

Firma:

Esame scritto di Controlli Automatici
Foglio delle risposte. Data del compito: 25 Giugno 2020

Domande a risposta multipla. Per ciascun domanda riportare nella seguente tabella le lettere di tutte le risposte che si ritengono vere.

1) A B D	2) D	3) A B C	4) D	5) C
6) A B D	7) B C D	8) C D	9) B	10) D

Domande dirette. Per ciascuna domanda riportare nella seguente tabella la corrispondente risposta.

11) $X(s) = \frac{18}{(s+5)^4} + \frac{2}{(s+5)^2 + 4}$	12) $g(t) = 5\delta(t) + 4e^{-0.5t} - 4e^{-3t}$
13) $y(t) \simeq -\frac{4}{3} + \frac{\sqrt{20}}{5} \cos(4t + \pi - \arctan 2 - \arctan \frac{4}{3})$	14) $K(s) = \frac{-G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)}$
15) $F(X) = \frac{Y_1(X)}{X} e^{j\varphi_1(X)}$	16) $X(z) = \frac{z}{(z - 3^{-2T})}$
17) $\ddot{y} + 5\dot{y} + 7y = \ddot{x} + 2x$	18) $p_{1,2} \simeq -5 \pm 8.66j$
19) $\sigma_0 = -\frac{8}{3} = -2.666$	20) $K^* = \frac{3\pi}{2t_0} = \frac{3\pi}{4} = 2.356$

Esercizi. Per ciascun esercizio riportare negli spazi indicati i risultati finali e principali passaggi necessari per ottenerli. Si raccomanda di scrivere in maniera chiara.

21. Mason	$G_1(s) = \frac{AB + CB(1 + AD)}{1 + AD + BE + ABF + CBF + ADBE + ADCBF}$
22. Risposta al gradino	<p>a) Il valore a regime:</p> $y_\infty = \frac{50}{9} = 5.555,$ <p>b) Il tempo di assestamento:</p> $T_a \simeq \frac{3}{0.3} = 10 \text{ s},$ <p>c) Il periodo dell'eventuale oscillazione:</p> $T_w \simeq \beta$

23. Margini	<p>a) $M_\alpha = 1.818$ b) $M_\varphi = 18.29^\circ$ c) $K_\varphi = 0.441$ d) $K_\alpha = 0.182$</p>
24. Criterio di Routh	<p>Equazione caratteristica del sistema retroazionato:</p> $1 + \frac{K(100s^2 + 2s + 1)}{s(s-2)(s+2)} = 0 \quad \rightarrow \quad s^3 + 100Ks^2 + (2K-4)s + K = 0$ <p>Tabella di Routh:</p> $\begin{array}{c cc} 3 & 1 & (2K-4) \\ 2 & 100K & K \\ 1 & 100K(2K-4) - K & \\ 0 & K & \end{array}$ <p>Calcoli: Dalla tabella di Routh si ricavano i seguenti vincoli:</p> $(200K - 401)K > 0, \quad K > 0.$ <p>Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:</p> $K > \frac{401}{200} = 2.005 = K^*. \quad \omega^* = \sqrt{\frac{K^*}{100K^*}} = \sqrt{2K^* - 4} = 0.1$
25. Diagrammi asintotici di Bode	<p>La funzione approssimante $G_0(s)$, la fase φ_0 e il modulo M_0:</p> $G_0(s) = -\frac{1}{4s} = -\frac{0.25}{s} = \frac{K_0}{s}, \quad \varphi_0 = -\frac{3\pi}{2}, \quad M_0 = \infty$ <p>La funzione approssimante $G_\infty(s)$, fase φ_∞ e modulo M_∞:</p> $G_\infty(s) = \frac{100}{s}, \quad \varphi_\infty = -\frac{\pi}{2}, \quad M_\infty = 0$ <p>Guadagno β in corrispondenza della pulsazione ω_0 dove si ha il primo cambio di pendenza:</p> $\omega_0 = 0.1, \quad \beta = \frac{0.25}{0.1} = 2.5 \simeq 7.96 \text{ db}$ <p>Guadagno γ in corrispondenza della pulsazione ω_∞ dove si ha l'ultimo cambio di pendenza:</p> $\omega_\infty = 2, \quad \gamma = \frac{100}{2} = 50 \simeq 33.98 \text{ db.}$

Dopo aver indicato i valori degli assi, riportare i diagrammi asintotici di Bode delle fasi e delle ampiezze.

