

Firma:

Esame scritto di Controlli Automatici

Foglio delle risposte. Data del compito: 8 Settembre 2020

Domande a risposta multipla. Per ciascun domanda riportare nella seguente tabella le lettere di tutte le risposte che si ritengono vere.

1) B D	2) B C	3) C	4) B	5) B
6) C D	7) D	8) C	9) A B	10) B

Domande dirette. Per ciascuna domanda riportare nella seguente tabella la corrispondente risposta.

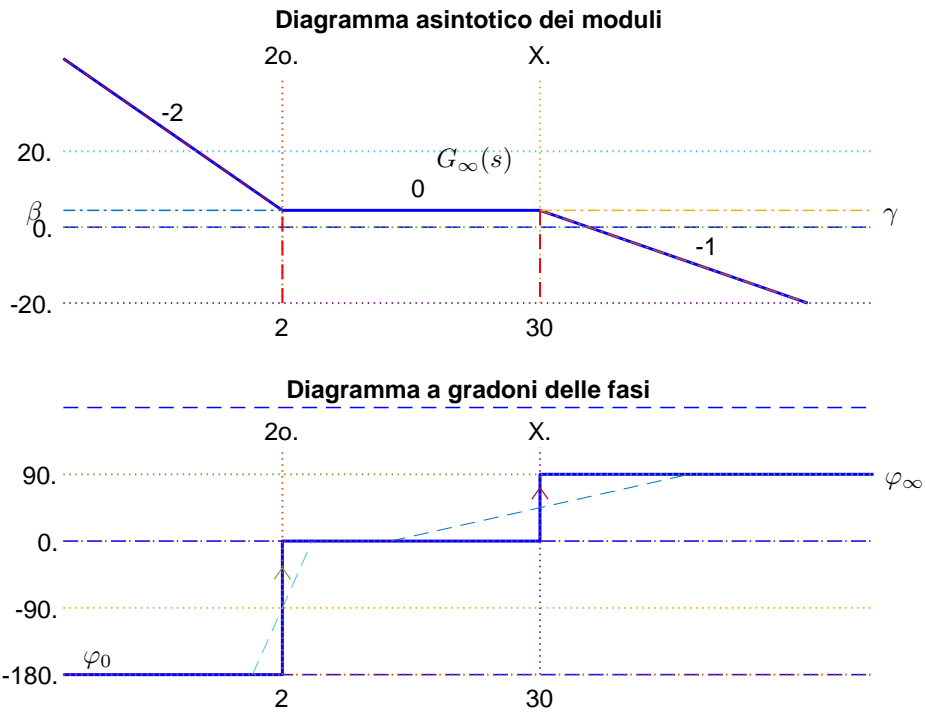
11) $X(s) = \frac{12}{s^4} + \frac{2}{(s+7)^2 + 2^2}$	12) $g(t) = -5 + 2e^{-3t} + 3e^{2t}$
13) $y(t) \simeq 20 + 30 \cos(2000t - 90^\circ)$	14) $\varphi(\omega) = -\arctan \frac{2\omega}{3} - \arctan 2\omega - \pi + \arctan \frac{\omega}{4} - 3t_0 \omega$
15) $F(X) = \frac{Y(X)}{X} e^{j\varphi(X)}$	16) $G(s) = \frac{s^2 + 5s + 2}{2s^3 + 4s + 3}$
17) $y(n) = y_0 (0.4)^n$	18) $Z[x(t+nT)] = z^n \left[X(z) - \sum_{k=0}^{n-1} x(kT)z^{-k} \right]$
19) $X(z) = \frac{2z}{(z-a^{-3T})}$	20) $\sigma_0 = -2, \quad K_0 = -\frac{1}{G(s)} \Big _{s=\sigma_0} = 8$

Esercizi. Per ciascun esercizio riportare negli spazi indicati i risultati finali e principali passaggi necessari per ottenerli. Si raccomanda di scrivere in maniera chiara.

