

Firma:

Esame scritto di Controlli Automatici
Foglio delle risposte. Data del compito: 10 Luglio 2020

Domande a risposta multipla. Per ciascun domanda riportare nella seguente tabella le lettere di tutte le risposte che si ritengono vere.

1) A	2) B	3) A C	4) D	5) B D
6) A B D	7) A B	8) B	9) D	10) D

Domande dirette. Per ciascuna domanda riportare nella seguente tabella la corrispondente risposta.

11) $X(s) = 2 + \frac{5}{s} + \frac{6(s+3)}{(s+3)^2 + 16}$	12) $g(t) = 2 - \frac{10}{3}e^{-2t} + \frac{4}{3}e^{-5t}$
13) $y(t) \simeq 30 + 50 \sin(10t - 80^\circ)$	14) $\varphi(\omega) = \arctan \frac{3\omega}{2} - 2t_0 \omega - \frac{\pi}{2} - \pi + \arctan \frac{2\omega}{5}$
15) $F(X) = \frac{4Y_1}{\pi X}$	16) $2y_{k+1} + 6y_k + 4y_{k-1} + 3y_{k-2} = 3x_k + 5x_{k-1}$
17) $y_0 = -\frac{1}{3} \quad y_\infty = 8$	18) $T_a = \frac{3}{\frac{1}{T} \ln(0.6) } = \frac{0.3}{ \ln(0.6) } = 0.5873$
19) $K_a = -\left. \frac{1}{G(s)} \right _{s=-4} = 9$	20) $y(t) = 5e^{-0.75t}$

Esercizi. Per ciascun esercizio riportare negli spazi indicati i risultati finali e principali passaggi necessari per ottenerli. Si raccomanda di scrivere in maniera chiara.

21. Mason	$G_1(s) = \frac{BC + A(1 + BD)}{1 + BD + AF + BCED + BCF + BDAF}$
22. Risposta al gradino	<p>a) Il valore a regime:</p> $y_\infty = 1.1852,$ <p>b) Il tempo di assestamento:</p> $T_a \simeq \frac{3}{0.1} = 30 \text{ s},$ <p>c) Il periodo dell'eventuale oscillazione:</p> $T_\omega \simeq \pi = 3.145 \text{ s}.$

23. Margini	<p>a) $M_\alpha = 0.67533$ b) $M_\varphi = -14.7^\circ$ c) $K_\varphi = 0.354$ d) $K_\alpha = 0.135$</p>												
24. Criterio di Routh	<p>Equazione caratteristica del sistema retroazionato:</p> $1 + \frac{2K(s-0.2)}{s(s^2+s+9)} = 0 \quad \rightarrow \quad s^3 + s^2 + (9+2K)s - 0.4K = 0$ <p>Tabella di Routh:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">3</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">9+2K</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">-0.4K</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">9+2.4K</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">0</td> <td style="padding: 0 5px;">-0.4K</td> <td></td> </tr> </table> <p>Calcoli: Dalla tabella di Routh si ricavano i seguenti vincoli:</p> $9 + 2.4K > 0, \quad K < 0.$ <p>Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:</p> $K^* = -3.75 = -\frac{9}{2.4} < K < 0 \quad \omega^* = \sqrt{-0.4K^*} = \sqrt{(9+2K^*)} = \sqrt{1.5} = 1.225$	3	1	9+2K	2	1	-0.4K	1	9+2.4K		0	-0.4K	
3	1	9+2K											
2	1	-0.4K											
1	9+2.4K												
0	-0.4K												
25. Diagrammi asintotici di Bode	<p>La funzione approssimante $G_0(s)$, la fase φ_0 e il modulo M_0:</p> $G_0(s) = -\frac{0.4}{9s} = -\frac{0.0444}{s} = \frac{K_0}{s}, \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{2}, \quad M_0 = \infty$ <p>La funzione approssimante $G_\infty(s)$, fase φ_∞ e modulo M_∞:</p> $G_\infty(s) = \frac{2}{s^2}, \quad \varphi_\infty = -\pi, \quad M_\infty = 0$ <p>Guadagno β in corrispondenza della pulsazione ω_0 dove si ha il primo cambio di pendenza:</p> $\omega_0 = 0.2, \quad \beta = \frac{0.4}{9 \cdot 0.2} = 0.2222 \simeq -13.06 \text{ db},$ <p>Guadagno γ in corrispondenza della pulsazione ω_∞ dove si ha l'ultimo cambio di pendenza:</p> $\omega_\infty = 3, \quad \gamma = \frac{2}{3^2} = 0.2222 \simeq -13.06 \text{ db}.$												