Diagramma asintotico dei moduli

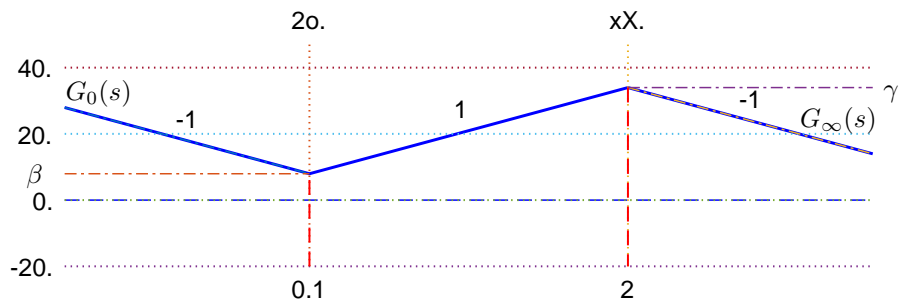
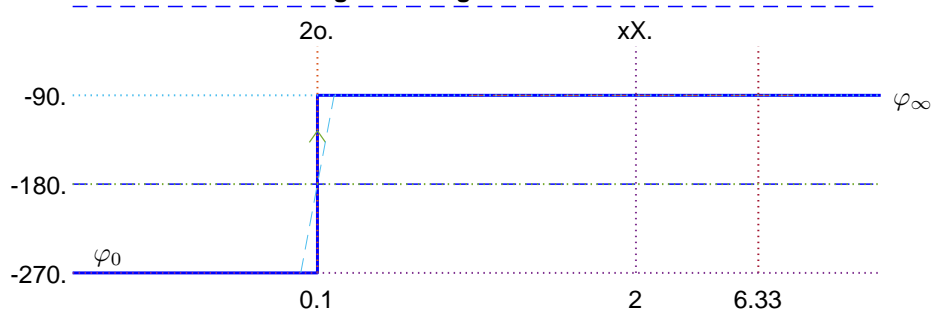


Diagramma a gradoni delle fasi



25. Diagrammi asintotici di Bode (scale logaritmiche)

26. Diagramma di Nyquist

Fase iniziale φ_0 , modulo iniziale M_0 e parametro Δ_τ :

$$\varphi_0 = -\frac{3\pi}{2} \quad M_0 = \infty \quad \Delta_\tau = 2 + 0.5 - 0.5 = 2 > 0$$

Fase finale φ_∞ , modulo finale M_∞ e parametro Δ_p :

$$\varphi_\infty = -\frac{\pi}{2} \quad M_\infty = 0 \quad \Delta_p = -0.02 < 0$$

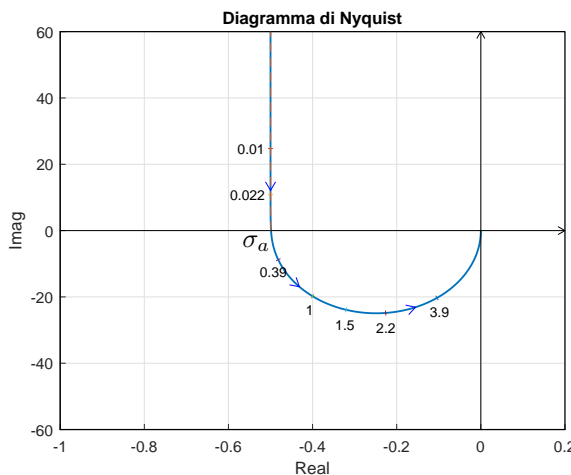
Indicare se nel diagramma di Nyquist é presente un asintoto verticale: Si , No .