21. Mason	$G_1(s) = \frac{G_2G_3 + G_1(1 + G_2H_2 + G_2H_3)}{1 + G_2H_2 + G_2H_3 + G_2G_3H_1}$
22. Risposta al gradino	<p>a) Il valore a regime:</p> $y_\infty = 8,$ <p>b) Il tempo di assestamento:</p> $T_a \simeq \frac{3}{0.2} = 15 \text{ s},$ <p>c) Il periodo dell'eventuale oscillazione:</p> $T_\omega \simeq \emptyset.$

23. Margini	<p>a) $M_\alpha = -12.91 \text{ db} = 0.226$ b) $M_\varphi = -19.42^\circ$ c) $K_\varphi = -32.92 \text{ db} = 0.022$ d) $K_\alpha = -32.92 \text{ db} = 0.022$</p>												
24. Criterio di Routh	<p>Equazione caratteristica del sistema retroazionato:</p> $1 + \frac{50K(s^2 + 0.8s + 4)}{s^2(30 - s)} = 0 \quad \rightarrow \quad s^3 - (30 + 50K)s^2 - 40Ks - 200K = 0.$ <p>Tabella di Routh:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding-right: 5px;">3</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">1</td> <td style="padding-left: 5px;">-40K</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">-(30 + 50K)</td> <td style="padding-left: 5px;">-200K</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">(30 + 50K)40K + 200K</td> <td></td> </tr> <tr> <td>0</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">-200K</td> <td></td> </tr> </table> <p>Calcoli: Dalla tabella di Routh si ricavano i seguenti vincoli:</p> $-(30 + 50K) > 0, \quad (30 + 50K)40K + 200K > 0, \quad -200K > 0.$ <p>Il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:</p> $K \leq -0.7 = K^*.$ <p>La pulsazione ω^* corrispondente al valore limite K^* è:</p> $\omega^* = \sqrt{-40K^*} = 5.292.$	3	1	-40K	2	-(30 + 50K)	-200K	1	(30 + 50K)40K + 200K		0	-200K	
3	1	-40K											
2	-(30 + 50K)	-200K											
1	(30 + 50K)40K + 200K												
0	-200K												
25. Diagrammi asintotici di Bode	<p>La funzione approssimante $G_0(s)$, la fase φ_0 e il modulo M_0:</p> $G_0(s) = \frac{20}{3s^2} = \frac{K_0}{s}, \quad \varphi_0 = -\pi, \quad M_0 = \infty$ <p>La funzione approssimante $G_\infty(s)$, fase φ_∞ e modulo M_∞:</p> $G_\infty(s) = -\frac{50}{s}, \quad \varphi_\infty = -\frac{3\pi}{2} \equiv \frac{\pi}{2}, \quad M_\infty = 0$ <p>Guadagno β in corrispondenza della pulsazione ω_0 dove si ha il primo cambio di pendenza:</p> $\omega_0 = 2, \quad \beta = \frac{5}{3} = 4.46 \text{ db},$ <p>Guadagno γ in corrispondenza della pulsazione ω_∞ dove si ha l'ultimo cambio di pendenza:</p> $\omega_\infty = 30, \quad \gamma = \frac{5}{3} = 4.46 \text{ db}.$												

Dopo aver indicato i valori degli assi, riportare i diagrammi asintotici di Bode delle fase e delle ampiezze.



25. Diagrammi asintotici di Bode (scale logaritmiche)

26. Diagramma di Nyquist

Fase iniziale φ_0 , modulo iniziale M_0 e parametro Δ_τ :

$$\varphi_0 = -\pi, \quad M_0 = \infty, \quad \Delta_\tau = 0.2 + \frac{1}{30} = 0.233 > 0$$

Fase finale φ_∞ , modulo finale M_∞ e parametro Δ_p :

$$\varphi_\infty = -\frac{3\pi}{2}, \quad M_\infty = 0, \quad \Delta_p = -0.8 - 30 = -30.8 < 0$$

