

Domande a risposta multipla

Si risponda alle seguenti domande a risposta multipla. Almeno una delle risposte è vera. Per ciascuna domanda riportare sul foglio delle risposte le lettere di tutte le risposte che si ritengono vere.

1. Il tempo di salita  $T_s$  della risposta al gradino di un sistema retroazionato è definito come

- A. il tempo necessario per raggiungere il 50% del valore finale
- B. il tempo necessario per raggiungere il 90% del valore finale
- C. il tempo necessario per passare dal 10 al 90% del valore finale
- D. il tempo necessario perchè l'uscita rimanga entro il  $\pm 5\%$  del valore finale

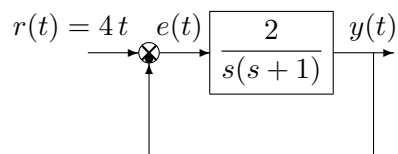
2. La pulsazione di risonanza  $\omega_R$  di un sistema del 2° ordine privo di zeri è:

- A.  $\omega_R = \omega_n \sqrt{1 - \delta^2}$
- B.  $\omega_R = \omega_n \sqrt{1 - 2\delta^2}$
- C.  $\omega_R = \omega_n \delta \sqrt{1 - \delta^2}$
- D.  $\omega_R = \omega_n \delta \sqrt{1 - 2\delta^2}$

3. Sia dato il sistema retroazionato mostrato in figura.

L'errore a regime  $e(\infty)$  della variabile  $e(t)$  quando  $t \rightarrow \infty$  è:

- A.  $e(\infty) = 0$
- B.  $e(\infty) = 2$
- C.  $e(\infty) = 4$
- D.  $e(\infty) = \infty$

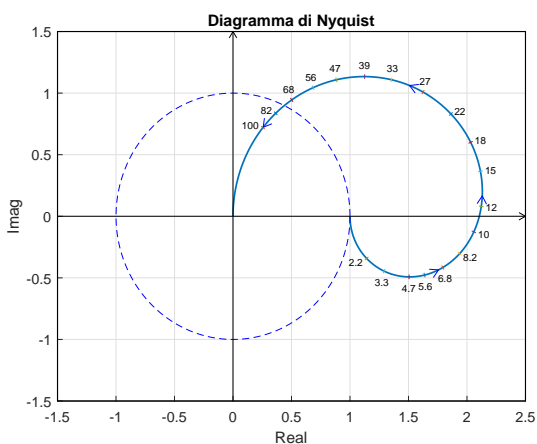


4. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione  $G(s) = \frac{80(3-s)}{(s-8)(s-30)}$ .

Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato  $K G(s)$  è stabile per i seguenti valori di  $K$ :

- A.  $\alpha^* < K < \beta^* < 0$ ;
- B.  $-\infty < K < \beta^* < 0$ ;
- C.  $-\infty < \alpha^* < K < 0$ ;
- D. nessuno dei precedenti;

dove  $\alpha^*$  e  $\beta^*$  sono opportuni valori costanti.