Se si, fornire la posizione dell'asintoto verticale: $\sigma_a = K_0\Delta\tau = -0.25 \cdot 2 = -0.5$

Variazione di fase $\Delta\varphi$ per $\omega \in]0, \infty[$: $\Delta\varphi = \pi$

Eventuale intersezione con il semiasse reale: $\sigma_1^* = -\frac{1}{K^*} = -\frac{1}{2.005} = -\frac{200}{401} = -0.4988$

Tracciamento qualitativo del diagramma di Nyquist completo:



27. Stima di una funzione G(s)

Funzione di trasferimento del sistema:

$$G(s) = \frac{150s(s + 2)}{(s^2 + 0.04s + 0.1^2)(s - 30)^2}$$

Il valore $K = 150$ si determina, per esempio, calcolando il modulo γ dell'approssimante $G_\infty(s)$ in corrispondenza della pulsazione $\omega = 30$:

$$|G_\infty(s)|_{s=30j} = \left| \frac{K}{s^2} \right|_{30j} = \frac{K}{900} = \gamma \simeq -15.5 \text{ db} \simeq 0.1666 \quad \rightarrow \quad K \simeq 150.$$

Il coefficiente di smorzamento della coppia di poli complessi coniugati stabili è $\delta = \frac{1}{2M_{\omega_n}} = \frac{1}{5} = 0.2$. La distanza $M_{\omega_n} \simeq 8 \text{ db} \simeq 2.5$ di legge dal diagramma di Bode dei moduli.

28. Luogo delle Radici

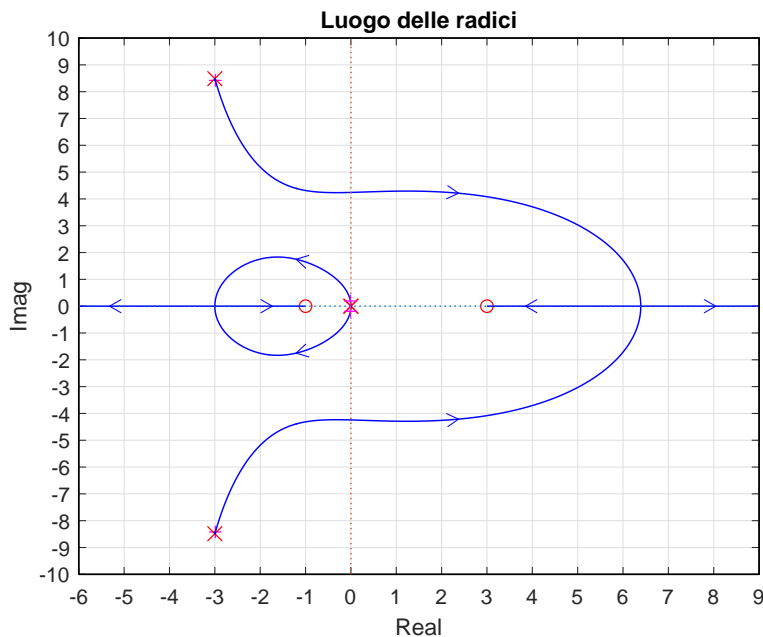
Equazione caratteristica del sistema retroazionato:

$$1 + K_1 G_1(s) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 + K \frac{(s - 3)(s + 1)}{s^2(s^2 + 6s + 81)} = 0$$

Numeri r degli asintoti e posizione σ_a del centro degli asintoti (solo se $r \geq 2$):

$$r = 2 \qquad \qquad \qquad \sigma_a = -4$$

Tracciamento qualitativo del luogo delle radici per $K < 0$:



29. Contorno delle Radici

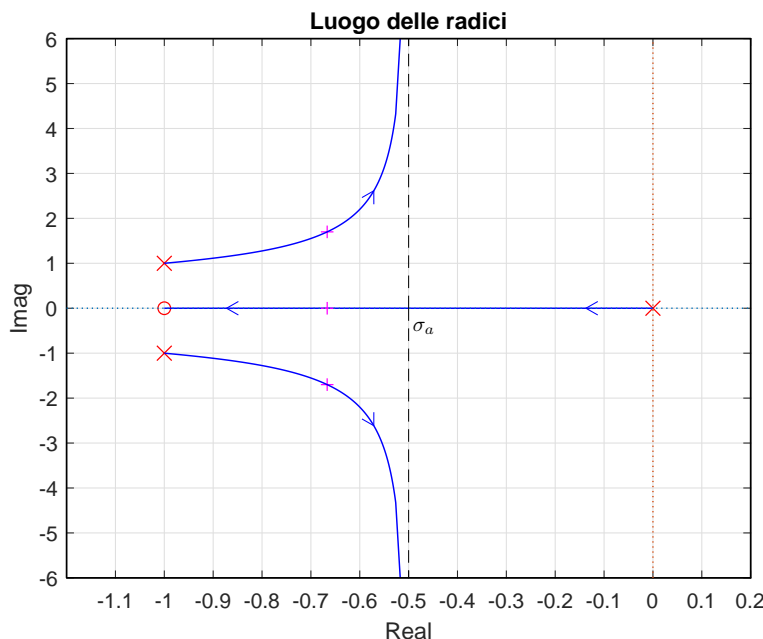
Equazione caratteristica del sistema dinamico assegnato posto nella forma $1 + \alpha G_2(s)$:

$$s^3 + 2s^2 + 2s + \alpha(s + 1) = 0 \quad \rightarrow \quad 1 + \alpha \frac{(s + 1)}{s(s^2 + 2s + 2)} = 0$$

Funzione $G_2(s)$ fattorizzata, grado relativo r e posizione σ_a del centro degli asintoti (se $|r| > 1$):

$$G_2(s) = \frac{(s + 1)}{s[(s + 1)^2 + 1^2]} \qquad r = 2 \qquad \sigma_a = \frac{1}{2}(-2 + 1) = -0.5$$

Tracciamento qualitativo del contorno delle radici della funzione $G_2(s)$ per $\alpha > 0$:



30. Rete correttrice: Nyquist

Modulo e fase del punto B:

$$M_B = 0.2 \quad \varphi_B = 180^\circ$$

Pulsazione ω_A del punto A:

$$\omega_A = 1.2$$

Modulo e fase del punto A:

$$M_A = |G_a(j\omega_A)| = 1.655, \quad \varphi_A = \arg[G_a(j\omega_A)]$$

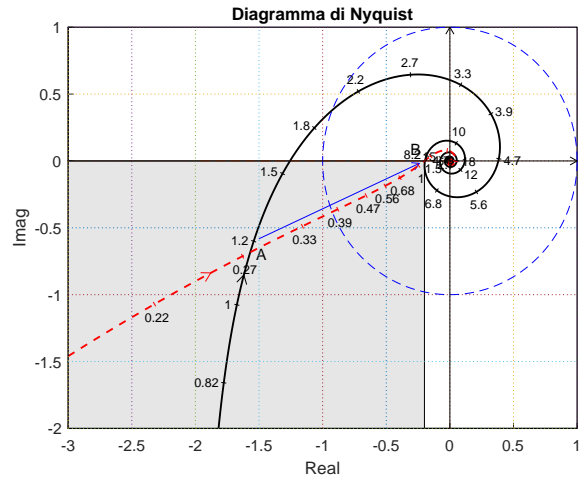
Parametri M e φ :

$$M = 0.121 \quad \varphi = -21.28^\circ$$

Parametri τ_1 e τ_2 :

$$\tau_1 = 1.862 \quad \tau_2 = 16.86$$

Disegnare su questo piano di Nyquist la posizione del punto B e la zona di ammissibilit :



Rete correttrice:

$$C(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s} = \frac{(1 + 1.862 s)}{(1 + 16.86 s)}$$