Dopo aver indicato i valori degli assi, riportare i diagrammi asintotici di Bode delle fase e delle ampiezze.

Diagramma asintotico dei moduli

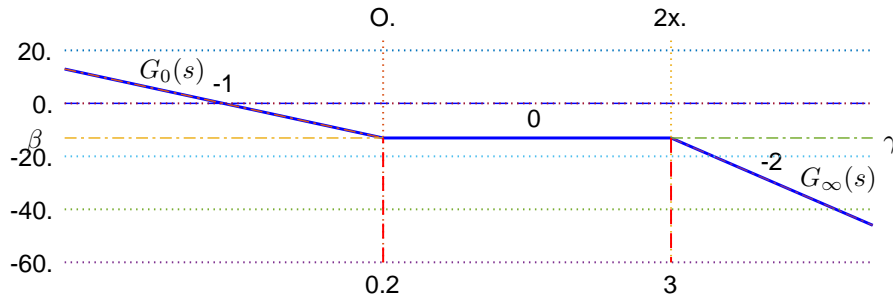
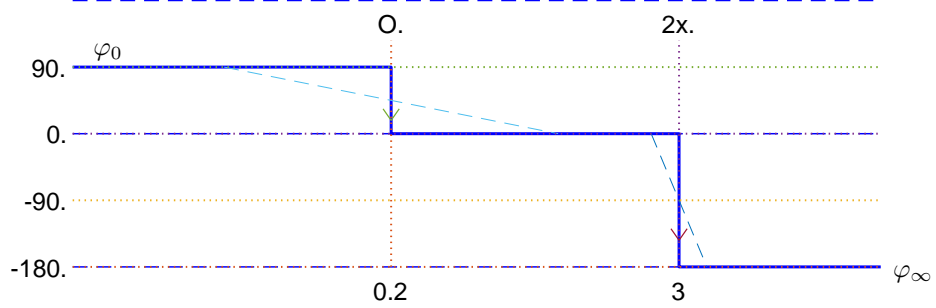


Diagramma a gradoni delle fasi



25. Diagrammi asintotici di Bode (scale logaritmiche)

26. Diagramma di Nyquist

Fase iniziale φ_0 , modulo iniziale M_0 e parametro $\Delta\tau$:

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}, \quad M_0 = \infty, \quad \Delta\tau = -5 - \frac{1}{9} = -5.1111 < 0$$

Fase finale φ_∞ , modulo finale M_∞ e parametro Δp :

$$\varphi_\infty = -\pi \quad M_\infty = 0 \quad \Delta p = 0.2 + 1 = 1.2 > 0$$

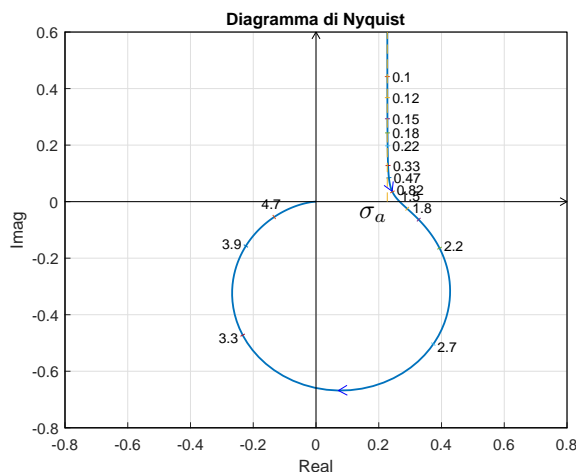
Indicare se nel diagramma di Nyquist é presente un asintoto verticale: Si , No .