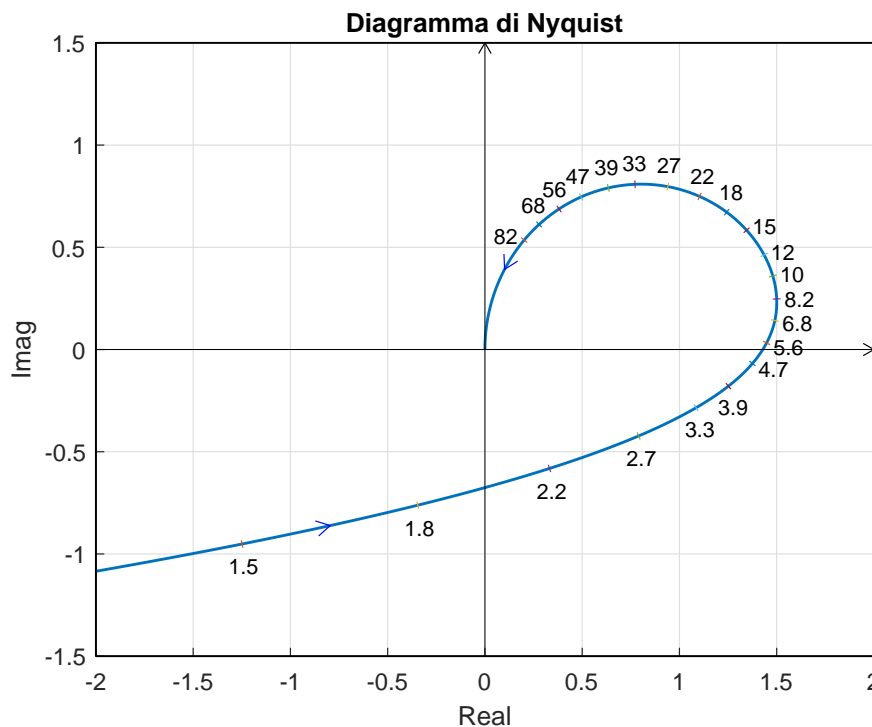
Indicare se nel diagramma di Nyquist é presente un asintoto verticale: Si , No .

Se si, fornire la posizione dell'asintoto verticale: $\sigma_a =$

Variazione di fase $\Delta\varphi$ per $\omega \in]0, \infty[$: $\Delta\varphi = \pi + \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$

Eventuale intersezione con il semiasse reale: $\sigma_1^* = -\frac{1}{K^*} = -\frac{1}{-0.7} = 1.4286$

Tracciamento qualitativo del diagramma di Nyquist completo:



27. Stima di una funzione $G(s)$

Funzione di trasferimento del sistema:

$$G(s) = \frac{200(s^2 + 0.02s + 0.01)}{s(s+2)(s-30)}$$

Il valore $K = 200$ si determina, per esempio, calcolando il modulo β dell'approssimante $G_0(s)$ in corrispondenza della pulsazione $\omega = 0.1$:

$$|G_0(s)|_{s=0.1j} = \left| \frac{0.01K}{-60s} \right|_{s=0.1j} = \frac{0.01K}{6} = \beta \simeq -9.54 \text{ db} \simeq 0.3333 \quad \rightarrow \quad K \simeq 200.$$

Il coefficiente di smorzamento della coppia di zeri complessi coniugati stabili è il seguente:

