Compito scritto di Controlli Automatici del 13 Luglio 2021

Domande a risposta multipla

Si risponda alle seguenti domande a risposta multipla. Almeno una delle risposte é vera. Per ciascuna domanda riportare sul foglio delle risposte le lettere di tutte le riposte che si ritengono vere.

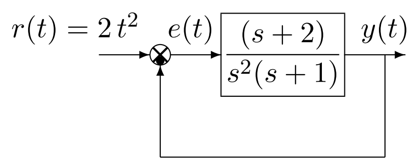
---

1. La trasformata di Laplace del segnale $f(t)$ è definita come segue:
   - A. $F(s) := \int_0^\infty f(t)\, e^{st}\, dt$
   - B. $F(s) := \int_0^\infty f(t)\, e^{-st}\, dt$
   - C. $F(s) := \int_{-\infty}^\infty f(\tau)\, e^{st}\, dt$
   - D. $F(s) := \int_{-\infty}^\infty f(t)\, e^{-st}\, dt$

2. Un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri, ha un picco di risonanza $M_R > 1$
   - A. se e solo se $0 < \delta < 1$
   - B. se e solo se $0 < \delta < 0.5$
   - C. se e solo se $0 < \delta < 1/\sqrt{2}$
   - D. se e solo se $0.5 < \delta < 1/\sqrt{2}$

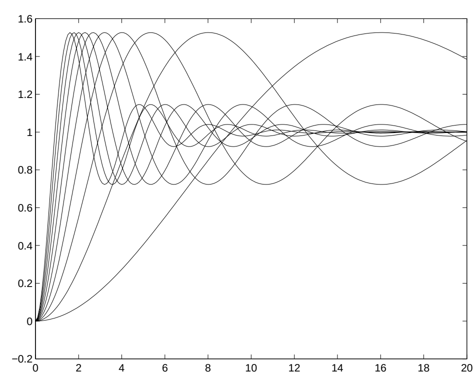
3. Sia dato il sistema retroazionato mostrato in figura.

   L'errore a regime $e(\infty)$ della variabile $e(t)$ quando $t \to \infty$ é:



   - A. $e(\infty) = 0$
   - B. $e(\infty) = 1$
   - C. $e(\infty) = 2$
   - D. $e(\infty) = \infty$

4. Si considerino le risposte temporali al gradino unitario riportate in figura.



   Quali di questi parametri rimangono costanti per tutti i sistemi che hanno generato gli andamenti temporali riportati in figura?

   - A. picco di risonanza M_R
   - B. tempo di assestamento T_a
   - C. coefficiente di smorzamento δ
   - D. massima sovraelongazione $S\%$

5. La funzione di risposta armonica di un ritardo puro $G(s) = e^{-t_0 s}$
   A. ha modulo costante e fase crescente
   B. ha modulo costante e fase decrescente
   C. ha modulo decrescente e fase crescente
   D. ha modulo decrescente e fase decrescente
6. La formula di Bode per il calcolo della fase di un sistema a partire dal diagramma delle ampiezze
   A. è una formula esatta
   B. è una formula approssimata
   C. è valida per tutti sistemi lineari stabili
   D. è valida per tutti i sistemi lineari a fase minima
7. Un sistema $G(s)$ retroazionato è asintoticamente stabile:
   A. se e solo se il suo margine di fase M_φ è positivo
   B. se e solo se il suo margine di ampiezza M_α è positivo
   C. se e solo se il suo margine di fase M_φ è maggiore di 1
   D. se e solo se il suo margine di ampiezza M_α è maggiore di 1
8. Sia $F(X)$ la funzione descrittiva di una non linearità posta in retroazione negativa sul sistema $G(s)$. Se sul piano complesso non vi sono intersezioni tra la $G(j\omega)$ e la $-1/F(X)$ allora nell'intorno del punto di lavoro
   A. il sistema retroazionato può essere stabile
   B. il sistema retroazionato può essere instabile
   C. il sistema retroazionato è sicuramente stabile
   D. il sistema retroazionato non presenta oscillazioni autosostenute
9. Sia $X(z)$ la Z-trasformata della sequenza $x(kT)$. Il teorema del valore iniziale
   A. afferma che $x(0) = \lim_{z\to\infty} X(z)$
   B. afferma che $x(0) = \lim_{z\to\infty} zX(z)$
   C. afferma che $x(0) = \lim_{z\to\infty}(1-z)X(z)$
   D. si applica solamente se la funzione $X(z)$ ha tutti i poli stabili
10. Nel metodo di descretizzazione per corrispondenza poli/zeri applicato alla funzione $D(s)$, la compensazione del guadagno k alle alte frequenze prevede l'utilizzo della seguente relazione:
    A. $\lim_{s\to 0} G(s) = \lim_{z\to 1} G(z)$
    B. $\lim_{s\to 0} G(s) = \lim_{z\to\infty} G(z)$
    C. $\lim_{s\to\infty} G(s) = \lim_{z\to\infty} G(z)$
    D. $\lim_{s\to\infty} G(s) = \lim_{z\to -1} G(z)$