5. In un sistema del 2° ordine la distanza dei poli dall'origine (a parità di direzione) influisce sui seguenti parametri della risposta al gradino
- tempo di salita
  - tempo di ritardo
  - tempo di assestamento
  - coefficiente di smorzamento
6. La funzione di risposta armonica di un sistema lineare  $G(s)$  può essere determinata “sperimentalmente”
- anche se il sistema è instabile
  - se il sistema  $G(s)$  è a fase minima
  - se il sistema  $G(s)$  è semplicemente stabile
  - se il sistema  $G(s)$  è asintoticamente stabile
7. Un ritardo puro  $G(s) = e^{-s\theta}$  posto in retroazione negativa sul regolatore  $\frac{K}{s}$
- è sempre instabile per qualunque valore di  $K > 0$
  - è sempre stabile per qualunque valore di  $K > 0$
  - è instabile per valori di  $K$  sufficientemente elevati
  - è stabile per valori di  $K$  sufficientemente piccoli
8. Sia  $Y(X) \sin(\omega t + \varphi(X))$  la fondamentale del segnale periodico  $y(t)$  presente all'uscita della non linearità algebrica  $y(t) = f(x(t))$  in risposta all'ingresso  $x(t) = X \sin(\omega t)$ . La funzione descrittiva  $F(X)$  è definita nel seguente modo:
- $F(X) = \frac{Y(X)}{X} e^{j\varphi(X)}$
  - $F(X) = \frac{Y(X)}{\omega} e^{j\varphi(X)}$
  - $F(X) = \frac{Y(X)}{X} e^{-j\varphi(X)}$
  - $F(X) = \frac{Y(X)}{\omega} e^{-j\varphi(X)}$
9. Sul piano  $z$  i luoghi dei punti a pulsazione naturale  $\omega_n$  costante
- sono circonferenze centrate in  $z = 1$
  - sono circonferenze centrate nell'origine
  - sono tratti di spirali decrescenti verso l'origine
  - nessuna delle precedenti
10. Sia  $X(z)$  la  $Z$ -trasformata della sequenza  $x(kT)$ . Il teorema del valore finale afferma che:
- $x(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} zX(z)$
  - $x(\infty) = \lim_{z \rightarrow 0} zX(z)$
  - $x(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1})X(z)$
  - $x(\infty) = \lim_{z \rightarrow 0} (1 - z^{-1})X(z)$

---

## Domande dirette

---

*Si risponda alle seguenti domande dirette. Per ciascuna domanda riportare sul foglio delle risposte la corrispondente risposta.*

---

11. Calcolare la trasformata di Laplace  $X(s)$  del seguente segnale temporale  $x(t)$ :

$$X(s) = \mathcal{L}[x(t)] = \mathcal{L} [2t^2 e^{-5t} + 3 \cos(5t) e^{-2t}] = \dots$$

12. Calcolare la trasformata di Laplace inversa  $g(t)$  delle seguente funzione di trasferimento  $G(s)$ :

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1} [G(s)] = \mathcal{L}^{-1} \left[ 3 + \frac{30}{s(2s+1)(s+3)} \right] = \dots$$

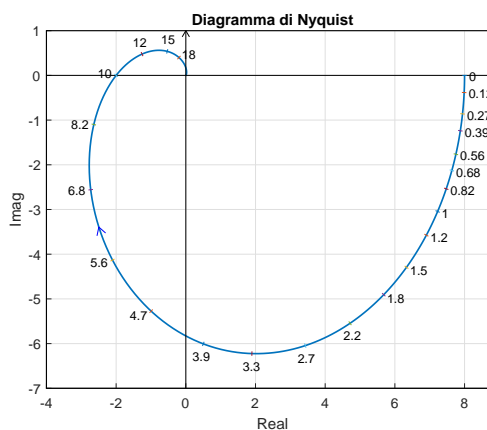
13. In figura é mostrato il diagramma di Nyquist di un sistema lineare  $G(s)$  a fase minima.

Calcolare la risposta a regime  $y(t)$  del sistema  $G(s)$ :

$$y(t) \simeq \dots$$

quando in ingresso è presente il seguente segnale temporale:

$$x(t) = 3 + 4 \sin(10t).$$



14. Scrivere la fase  $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$  della funzione di risposta armonica del seguente sistema  $G(s)$ :

$$G(s) = \frac{(s+2)}{s(3s-1)^2} e^{-4s} \quad \rightarrow \quad \varphi(\omega) = \dots$$

15. Calcolare l'evoluzione libera  $y(t)$  della seguente equazione differenziale a partire dalla condizione iniziale  $y(0) = y_0$ :

$$\dot{y}(t) + a y(t) = 0 \quad \rightarrow \quad y(t) = \dots$$

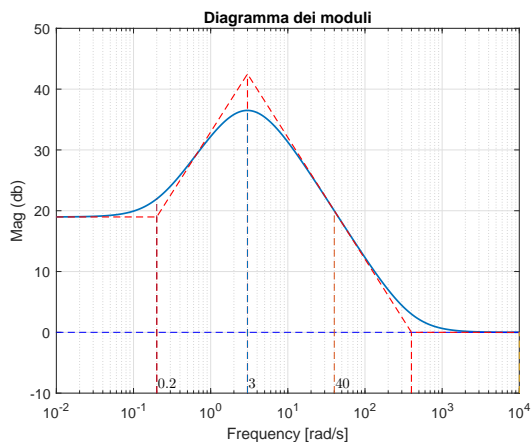
16. A fianco è riportato il diagramma di Bode dei moduli di un sistema  $G(s)$  a fase minima.

