Compito scritto di Controlli Automatici del 14 Settembre 2021

Domande a risposta multipla

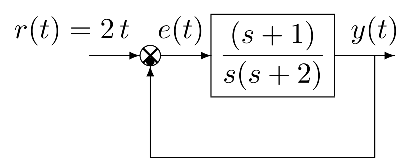
Si risponda alle seguenti domande a risposta multipla. Almeno una delle risposte é vera. Per ciascuna domanda riportare sul foglio delle risposte le lettere di tutte le riposte che si ritengono vere.

---

1. Il segnale $g(t)$ che si ottiene antitrasformando una funzione razionale fratta $G(s)$ asintoticamente stabile e strettamente propria è sempre:
   - A. un segnale continuo
   - B. un segnale nullo per $t < 0$
   - C. un segnale che tende a zero per $t \to \infty$
   - D. un segnale che puó tendere all'infinito per un valore finito di t

2. L'istante di massima sovraelongazione T_m della risposta al gradino di un sistema lineare del 2° ordine, stabile, privo di zeri e caratterizzato da due poli complessi coniugati $p_{1,2} = -\sigma \pm j\omega$ è
   - A. $T_m = \frac{\pi}{\sigma}$
   - B. $T_m = \frac{\pi}{\omega}$
   - C. $T_m = \frac{\pi}{\omega_n \delta}$
   - D. $T_m = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\delta^2}}$

3. Sia dato il sistema retroazionato mostrato in figura.
   L'errore a regime $e(\infty)$ della variabile $e(t)$ quando $t \to \infty$ é:
   - A. $e(\infty) = 0$
   - B. $e(\infty) = 1$
   - C. $e(\infty) = 2$
   - D. $e(\infty) = 4$



4. La posizione dei due poli di un sistema del 2° ordine privo di zeri è univocamente determinata se sono note le seguenti informazioni:
   - A. il picco di risonanza M_R e il tempo di assestamento T_a
   - B. la massima sovraelongazione $S\%$ e il picco di risonanza M_R
   - C. la pulsazione naturale ω_n e la massima sovraelongazione $S\%$
   - D. il tempo di assestamento T_a e il coefficiente di smorzamento δ

5. Per $\omega = \omega_n$ e $\delta = 1$, il diagramma "reale" di Bode delle ampiezze del sistema $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\delta\omega_n s+\omega_n^2}$
   - A. vale $1/2$
   - B. vale $1/\sqrt{2}$
   - C. vale $\simeq -3$ db.
   - D. vale $\simeq -6$ db.

6. Nella seconda formulazione del criterio di Nyquist, quella valida anche per sistemi “instabili”, si fa l’ipotesi che il sistema, oltre a poter avere un polo semplice o doppio nell’origine,

   A. sia a fase minima

   B. non abbia poli sull’asse immaginario

   C. abbia poli semplici sull’asse immaginario

   D. non si fanno altre ipotesi

7. In base al principio del modello interno, per neutralizzare (con errore nullo a regime) il segnale in ingresso $X(s) = \frac{1}{s^2+1}$ occorre che nel guadagno d’anello del sistema

   A. sia presente almeno un polo in $s = -1$

   B. sia presente almeno un polo nell’origine

   C. siano presenti almeno due poli nell’origine

   D. siano presenti almeno due poli complessi coniugati in $s_{1,2} = \pm j$

8. Il criterio del Cerchio per lo studio della stabilità di sistemi non lineari retroazonati è un criterio

   A. solo necessario

   B. solo sufficiente

   C. necessario e sufficiente

   D. che si applica anche a funzioni non lineari $y(x)$ simmetriche rispetto all’origine

9. Sul piano z i luoghi dei punti a coefficiente di smorzamento δ costante

   A. sono rette uscenti dall’origine

   B. sono circonferenze centrate nell’origine

   C. sono curve che passano per il punto $z = 1$

   D. sono tratti di spirali decrescenti verso l’origine

10. Applicando il metodo di discretizzazione delle “differenze in avanti” ad una funzione continua $D(s)$ asintoticamente stabile si ottiene una funzione discreta $D(z)$

    A. che puó essere stabile

    B. che puó essere instabile

    C. che é sicuramente stabile

    D. che é sicuramente instabile

Domande dirette

Si risponda alle seguenti domande dirette. Per ciascuna domanda riportare sul foglio delle risposte la corrispondente risposta.

11. Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ del seguente segnale temporale $x(t)$:

$$X(s) = \mathcal{L}[x(t)] = \mathcal{L}\left[(4\,t - 3\cos(5\,t))\,e^{-2\,t}\right] = \dots$$

12. Calcolare la trasformata di Laplace inversa $g(t)$ delle seguente funzione di trasferimento $G(s)$:

$$g(t) = \mathcal{L}^{\text{-}1}\left[G(s)\right] = \mathcal{L}^{\text{-}1}\left[2 + \frac{3}{s(s+1)(1+2\,s)}\right] = \dots$$

13. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ mostrato in figura quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

$$x(t) = 2 + 5\cos(3t - \tfrac{\pi}{6}) \longrightarrow \underbrace{\boxed{\frac{40}{(s+4)^2}}}_{G(s)} \longrightarrow y(t) \simeq \dots$$

14. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema del secondo ordine, senza zeri, caratterizzato da un guadagno statico $G(0) = 5$, da un coefficiente di smorzamento $\delta = 0.5$ e da un tempo di assestamento $T_a = 3$ s alla risposta al gradino:

$$G(s) =$$

15. Scrivere la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s+3)^2}{s^2(2\,s-1)}\,e^{-4\,s} \qquad \rightarrow \qquad \varphi(\omega) = \dots$$

16. Calcolare l'evoluzione libera y_k del sistema discreto $2\,y_{k+1} + y_k = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y_0 = 3$:

$$Y(z) = \qquad\qquad\qquad\qquad y_k =$$

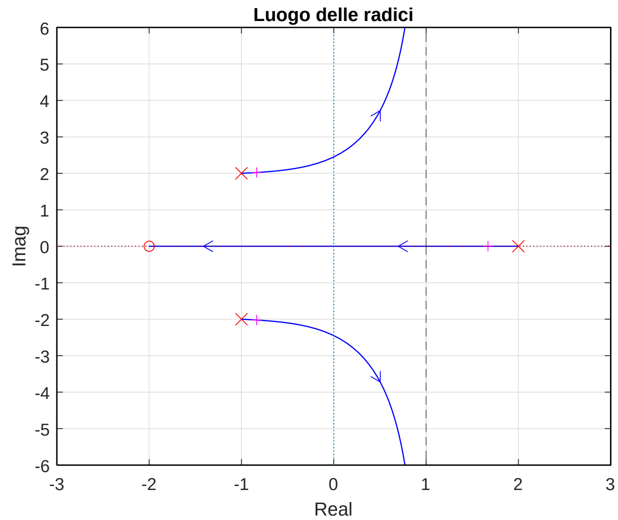
17. Calcolare la funzione di trasferimento $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

$$4\,y(k) + 2\,y(k-1) + y(k-2) = 5\,x(k-1) + 3\,x(k-2) \qquad \rightarrow \qquad G(z) =$$

18. Sia $Y(X)\cos(\omega t + \varphi(X))$ la fondamentale del segnale periodico $y(t)$ presente all'uscita della nonlinearità algebrica $y(t) = f[x(t)]$ in risposta all'ingresso $x(t) = X\cos(\omega t)$. La funzione descrittiva $F(X)$ è definita nel modo seguente:

$$F(X) =$$

19. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema $G(s) = \frac{(s+2)}{(s-2)[(s+1)^2+4]}$ al variare del parametro $K > 0$. Calcolare:



