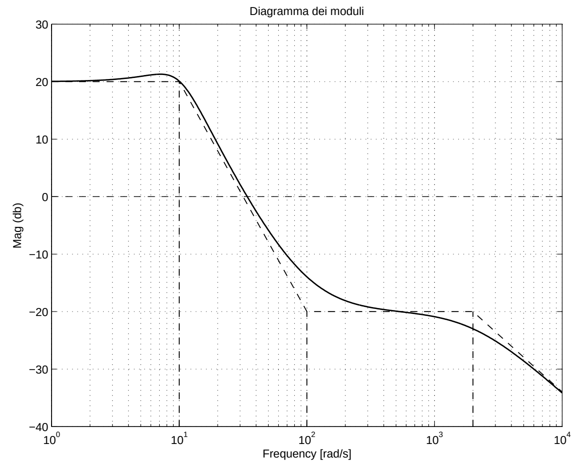
16. Calcolare la $\mathcal{Z}$-trasformata $X(z)$ del seguente segnale tempo continuo $x(t)$ quando $t = k\,T$:

$$x(t) = 3^{-2t} \qquad\qquad \rightarrow \qquad\qquad X(z) = \dots$$

17. Scrivere, in funzione dei segnali $x(t)$ e $y(t)$, l'equazione differenziale corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s^2+2}{(s+3)(s+1)^2} \qquad\qquad \rightarrow \qquad\qquad \dots$$

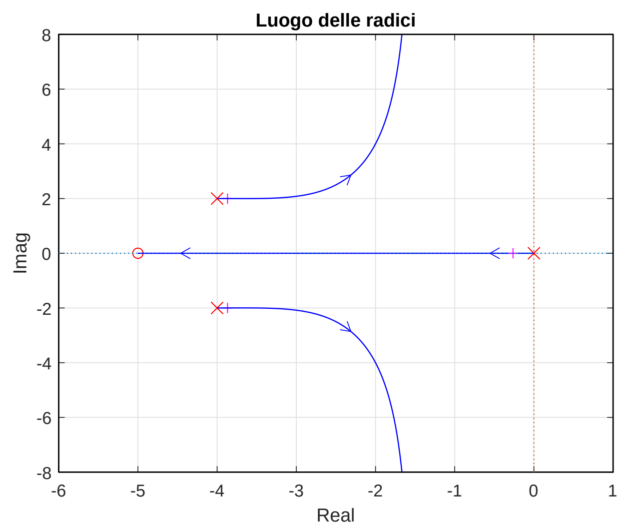
18. In figura è mostrato il diagramma di Bode dei moduli di un sistema lineare $G(s)$ a fase minima.



Determinare la posizione dei poli dominanti del sistema $G(s)$:

$$p_{1,2} \simeq \dots$$

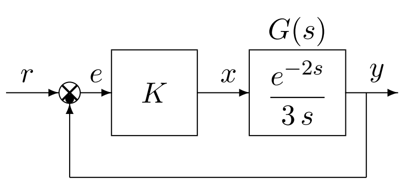
19. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema $G(s) = \frac{(s+5)}{s[(s+4)^2+2^2]}$ al variare di $K > 0$.



Calcolare l'ascissa σ_0 corrispondente alla condizione di allineamento dei tre poli:

$$\sigma_0 = \dots$$

20. Sia dato il seguente sistema retroazionato. Scrivere il valore massimo K^* del guadagno K al di sotto del quale il sistema retroazionato é asintoticamente stabile.



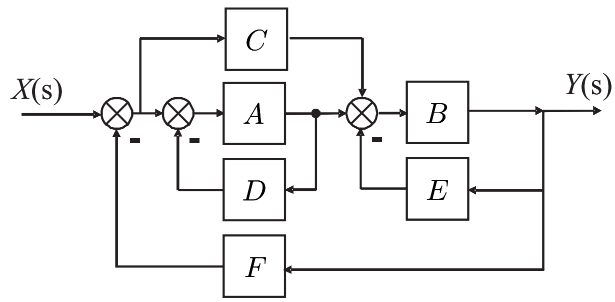
$$K^* = \dots$$

Esercizi

Si svolgano i seguenti esercizi. La risposta di ciascun esercizio deve essere riportata sul foglio delle risposte nella sezione specificatamente riservata al corrispondente esercizo.