31. Rete correttrice: Nichols

Modulo e fase del punto B:

$$M_B = -10 \text{ db} = 0.316 \quad \varphi_B = -160^\circ$$

Pulsazione ω_A del punto A:

$$\omega_A = 15$$

Modulo e fase del punto A:

$$M_A = 0.0053, \quad \varphi_A = -202.24^\circ$$

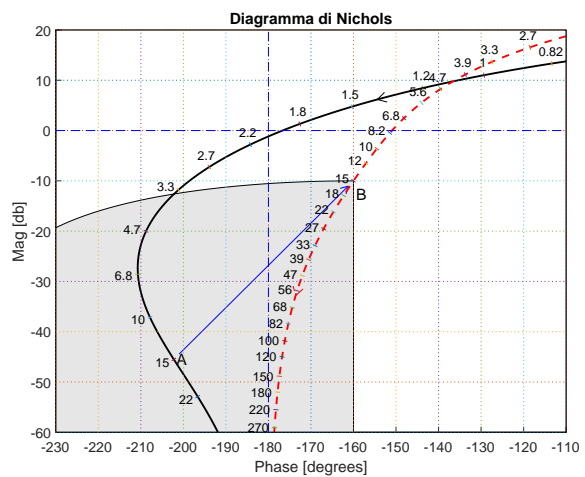
Parametri M e φ :

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 59.55, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = 42.24^\circ$$

Parametri τ_1 e τ_2 :

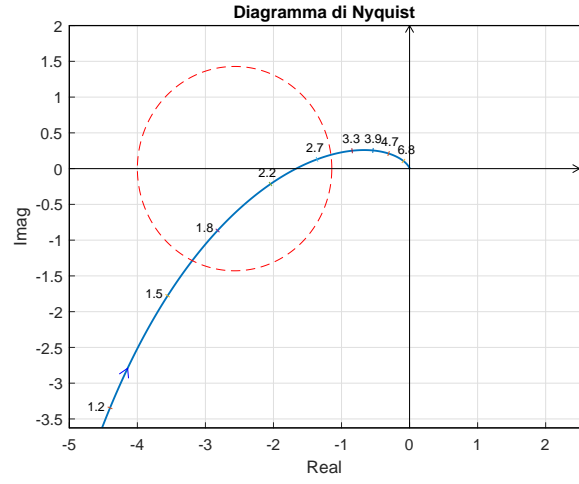
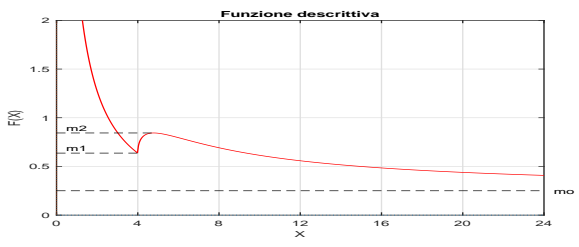
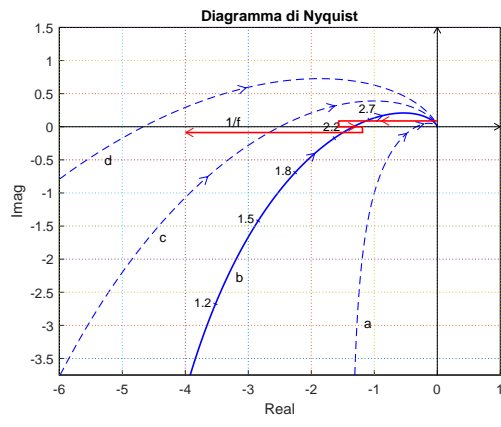
$$\tau_1 = 5.832 \quad \tau_2 = 0.07173$$

Disegnare sul questo piano di Nichols la posizione del punto B e la zona di ammissibilit :



Rete correttrice:

$$C(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s} = \frac{(1 + 5.832 s)}{(1 + 0.07173 s)}$$