Se si, fornire la posizione dell'asintoto verticale: $\sigma_a = K_0\Delta\tau = (-0.0444) \cdot (-5.1111) = 0.2272$

Variazione di fase $\Delta\varphi$ per $\omega \in]0, \infty[$: $\Delta\varphi = -\frac{3\pi}{2}$

Eventuale intersezione con il semiasse reale: $\sigma_1^* = -\frac{1}{K^*} = -\frac{1}{-3.75} = 0.2667$

Tracciamento qualitativo del diagramma di Nyquist completo:



27. Stima di una funzione $G(s)$

Funzione di trasferimento del sistema:

$$G(s) = \frac{1000(s + 0.3)(s - 2)}{s(s^2 + 6s + 10^2)(s - 200)}$$

Il valore $K = 1000$ si determina, per esempio, calcolando il modulo γ dell'approssimante $G_0(s)$ in corrispondenza della pulsazione $\omega = 0.3$:

$$|G_0(s)|_{s=0.3j} = \left| \frac{K \cdot 0.6}{100 \cdot 200s} \right|_{0.3j} = \frac{K}{10000} = \gamma \simeq -20 \text{ db} \simeq 0.1 \quad \rightarrow \quad K \simeq 1000.$$

Il coefficiente di smorzamento della coppia di poli complessi coniugati stabili è il seguente:

$$\delta = \frac{1}{2M_{\omega_n}} = \frac{1}{5} = 0.3.$$

La distanza $M_{\omega_n} \simeq 4.5 \text{ db} \simeq 1.66$ di legge dal diagramma di Bode dei moduli.

28. Luogo delle Radici

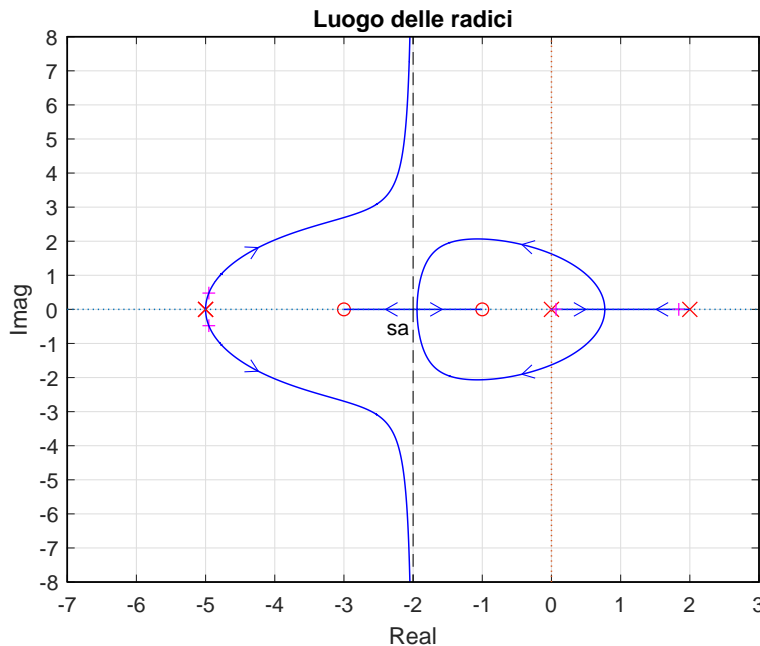
Equazione caratteristica del sistema retroazionato:

$$1 + K_1 G_1(s) = 0 \quad \leftrightarrow \quad 1 + K \frac{(s+3)(s+1)}{s(s-2)(s+5)^2} = 0$$