Utilizzando in modo qualitativo la formula di Bode, calcolare in modo approssimato la fase  $\varphi$  del sistema  $G(s)$  in corrispondenza delle seguenti pulsazioni  $\omega$ :

$$\omega_1 = 0.2 \quad \rightarrow \quad \varphi_1 \simeq \dots$$

$$\omega_2 = 3 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 \simeq \dots$$

$$\omega_3 = 40 \quad \rightarrow \quad \varphi_3 \simeq \dots$$



17. Scrivere la funzione descrittiva  $F(X)$  di un relé ideale di ampiezza  $Y$  sommato ad un elemento lineare di pendenza  $A$ :

$$F(X) = \dots$$

18. Scrivere la funzione di trasferimento  $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$  corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

$$y_k = -2y_{k-1} - 3y_{k-2} + 4x_{k-1} + 6x_{k-2} \quad \rightarrow \quad G(s) = \dots$$

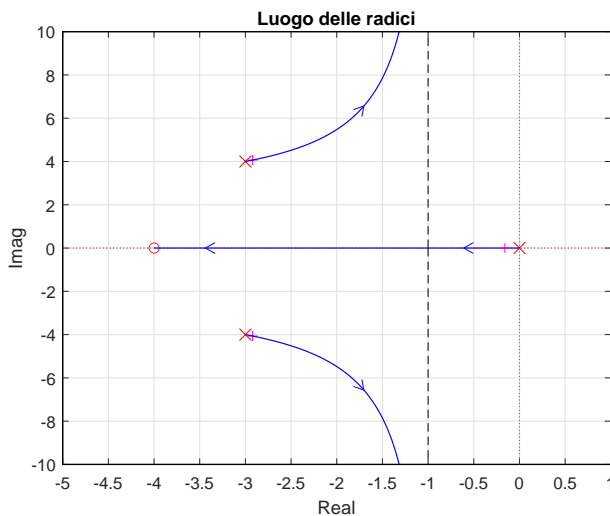
19. Calcolare la  $\mathcal{Z}$ -trasformata  $X(z)$  del seguente segnale tempo continuo  $x(t)$  quando  $t = kT$ :

$$x(t) = 1 + 2t \quad \rightarrow \quad X(z) = \dots$$

20. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema  $G(s) = \frac{s+4}{s(s^2+6s+25)}$  al variare del parametro  $K > 0$ .

Calcolare l'ascissa  $\sigma_0$  corrispondente alla condizione di allineamento dei tre poli e il corrispondente valore  $K_0$  del parametro  $K$ :

$$\sigma_0 = \dots \quad K_0 = \dots$$



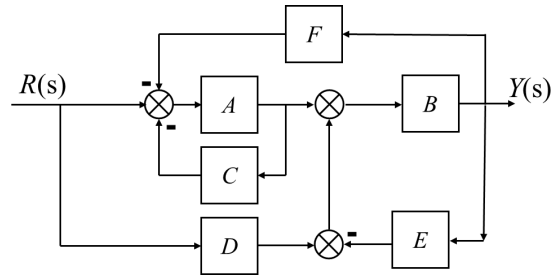
## Esercizi

Si svolgano i seguenti esercizi. La risposta di ciascun esercizio deve essere riportata sul foglio delle risposte nella sezione specificatamente riservata al corrispondente esercizio.