32. Punti di lavoro	<p>Guadagni statici: $K_1 = \infty$ $K_2 = \frac{5}{2}$ $K_3 = \frac{2}{3}$</p> <p>Retta di carico:</p> $y = \frac{r}{K_2 K_3} = \frac{3r}{5}$ <p>Valori r_1 ed r_2 del segnale di ingresso r corrispondenti ai punti di lavoro (x_1, y_1) e (x_2, y_2):</p> $5 = \frac{3r_1}{5} \quad \rightarrow \quad r_1 = \frac{25}{3} = 8.333.$
33. Criterio del cerchio	<p>Pendenze delle rette del settore:</p> $\alpha = 0.25 \quad \beta = \frac{7}{8} = 0.875$ <p>Funzione d'anello $G(s)$:</p> $G(s) = \frac{50}{s(s+2)(s+3)}$ <p>Parametri della funzione $G(s)$:</p> $\bar{K}^* = 0.6 \quad \omega^* = \sqrt{6} = 2.45$ <p>Il sistema retroazionato é:</p> <p><input type="radio"/> globalmente asintoticamente stabile;</p> <p><input type="radio"/> instabile;</p> <p><input checked="" type="radio"/> non si può dire nulla;</p> <div style="text-align: right;"> <p>Disegnare su questo piano di Nyquist la posizione del cerchio critico e della $G(j\omega)$:</p>  </div>
34. Funzione descrittiva	<p>Valore della $F(X)$ per $X = 0^+$:</p> $m_0 = \infty$ <p>Valore della $F(X)$ per $X = \infty$:</p> $m_\infty = 0.25$ <p>Note:</p> <div style="text-align: right;"> <p>Andamento qualitativo della funzione descrittiva $F(X)$:</p>  </div>
35. Discussione al variare di K	<p>Per $K \neq 1$, il margine di ampiezza K^* del sistema $K G_1(s)$ è:</p> $K^* = \frac{\bar{K}^*}{K} = \frac{0.6}{K}$ <p>Discussione al variare di K:</p> <p>a) Per $K^* > m_2$ si ha un ciclo limite stabile.</p> <p>b) Per $m_1 < K^* < m_2$ si hanno 3 cicli limite, due stabili (quelli uscenti) e uno instabile (quello entrante).</p> <p>c) Per $m_3 < K^* < m_1$ si ha un ciclo limite stabile.</p> <p>d) Per $K^* < m_3$ il sistema retroazionato è instabile.</p> <div style="text-align: right;"> <p>Rappresentazione grafica delle funzioni $G(j\omega)$ e $-\frac{1}{F(X)}$:</p>  </div>

36. Discretizzazione

Utilizzando il metodo della corrispondenza poli-zeri si ottiene:

$$D(z) = K \frac{(1 - e^{-T} z^{-1})}{(1 - e^{-3T} z^{-1})}$$

Il valore di K si determina imponendo l'uguaglianza dei guadagni alle basse frequenze:

$$\lim_{s \rightarrow 0} D(s) = \lim_{z \rightarrow 1} D(z) \quad \rightarrow \quad \frac{1}{3} = K \frac{(1 - e^{-T})}{(1 - e^{-3T})} \quad \rightarrow \quad K = \frac{(1 - e^{-3T})}{3(1 - e^{-T})} = 0.9079$$

Sostituendo in $D(z)$ si ottiene:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = 0.9079 \frac{1 - 0.9048z^{-1}}{1 - 0.7408z^{-1}} = \frac{0.9079 - 0.8215z^{-1}}{1 - 0.7408z^{-1}}$$

La corrispondente equazione alle differenze assume la forma seguente:

$$m_k = 0.7408 m_{k-1} + 0.9079 e_k - 0.8215 e_{k-1}.$$

37. Esercizio opzionale (se previsto)

Cognome:

Nome:

N. Matr.: 9

A. Foglio di Brutta

Cognome:

Nome:

N. Matr.: 10

B. Foglio di Brutta

Cognome:

Nome:

N. Matr.: 11

C. Foglio di Brutta