$$\delta = \frac{1}{2M\omega_n} \simeq \frac{1}{10} = 0.1.$$

28. Luogo delle Radici

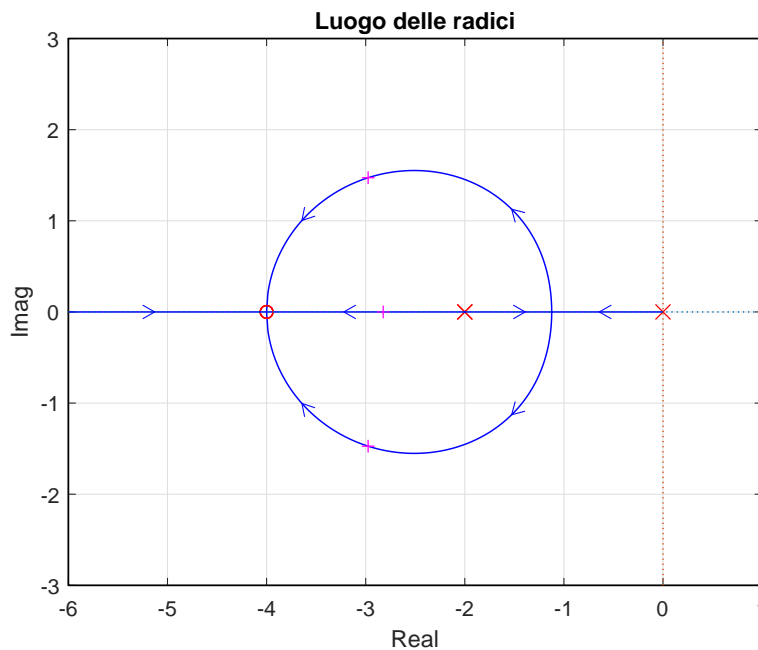
Equazione caratteristica del sistema retroazionato:

$$1 + K_1 G_1(s) = 0 \quad \leftrightarrow \quad 1 + K \frac{(s + 4)^4}{s(s + 2)^2} = 0$$

Numeri r degli asintoti e posizione σ_a del centro degli asintoti (solo se $r \geq 2$):

$$r = 1 \qquad \qquad \qquad \sigma_a =$$

Tracciamento qualitativo del luogo delle radici per $K > 0$:



29. Contorno delle Radici

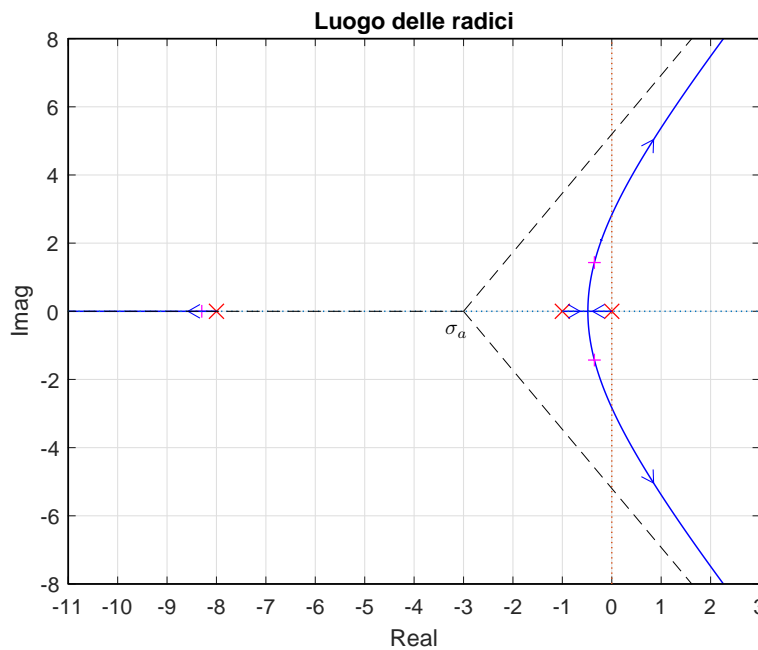
Equazione caratteristica del sistema dinamico assegnato posto nella forma $1 + \alpha G_2(s)$:

$$1 + \frac{18(s + \alpha)}{s(s - 1)(s + 10)} = 0 \quad \rightarrow \quad 1 + \frac{18\alpha}{s(s + 1)(s + 8)} = 0$$

Funzione $G_2(s)$ fattorizzata, grado relativo r e posizione σ_a del centro degli asintoti (se $|r| > 1$):

$$G_2(s) = \frac{18}{s(s + 1)(s + 8)} \qquad r = 3 \qquad \sigma_a = \frac{1}{3}(-1 - 8) = -3$$

Tracciamento qualitativo del contorno delle radici della funzione $G_2(s)$ per $\alpha > 0$:



30. Rete correttiva: Nyquist

Modulo e fase del punto B:

$$M_B = 0.1 \quad \varphi_B = 180^\circ$$

Pulsazione ω_A del punto A:

$$\omega_A = 1$$

Modulo e fase del punto A:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 1.7889, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)]$$