Domande dirette

Si risponda alle seguenti domande dirette. Per ciascuna domanda riportare sul foglio delle risposte la corrispondente risposta.

11. Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ del seguente segnale temporale $x(t)$:

$$X(s) = \mathcal{L}[x(t)] = \mathcal{L}\left[5 + 2\,t^4 + 3\,\cos(6t)\,e^{-5\,t}\right] = \dots$$

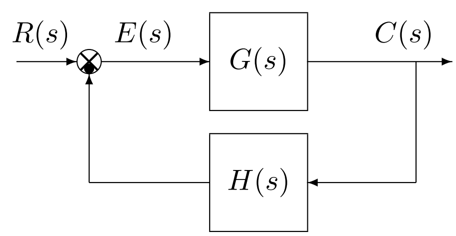
12. Calcolare la trasformata di Laplace inversa $g(t)$ delle seguente funzione di trasferimento $G(s)$:

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[G(s)\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s+2}{s+1} + \frac{8}{(s+3)(s+5)}\right] = \dots$$

13. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ mostrato in figura quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

$$x(t) = 5 + \sin(2\,t) \longrightarrow \boxed{G(s) = \frac{s^2+4}{(s+1)^2}} \longrightarrow y(t) \simeq \dots$$

14. Si consideri il sistema retroazionato riportato di fianco. Scrivere la funzione $K(s)$ che lega la variazione relativa del sistema $H(s)$ alla variazione relativa del sistema retroazionato $G_0(s)$ quando varia un parametro β interno alla funzione di trasferimento $H(s)$:



$$\frac{\Delta G_0(s)}{G_0(s)} = K(s)\,\frac{\Delta H(s)}{H(s)} \qquad\qquad K(s) = \dots$$

15. Scrivere la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s+5)^2\,e^{-2\,s}}{(s+1)(s^2+4)} \qquad \rightarrow \qquad \varphi(\omega) = \dots$$

16. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $2\dot{y}(t) + 3\,y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = 4$.

$$Y(s) = \qquad\qquad\qquad\qquad y(t) =$$

17. Scrivere l'equazione alle differenze corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{5 + 3z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} \qquad \rightarrow \qquad \dots$$

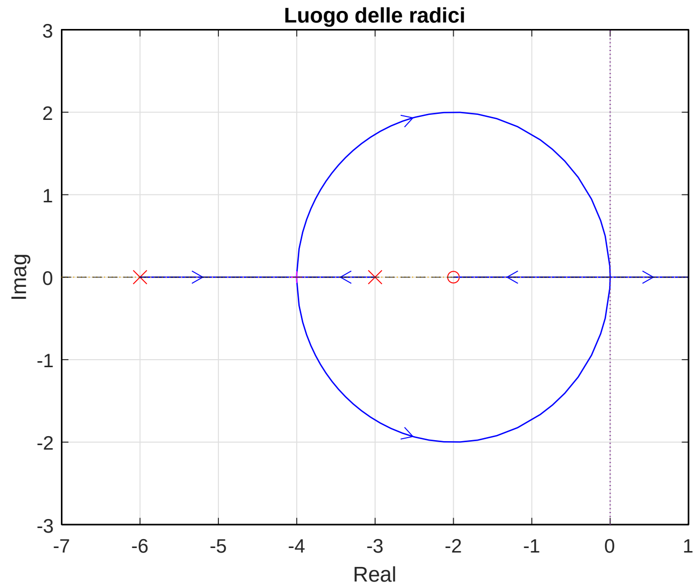
18. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t \to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t \to \infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{(4\,s+5)(s+4)}{s(2\,s+1)(3\,s-7)} \qquad \rightarrow \qquad y_0 = \ldots \qquad\qquad y_\infty = \ldots$$

19. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema $G(s) = \frac{-(s+2)}{(s+3)(s+6)}$ posto in retroazione negativa al variare del parametro $K > 0$.

Calcolare il valore K_a corrispondente alla condizione di minimo tempo di assestamento del sistema retroazionato:

$$K_a = \ldots$$



20. Sia $X(z) = \mathcal{Z}[x(k)]$ la $\mathcal{Z}$-trasformata della successione $x(k)$. Per $n = 1, 2, \ldots$, enunciare il teorema della traslazione nel tempo in anticipo:

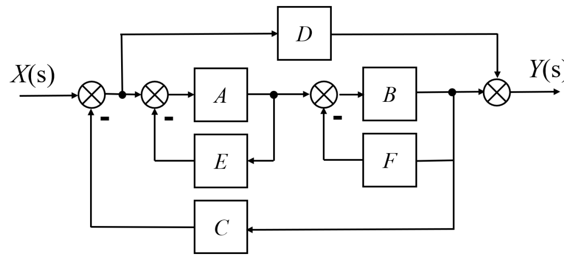
$$\mathcal{Z}[x(t+nT)] = \ldots$$

Esercizi

Si svolgano i seguenti esercizi. La risposta di ciascun esercizio deve essere riportata sul foglio delle risposte nella sezione specificatamente riservata al corrispondente esercizo.

21. **(Mason)** Relativamente allo schema a blocchi mostrato in figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G_1(s) = \ldots$



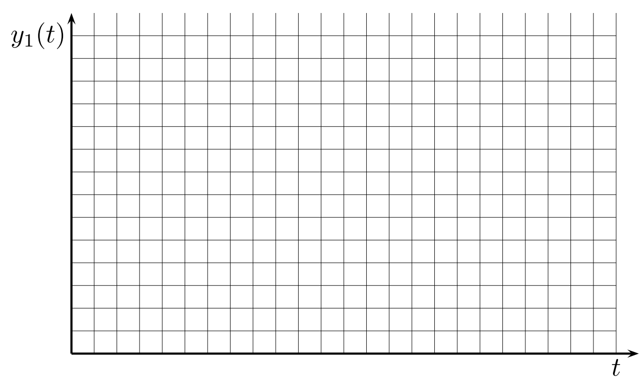
22. **(Risposta al gradino)**

Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{90(5+0.2s)(s^2+25s+10^2)}{(0.3s+5)(4s+0.2)(s^2+16s+72)(s^2+4s+25)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$



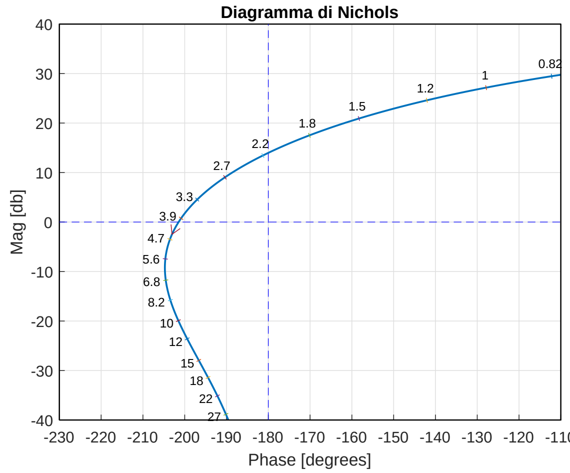
23. **(Margini di stabilitá)** Sia data la funzione di risposta armonica, riportata in figura, di un sistema $G(s)$ a fase minima. Nei limiti della precisione consentita dal grafico, calcolare:

a) il margine di ampiezza M_α del sistema;

b) il margine di fase M_φ del sistema;

c) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\, G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 50$;

d) il guadagno K_α per cui la funzione $K_\alpha\, G(j\omega)$ passa per il punto $B = (-160°, -20 \text{ db})$;