21. **(Mason)** Relativamente allo schema a blocchi mostrato in figura, calcolare la funzione di trasferimento

$$G_1(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}:$$

$$G_1(s) = \dots$$



22. **(Risposta al gradino)**

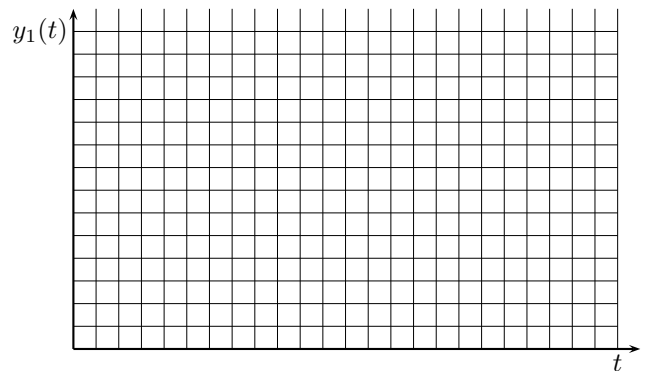
Disegnare l'andamento qualitativo  $y_1(t)$  della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{20(3 + 0.2s)(s^2 + 20s + 80^2)}{(s + 3)(0.2s + 8)(s^2 + 8s + 100)(s^2 + 0.6s + 16)}$$

Calcolare inoltre:

- il valore a regime  $y_\infty$  della risposta al gradino per  $t \rightarrow \infty$ ;
- il tempo di assestamento  $T_a$  della risposta al gradino  $y_1(t)$ ;
- il periodo  $T_\omega$  dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale  $y_1(t)$ ;

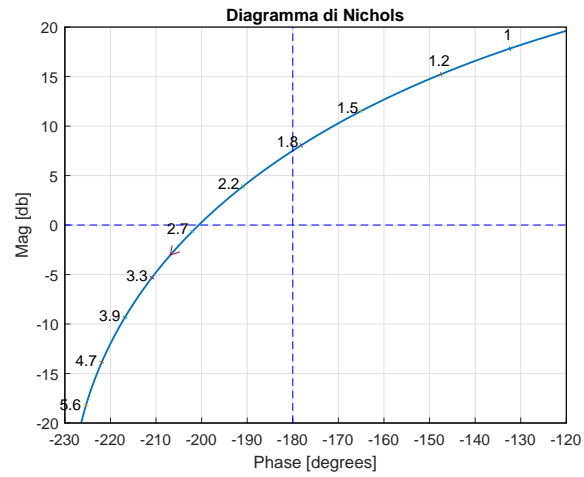
$$y_\infty = \quad T_a \simeq \quad T_\omega \simeq$$



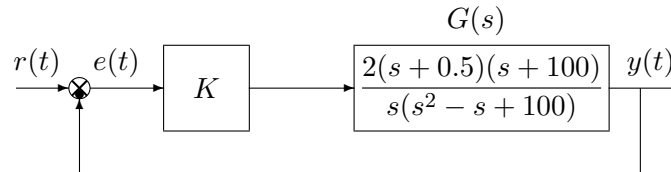
23. **(Margini di stabilità)** Sia data la funzione di risposta armonica, riportata in figura, di un sistema  $G(s)$  a fase minima. Nei limiti della precisione consentita dal grafico, calcolare:

- il margine di ampiezza  $M_\alpha$  del sistema;
- il margine di fase  $M_\varphi$  del sistema;
- il guadagno  $K_\varphi$  per cui il sistema  $K_\varphi G(s)$  ha un margine di fase  $M_\varphi = 35$ ;
- il guadagno  $K_\alpha$  per cui il sistema  $K_\alpha G(s)$  ha un margine di ampiezza  $M_\alpha = 5$ ;

- a)  $M_a = \dots\dots\dots$
- b)  $M_\varphi = \dots\dots\dots$
- c)  $K_\varphi = \dots\dots\dots$
- d)  $K_\alpha = \dots\dots\dots$