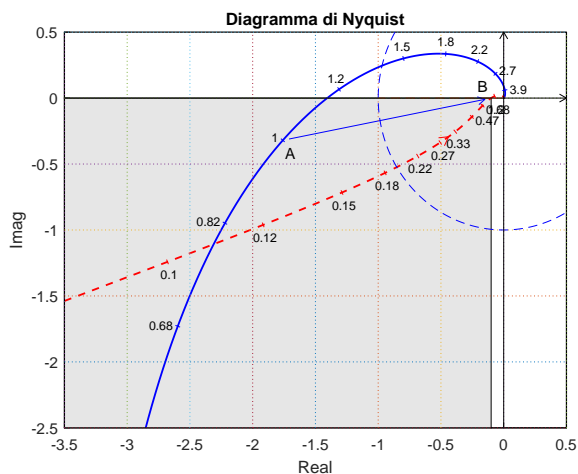
Parametri M e φ :

$$M = 0.0559, \quad \varphi = -10.3^\circ$$

Parametri τ_1 e τ_2 :

$$\tau_1 = 5.187 \quad \tau_2 = 94.5$$

Disegnare su questo piano di Nyquist la posizione del punto B e la zona di ammissibilit :



Rete correttiva:

$$C(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s} = \frac{(1 + 5.187 s)}{(1 + 94.5 s)}$$

31. Rete correttiva: Nichols

Modulo e fase del punto B:

$$M_B = 0 \text{ db} = 1 \quad \varphi_B = 240^\circ$$

Pulsazione ω_A del punto A:

$$\omega_A = 1.5$$

Modulo e fase del punto A:

$$M_A = 0.225, \quad \varphi_A = 186.2^\circ$$

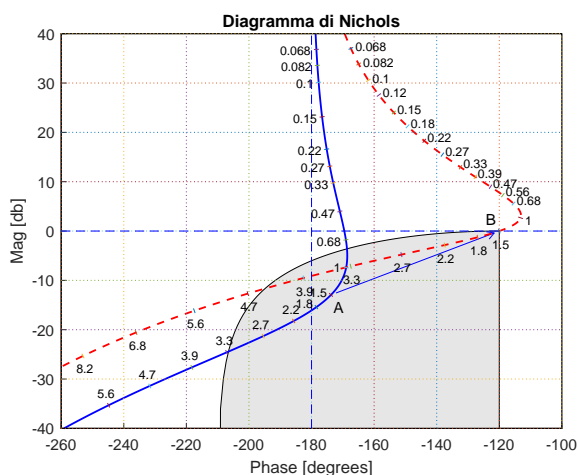
Parametri M e φ :

$$M = 4.438, \quad \varphi = 53.78^\circ$$

Parametri τ_1 e τ_2 :

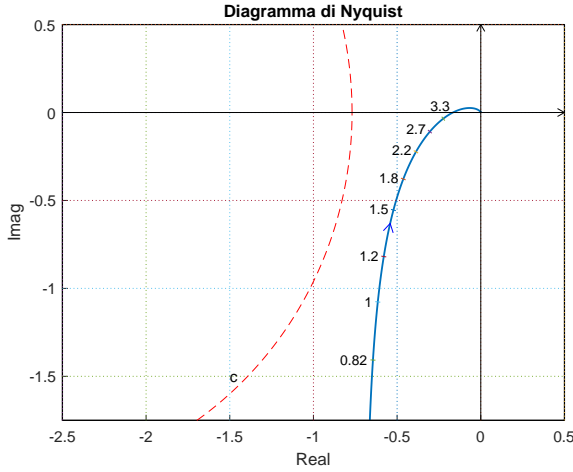
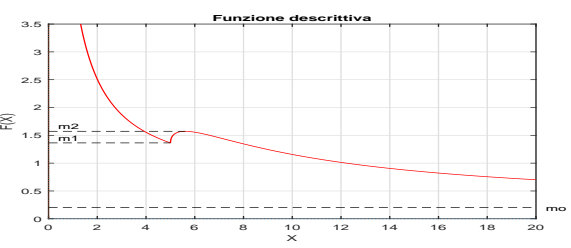
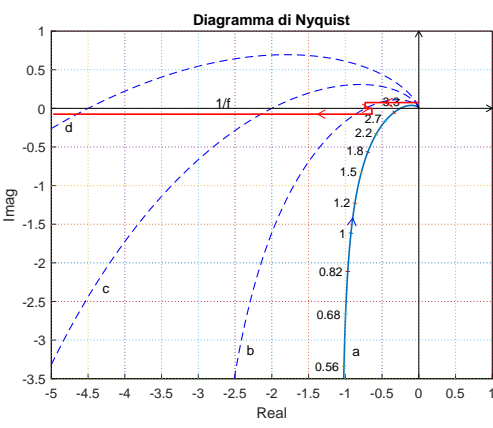
$$\tau_1 = 3.179 \quad \tau_2 = 0.302$$