Numeri r degli asintoti e posizione σ_a del centro degli asintoti (solo se $r \geq 2$):

$$r = 2 \qquad \qquad \qquad \sigma_a = \frac{1}{2}(2 - 10 + 3 + 1) = -2$$

Tracciamento qualitativo del luogo delle radici per $K < 0$:



29. Contorno delle Radici

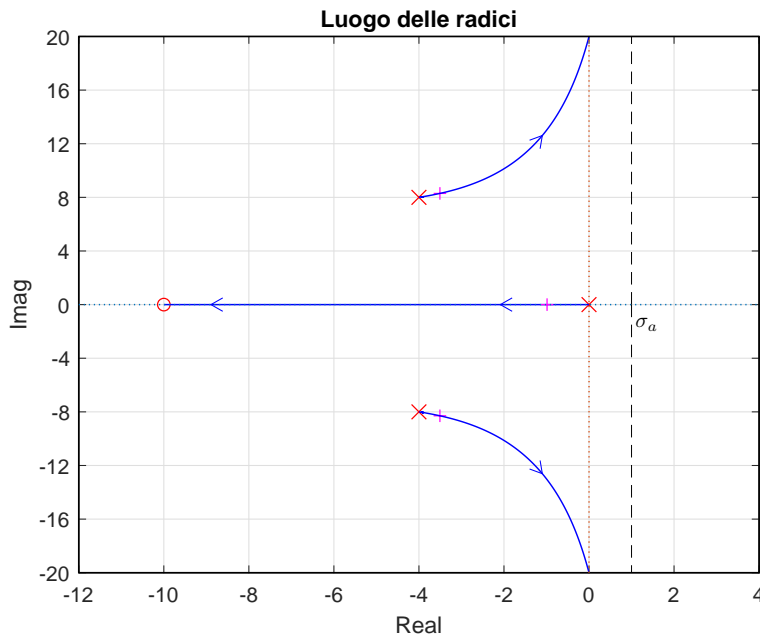
Equazione caratteristica del sistema dinamico assegnato posto nella forma $1 + \alpha G_2(s)$:

$$1 + \frac{8(s + \alpha)(s + 10)}{s^3} = 0 \quad \rightarrow \quad 1 + \alpha \frac{8(s + 10)}{s(s^2 + 8s + 80)} = 0$$

Funzione $G_2(s)$ fattorizzata, grado relativo r e posizione σ_a del centro degli asintoti (se $|r| > 1$):

$$G_2(s) = \frac{8(s + 10)}{s[(s + 4)^2 + 8^2]} \qquad r = 2 \qquad \sigma_a = \frac{1}{2}(-8 + 10) = 1$$

Tracciamento qualitativo del contorno delle radici della funzione $G_2(s)$ per $\alpha > 0$:



30. Rete correttiva: Nyquist

Modulo e fase del punto B:

$$M_B = \sqrt{0.5} = 0.707 \quad \varphi_B = 225^\circ$$

Pulsazione ω_A del punto A:

$$\omega_A = 5.6$$

Modulo e fase del punto A:

$$M_A = 2.898, \quad \varphi_A = 243^\circ.$$

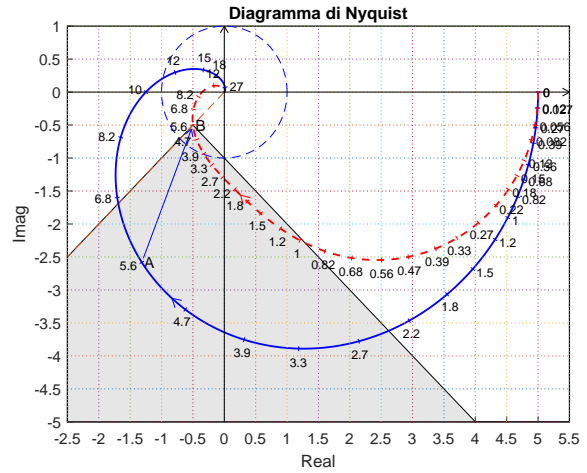
Parametri M e φ :

$$M = 0.2440 \quad \varphi = -18^\circ$$

Parametri τ_1 e τ_2 :

$$\tau_1 = 0.4086 \quad \tau_2 = 1.8187$$

Disegnare su questo piano di Nyquist la posizione del punto B e la zona di ammissibilit :