21. **(Mason)** Relativamente allo schema a blocchi mostrato in figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G_1(s) = \ldots$



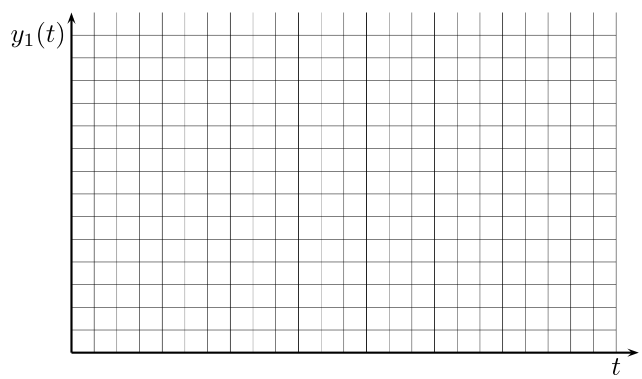
22. **(Risposta al gradino)**

Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{300(2+0.3s)(s^2+15s+40^2)}{(0.2s+5)^2(10s+3)(s^2+4s+16)(s^2+8s+144)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$



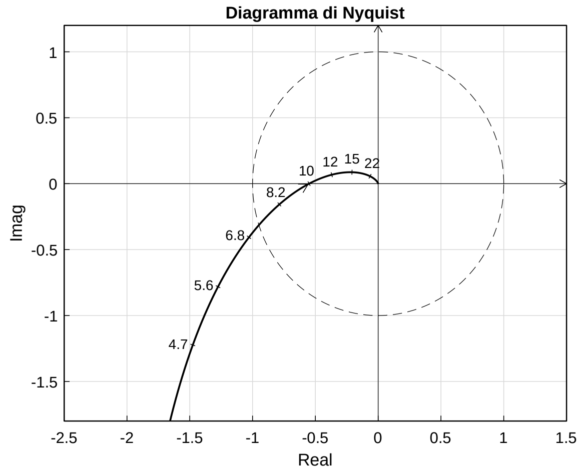
23. **(Margini di stabilitá)** Sia data la funzione di risposta armonica, riportata in figura, di un sistema $G(s)$ a fase minima. Nei limiti della precisione consentita dal grafico, calcolare:

a) il margine di ampiezza M_α del sistema;

b) il margine di fase M_φ del sistema;

c) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\, G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 45$;

d) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\, G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 10$;



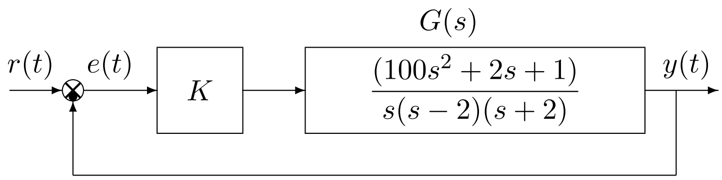
a) $M_a = \ldots\ldots\ldots$

b) $M_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

c) $K_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

d) $K_\alpha = \ldots\ldots\ldots$

24. **(Criterio di Routh)** Sia dato il seguente sistema retroazionato:



Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

25. **(Diagrammi asintotici di Bode)** Vedi (24). Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

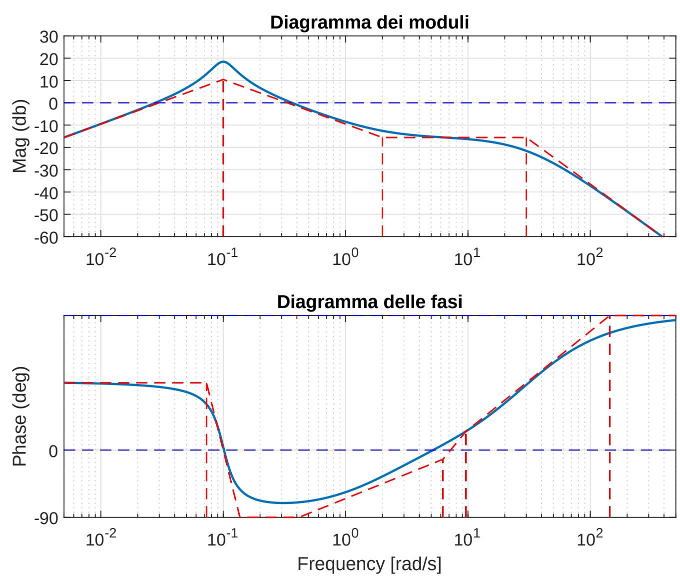
26. **(Diagramma di Nyquist)** Vedi (24). Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

27. **(Stima di una funzione $G(s)$)**

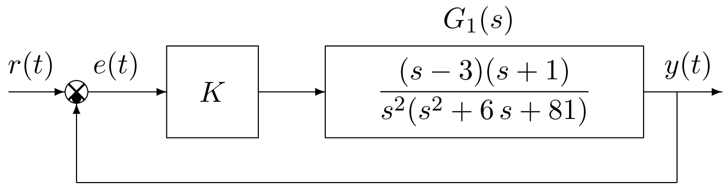
Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$. Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

$G(s) = \ldots$



28. **(Luogo delle radici)** Sia dato il seguente sistema retroazionato:



tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $K < 0$ (K **negativo!**). Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

29. **(Contorno delle radici)** Sia data la seguente equazione caratteristica:

$$s^3 + 2s^2 + (2+\alpha)s + \alpha = 0$$

Tracciare qualitativamente il contorno delle radici dell'equazione caratteristica al variare del parametro $\alpha > 0$. Il calcolo di α^* non è necessario. Determinare la posizione degli altri punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