24. (Criterio di Routh) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



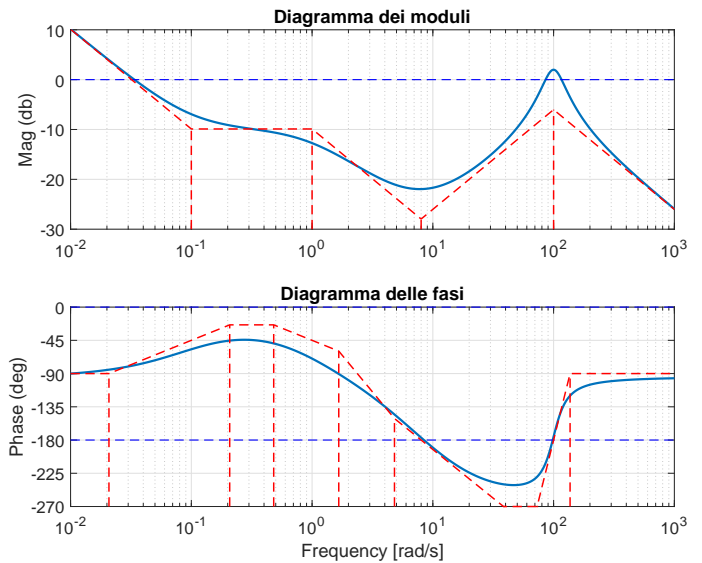
Determinare per quali valori di  $K$  il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

- 25. (Diagrammi asintotici di Bode) Vedi (24). Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione  $G(s)$ .
- 26. (Diagramma di Nyquist) Vedi (24). Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist “completo” della funzione  $G(s)$ . Calcolare esattamente la posizione  $\sigma_a$  di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni  $\sigma_i^*$  con l’asse reale negativo e i corrispondenti valori delle pulsazioni  $\omega_i^*$ .
- 27. (Stima di una funzione  $G(s)$ )

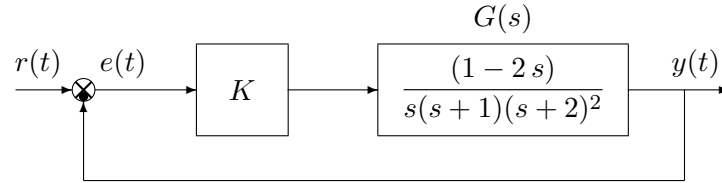
Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione  $G(s)$  mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l’espressione analitica della funzione  $G(s)$ . Stimare in modo approssimato eventuali valori di  $\delta$ .

$G(s) = \dots$



28. **(Luogo delle radici)** Sia dato il seguente sistema retroazionato:



tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $K > 0$ . Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.

29. **(Contorno delle radici)** Sia data la seguente equazione caratteristica di un sistema retroazionato:

$$1 + \frac{(s - 5)}{(s + 4)(\alpha s^2 + 2)} = 0$$

Tracciare qualitativamente il contorno delle radici dell'equazione caratteristica al variare del parametro  $\alpha > 0$ . Il calcolo di  $\alpha^*$  non è necessario. Determinare la posizione dei punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.

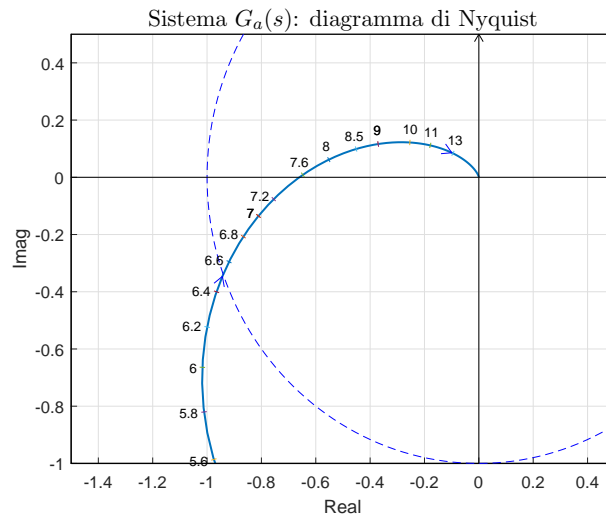
30. **(Rete correttiva: Nyquist)**

Sia data la funzione di risposta armonica del sistema  $G_a(s)$  riportata a fianco.