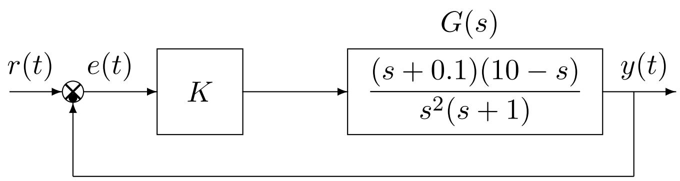
a) $M_a = \ldots\ldots\ldots$

b) $M_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

c) $K_\varphi = \ldots\ldots\ldots$

d) $K_\alpha = \ldots\ldots\ldots$

24. **(Criterio di Routh)** Sia dato il seguente sistema retroazionato:



Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

25. **(Diagrammi asintotici di Bode)** Vedi (24). Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

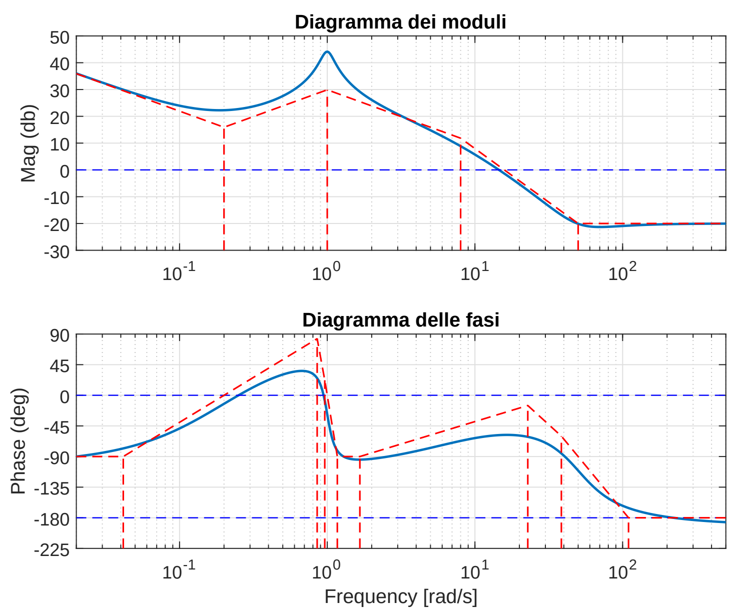
26. **(Diagramma di Nyquist)** Vedi (24). Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale negativo e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

27. **(Stima di una funzione $G(s)$)**

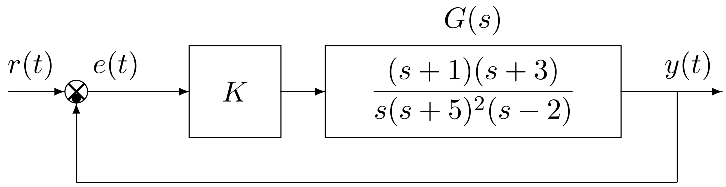
Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$. Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

$G(s) = \ldots$



28. **(Luogo delle radici)** Sia dato il seguente sistema retroazionato:



tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $K > 0$. Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

29. **(Contorno delle radici)** Sia data la seguente equazione caratteristica di un sistema retroazionato:

$$1 + \frac{10(s+\alpha)(s+7)}{s^3} = 0$$

Tracciare qualitativamente il contorno delle radici dell'equazione caratteristica al variare del parametro $\alpha > 0$. Il calcolo di α^* non è necessario. Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