Rete correttiva:

$$C(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s} = \frac{(1 + 0.4086 s)}{(1 + 1.8187 s)}$$

31. Rete correttiva: Nichols

Modulo e fase del punto B:

$$M_B = 0 \text{ db} = 1 \quad \varphi_B = -130^\circ$$

Pulsazione ω_A del punto A:

$$\omega_A = 6.8$$

Modulo e fase del punto A:

$$M_A = 0.0491, \quad \varphi_A = -193.7^\circ.$$

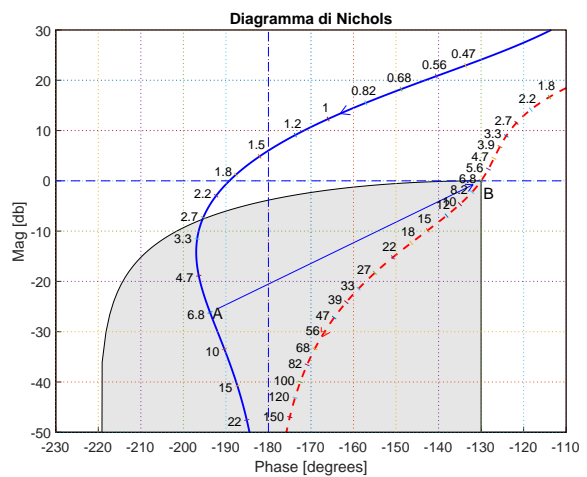
Parametri M e φ :

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 20.36, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = 63.73^\circ$$

Parametri τ_1 e τ_2 :

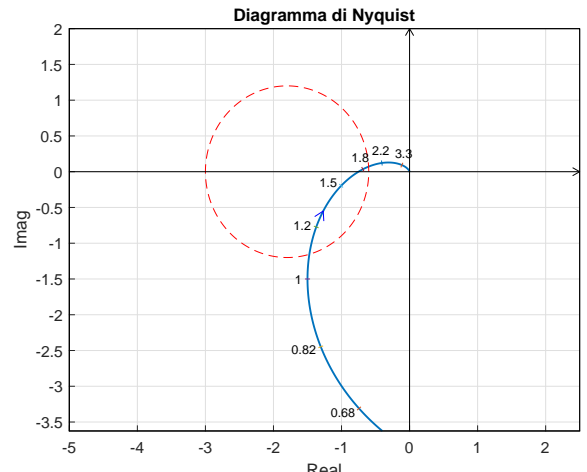
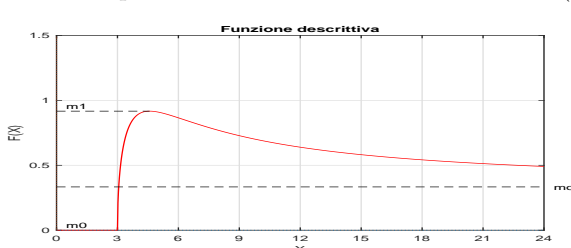
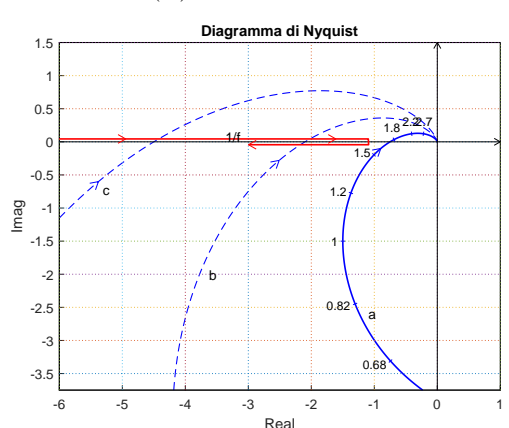
$$\tau_1 = 3.266 \quad \tau_2 = 0.06452$$