Progettare una rete correttiva

$$C_a(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s}$$

in modo da garantire che la funzione di risposta armonica del sistema compensato  $C_a(s)G_a(s)$  abbia un margine di fase  $M_\varphi = 45^\circ$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno.



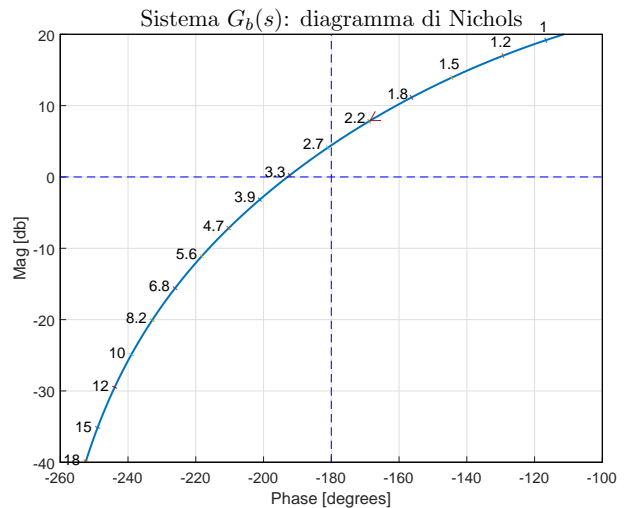
31. **(Rete correttrice: Nichols)**

Sia data la funzione di risposta armonica del sistema  $G_b(s)$  riportata a fianco.

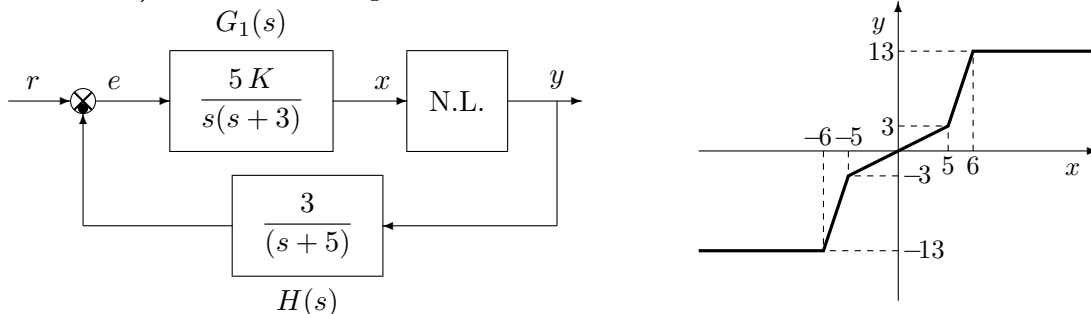
Progettare una rete **ritardatrice**

$$C_b(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s}$$

in modo da garantire che la funzione di risposta armonica del sistema compensato passi per il punto  $B = (-160^\circ, -10 \text{ db})$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno.



32. **(Punto di lavoro)** Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



Posto  $K = 1$ , determinare per quale valore  $r^*$  del riferimento  $r$  il punto di lavoro del sistema retroazionato coincide con il punto  $(x_0, y_0) = (5, 3)$ .

33. **(Criterio del cerchio)** Vedi (32). Posto  $K = 1$ ,  $r = r^*$  ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile nell'intorno del punto di lavoro  $(x_0, y_0) = (5, 3)$ .

34. **(Funzione descrittiva)** Vedi (32). Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva  $F(X)$  della non linearità N.L. assegnata, prendendo l'origine come punto di lavoro. Utilizzare delle variabili (per esempio:  $m_1, m_2, \dots$ ) per rappresentare gli eventuali valori non noti minimi e massimi della funzione  $F(X)$ .

35. **(Discussione al variare di K)** Vedi (32). Discutere "qualitativamente" (anche in funzione dei parametri  $m_1, m_2, \dots$ ) l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno  $K > 0$ .

36. **(Discretizzazione)** Utilizzando il metodo della corrispondenza poli-zeri, discretizzare la seguente rete correttrice:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{2(s+3)}{s}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento  $T = 0.1$  e si imponga l'uguaglianza dei guadagni alle alte frequenze.