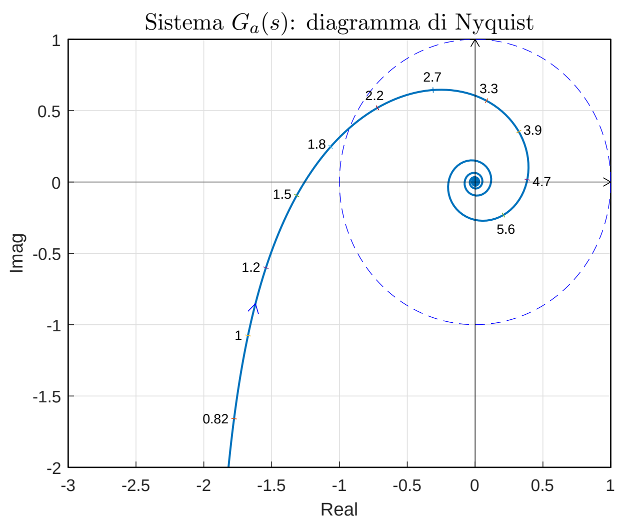
30. **(Rete correttrice: Nyquist)**

Sia data la funzione di risposta armonica del sistema $G_a(s)$ riportata a fianco.

Progettare una rete **ritardatrice**

$$C_a(s) = \frac{1+\tau_1\,s}{1+\tau_2\,s}$$

in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.



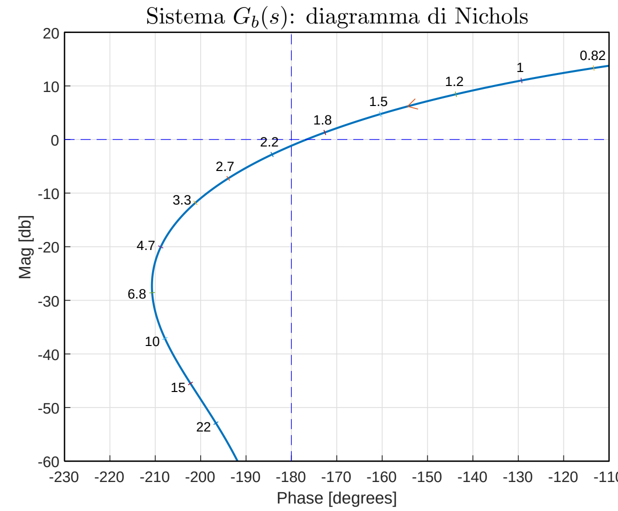
31. **(Rete correttrice: Nichols)**

Sia data la funzione di risposta armonica del sistema $G_b(s)$ riportata a fianco.

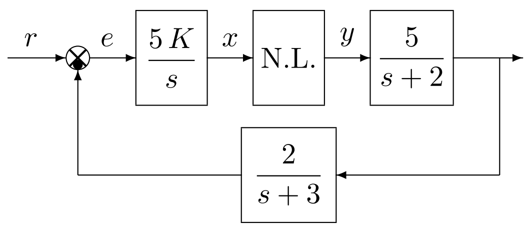
Progettare una rete **anticipatrice**

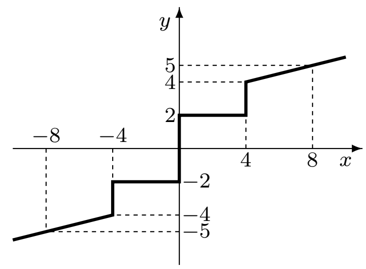
$$C_b(s) = \frac{1 + \tau_1\, s}{1 + \tau_2\, s}$$

in modo da imporre al sistema compensato il passaggio per il punto $B = (-160°,\ -10 \text{ db})$ del piano di Nichols. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.



32. **(Punto di lavoro)** Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





Posto $K = 1$, determinare per quale valore r_1 del riferimento r il punto di lavoro del sistema retroazionato coincide con il punto $(x_1, y_1) = (8, 5)$.

33. **(Criterio del cerchio)** Vedi (32). Posto $K = 1$, $r = r_1$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile nell'intorno del punto di lavoro $(x_1, y_1) = (8, 5)$.

34. **(Funzione descrittiva)** Vedi (32). Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità N.L. assegnata, prendendo l'origine come punto di lavoro. Utilizzare delle variabili (per esempio: m_1, m_2, ...) per rappresentare gli eventuali valori non noti minimi e massimi della funzione $F(X)$.

35. **(Discussione al variare di K)** Vedi (32). Discutere "qualitativamente" (anche in funzione dei parametri $m_1, m_2, \ldots$) l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

36. **(Discretizzazione)** Utilizzando il metodo della corrispondenza poli-zeri, discretizzare la seguente rete correttrice:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s+1)}{(s+3)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.1$ e si imponga l'uguaglianza dei guadagni alle basse frequenze.

37. **(Esercizio opzionale 37).**