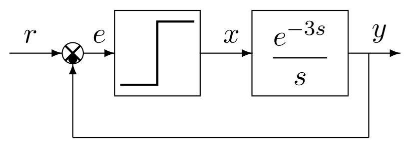
a) L'ascissa σ_0 corrispondente alla condizione di allineamento dei tre poli:

$$\sigma_0 =$$

b) Il valore K^* corrispondente alla condizione di attraversamento dell'asse immaginario:

$$K^* =$$

20. Sia dato il seguente sistema retroazionato. Per la presenza del relé ideale il sistema sicuramente oscilla. Fornire il valore della pulsazione ω^* di oscillazione:



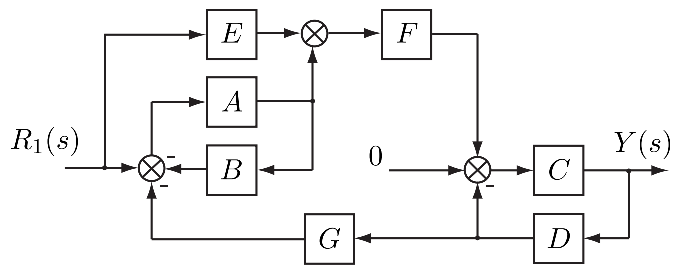
$$\omega^* =$$

Esercizi

Si svolgano i seguenti esercizi. La risposta di ciascun esercizio deve essere riportata sul foglio delle risposte nella sezione specificatamente riservata al corrispondente esercizo.

21. **(Mason)** Relativamente allo schema a blocchi mostrato in figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s)$:

$G_1(s) = \frac{Y(s)}{R_1(s)} = \dots$



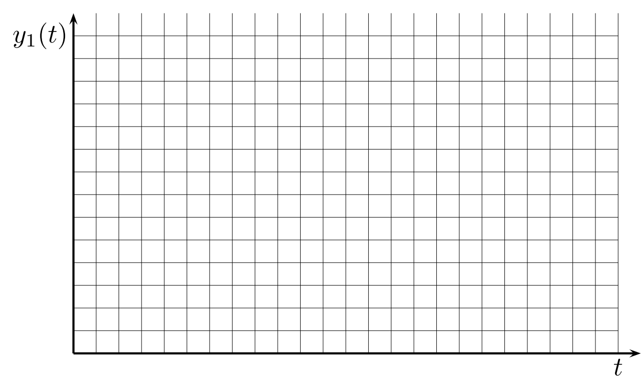
22. **(Risposta al gradino)**

Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{20\,(3 + 0.1\,s)(s^2 + 10\,s + 160)}{(2\,s + 10)(0.1\,s + 5)(s^2 + 2\,s + 400)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$



23. **(Margini di stabilitá)** Sia data la funzione di risposta armonica, riportata in figura, di un sistema $G(s)$ a fase minima. Nei limiti della precisione consentita dal grafico, calcolare:

a) il margine di ampiezza M_α del sistema;

b) il margine di fase M_φ del sistema;

c) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 45$;

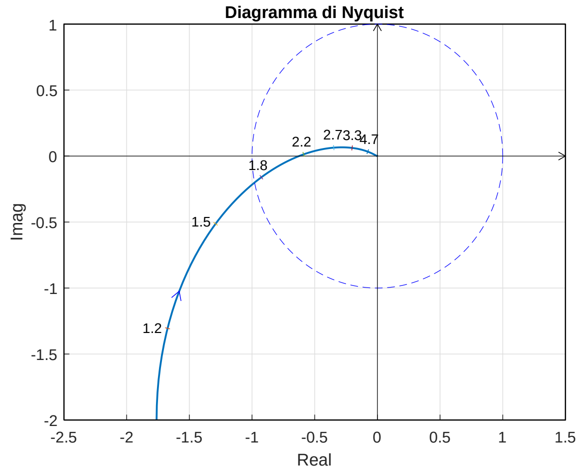
d) il guadagno K_α per cui la funzione $K_\alpha\,G(j\omega)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 4$;

a) $M_a = \ldots\ldots\ldots$

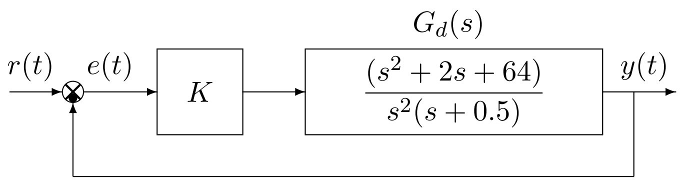
b) $M_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

c) $K_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

d) $K_\alpha = \ldots\ldots\ldots$



24. **(Criterio di Routh)** Sia dato il seguente sistema retroazionato:



Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

25. **(Diagrammi asintotici di Bode)** Vedi (24). Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

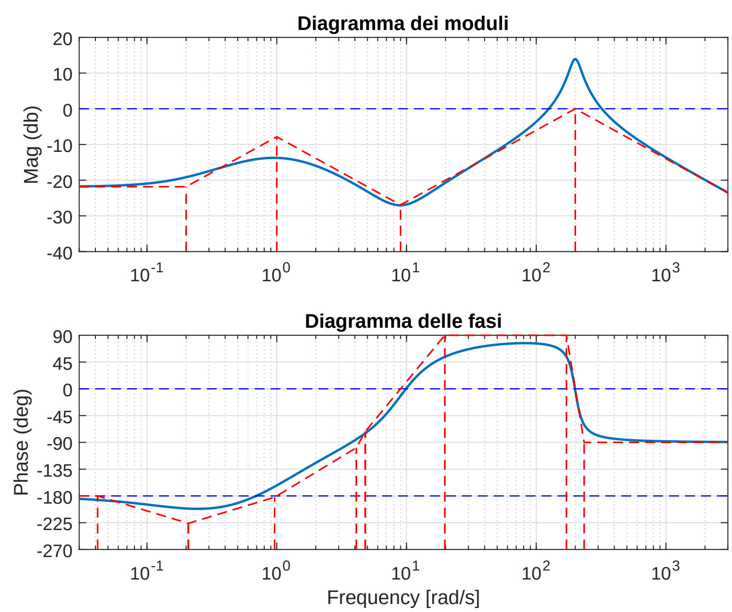
26. **(Diagramma di Nyquist)** Vedi (24). Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale negativo e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

27. **(Stima di una funzione $G(s)$)**

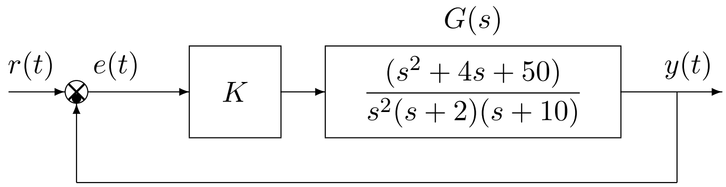
Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$. Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

$G(s) = \ldots$



28. **(Luogo delle radici)** Sia dato il seguente sistema retroazionato:



tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $K > 0$. Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

29. **(Contorno delle radici)** Sia data la seguente equazione caratteristica di un sistema retroazionato:

$$1 + \frac{5(s+1)(s+\alpha)}{s^2(s-2)} = 0$$

Tracciare qualitativamente il contorno delle radici dell'equazione caratteristica al variare del parametro $\alpha > 0$. Il calcolo di α^* non è necessario. Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

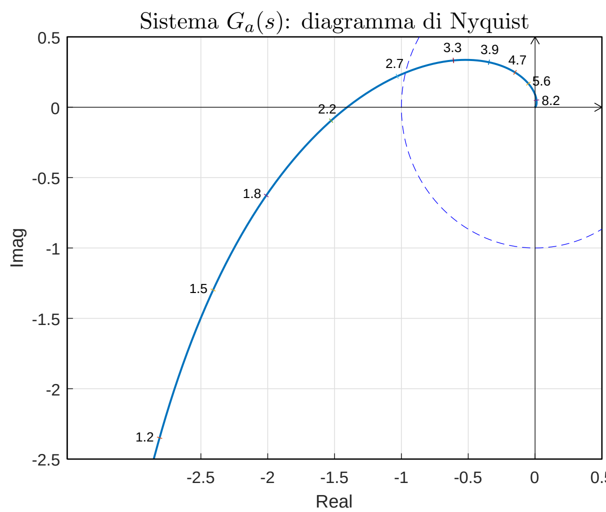
30. **(Rete correttrice: Nyquist)**

Sia data la funzione di risposta armonica del sistema $G_a(s)$ riportata a fianco.