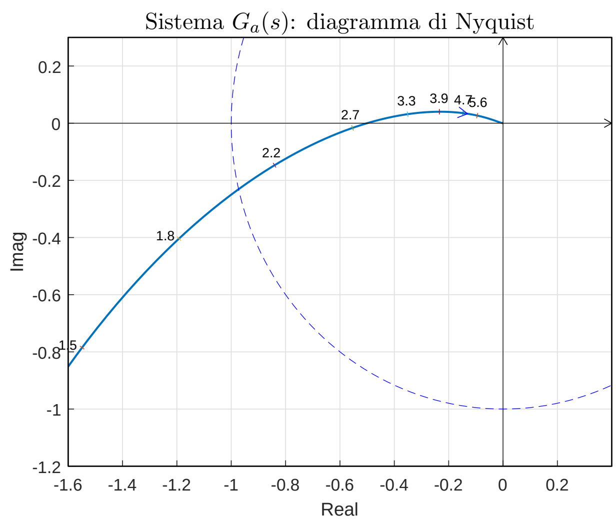
30. **(Rete correttrice: Nyquist)**

Sia data la funzione di risposta armonica del sistema $G_a(s)$ riportata a fianco.

Progettare una rete correttrice

$$C_a(s) = \frac{1 + \tau_1\, s}{1 + \tau_2\, s}$$

in grado di garantire al sistema compensato $C_a(s)G_a(s)$ un margine di fase $M_\varphi = 50°$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.



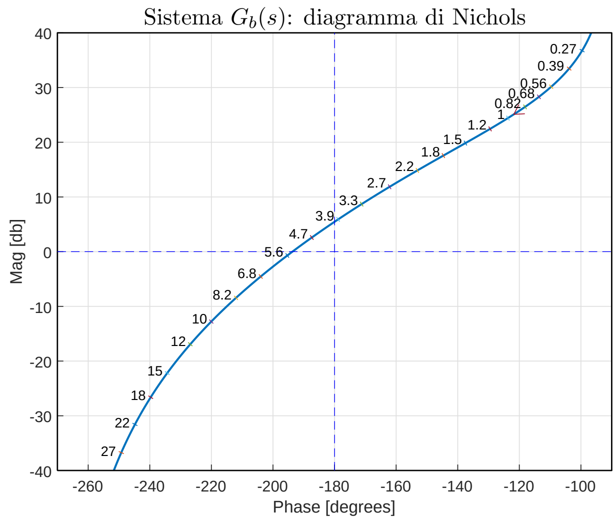
31. **(Rete correttrice: Nichols)**

Sia data la funzione di risposta armonica del sistema $G_b(s)$ riportata a fianco.

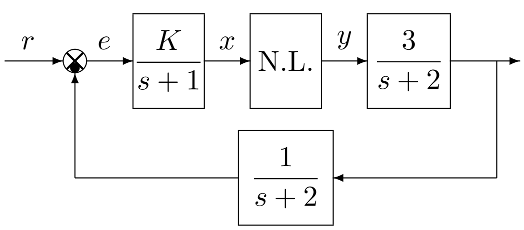
Progettare una rete **ritardatrice**

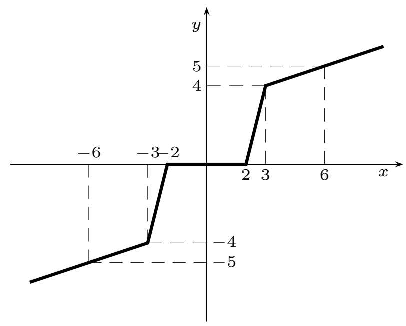
$$C_b(s) = \frac{1+\tau_1\, s}{1+\tau_2\, s}$$

in modo da garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_\alpha = 10$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.



32. **(Punto di lavoro)** Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





Posto $K = 1$, determinare per quale valore r_1 del riferimento r il punto di lavoro del sistema retroazionato coincide con il punto $(x_1, y_1) = (3, 4)$.

33. **(Criterio del cerchio)** Vedi (32). Posto $K = 1$, $r = r^*$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile nell'intorno del punto di lavoro $(x_0, y_0) = (3, 4)$.

34. **(Funzione descrittiva)** Vedi (32). Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità N.L. assegnata, prendendo l'origine come punto di lavoro. Utilizzare delle variabili (per esempio: m_1, m_2, $\ldots$) per rappresentare gli eventuali valori non noti minimi e massimi della funzione $F(X)$.

35. **(Discussione al variare di K)** Vedi (32). Discutere "qualitativamente" (anche in funzione dei parametri m_1, m_2, $\ldots$) l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

36. **(Discretizzazione)** Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro, discretizzare la seguente rete correttrice:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s+1)}{s^2}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.1$.