Disegnare sul questo piano di Nichols la posizione del punto B e la zona di ammissibilit :



Rete correttiva:

$$C(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s} = \frac{(1 + 3.266 s)}{(1 + 0.06452 s)}$$

32. Punti di lavoro	<p>Guadagni statici: $K_1 = 1$ $K_2 = 3$ $K_3 = 2$</p> <p>Retta di carico:</p> $x = r - 6y \qquad \rightarrow \qquad r = x + 6y$ <p>Valori r_1 ed r_2 del segnale di ingresso r corrispondenti ai punti di lavoro (x_1, y_1) e (x_2, y_2):</p> $5 = \frac{3r_1}{5} \qquad \rightarrow \qquad r_1 = 6 + 6 \cdot 5 = 36.$
33. Criterio del cerchio	<p>Pendenze delle rette del settore:</p> $\alpha = \frac{1}{3} = 0.3333, \qquad \beta = \frac{5}{3} = 1.6667.$ <p>Funzione d'anello $G(s)$:</p> $G(s) = \frac{6}{(s+1)^3}$ <p>Parametri della funzione $G(s)$:</p> $\bar{K}^* = \frac{4}{3} = 1.333 \qquad \omega^* = \sqrt{3} = 1.732$ <p>Il sistema retroazionato é:</p> <p><input type="radio"/> globalmente asintoticamente stabile;</p> <p><input type="radio"/> instabile;</p> <p><input checked="" type="radio"/> non si puó dire nulla;</p> <div style="text-align: right;"> <p>Disegnare su questo piano di Nyquist la posizione del cerchio critico e della $G(j\omega)$:</p>  </div>
34. Funzione descrittiva	<p>Valore della $F(X)$ per $X = 0^+$:</p> $m_0 = 0$ <p>Valore della $F(X)$ per $X = \infty$:</p> $m_\infty = 0.3333$ <p>Note:</p> <p style="text-align: right;">Andamento qualitativo della funzione descrittiva $F(X)$:</p> 
35. Discussione al variare di K	<p>Per $K \neq 1$, il margine di ampiezza K^* del sistema $K G_1(s)$ è:</p> $K^* = \frac{\bar{K}^*}{K} = \frac{1.3333}{K}$ <p>Discussione al variare di K:</p> <p>a) Per $K^* > m_1$, il sistema é globalmente asintoticamente stabile nell'origine.</p> <p>b) Per $m_\infty < K^* < m_1$, si hanno 2 cicli limite, uno stabile (quello uscente) e uno instabile (quello entrante).</p> <p>c) Per $K^* < m_\infty$ si ha un ciclo limite instabile.</p> <div style="text-align: right;"> <p>Rappresentazione grafica delle funzioni $G(j\omega)$ e $-\frac{1}{F(X)}$:</p>  </div>

36. Discretizzazione

Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro si ottiene:

$$D(z) = \frac{(s+1)}{s} \Big|_{s=\frac{2(1-z^{-1})}{T(1+z^{-1})}} = \frac{2(1-z^{-1}) + T(1+z^{-1})}{2(1-z^{-1})} = \frac{T+2+(T-2)z^{-1}}{2-2z^{-1}}$$

Per $T = 0.1$ si ha:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{2.1 - 1.9z^{-1}}{2 - 2z^{-1}}$$

La corrispondente equazione alle differenze assume la forma seguente:

$$m(k) = \frac{1}{2}[2m(k-1) + 2.1e(k) - 1.9e(k-1)]$$

cioè:

$$m(k) = m(k-1) + 1.04e(k) - 0.95e(k-1)]$$

37. Esercizio opzionale (se previsto)

Cognome:

Nome:

N. Matr.: 9

A. Foglio di Brutta

Cognome:

Nome:

N. Matr.: 10

B. Foglio di Brutta

Cognome:

Nome:

N. Matr.: 11

C. Foglio di Brutta