Progettare una rete correttrice

$$C_a(s) = \frac{1+\tau_1\, s}{1+\tau_2\, s}$$

in modo da garantire che la funzione di risposta armonica del sistema compensato $C_a(s)G_a(s)$ abbia un margine di ampiezza $M_a = 10$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.



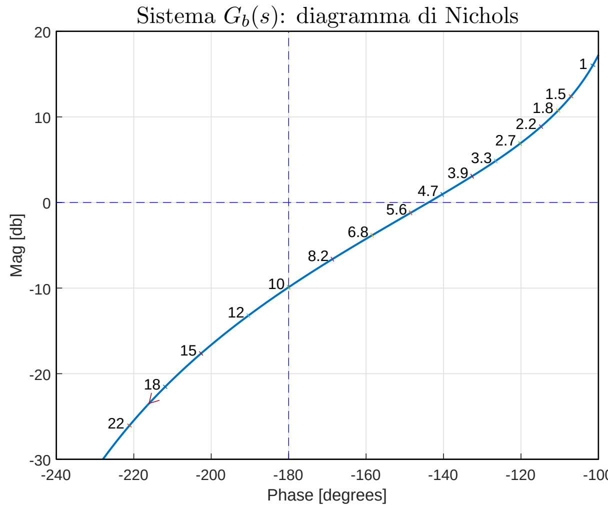
31. **(Rete correttrice: Nichols)**

Sia data la funzione di risposta armonica del sistema $G_b(s)$ riportata a fianco.

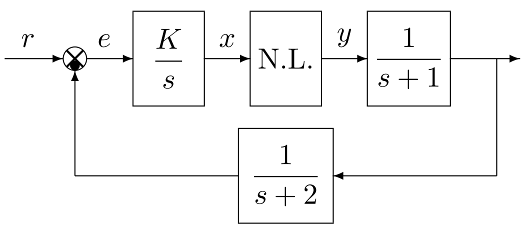
Progettare una rete **anticipatrice**

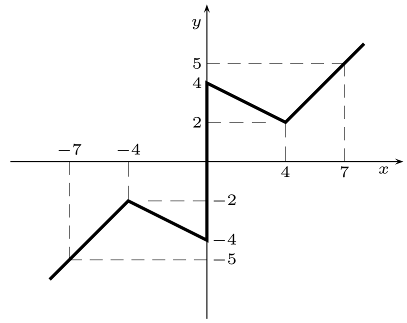
$$C_b(s) = \frac{1 + \tau_1\, s}{1 + \tau_2\, s}$$

in modo da garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = 60^o$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.



32. **(Punto di lavoro)** Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





Posto $K = 1$, determinare per quale valore r_1 del riferimento r il punto di lavoro del sistema retroazionato coincide con il punto $(x_1, y_1) = (7, 5)$.

33. **(Criterio del cerchio)** Vedi (32). Posto $K = 1$, $r = r_1$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile nell'intorno del punto di lavoro $(x_0, y_0) = (7, 5)$.

34. **(Funzione descrittiva)** Vedi (32). Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità N.L. assegnata, prendendo l'origine come punto di lavoro. Utilizzare delle variabili (per esempio: m_1, m_2, ...) per rappresentare gli eventuali valori non noti minimi e massimi della funzione $F(X)$.

35. **(Discussione al variare di K)** Vedi (32). Discutere "qualitativamente" (anche in funzione dei parametri m_1, m_2, ...) l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

36. **(Discretizzazione)** Utilizzando il metodo della trasformazione bilineare, discretizzare la seguente rete correttrice

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s+3)}{(s+1)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.2$.