Disegnare su questo piano di Nichols la posizione del punto B e la zona di ammissibilit :



Rete correttiva:

$$C(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s} = \frac{(1 + 3.179 s)}{(1 + 0.302 s)}$$

32. Punti di lavoro	<p>Guadagni statici: $K_1 = \infty$ $K_2 = 1$ $K_3 = 1$</p> <p>Retta di carico:</p> $y = \frac{r}{K_2 K_3} = r$ <p>Valori r_1 ed r_2 del segnale di ingresso r corrispondenti ai punti di lavoro (x_1, y_1) e (x_2, y_2):</p> $-10 = \frac{r_1}{1} \quad \rightarrow \quad r_1 = -10.$	
33. Criterio del cerchio	<p>Pendenze delle rette del settore:</p> $\alpha = \frac{1}{5} = 0.2, \quad \beta = \frac{13}{10} = 1.3.$ <p>Funzione d'anello $G(s)$:</p> $G(s) = \frac{20}{s(s+3)(s+5)}$ <p>Parametri della funzione $G(s)$:</p> $\bar{K}^* = 6 \quad \omega^* = \sqrt{15} = 3.873$ <p>Il sistema retroazionato é:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="radio"/> globalmente asintoticamente stabile; <input type="radio"/> instabile; <input type="radio"/> non si può dire nulla; 	<p>Disegnare su questo piano di Nyquist la posizione del cerchio critico e della $G(j\omega)$:</p> 
34. Funzione descrittiva	<p>Valore della $F(X)$ per $X = 0^+$:</p> $m_0 = \infty$ <p>Valore della $F(X)$ per $X = \infty$:</p> $m_\infty = 0.2$ <p>Note:</p>	<p>Andamento qualitativo della funzione descrittiva $F(X)$:</p> 
35. Discussione al variare di K	<p>Per $K \neq 1$, il margine di ampiezza K^* del sistema $K G_1(s)$ è:</p> $K^* = \frac{\bar{K}^*}{K} = \frac{6}{K}$ <p>Discussione al variare di K:</p> <p>a) Per $K^* > m_2$ si ha un solo punto a cui corrisponde un ciclo limite stabile.</p> <p>b) Per $m_1 < K^* < m_2$, si hanno tre punti a cui corrispondono due cicli limite stabili (quelli esterni) e un ciclo limite instabile (quello intermedio).</p> <p>c) Per $m_3 < K^* < m_1$ si ha un solo punto a cui corrisponde un ciclo limite stabile.</p> <p>d) Per $K^* < m_3$, la funzione $-1/F(X)$ è tutta interna al diagramma polare completo della funzione $G(s)$ per cui non vi sono cicli limite e il sistema retroazionato è instabile.</p>	<p>Rappresentazione grafica delle funzioni $G(j\omega)$ e $-1/F(X)$:</p> 

36. Discretizzazione

Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro si ottiene:

$$D(z) = \frac{(s+6)}{s(s+1)} \Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{T}} = \frac{T(1+6T-z^{-1})}{(1-z^{-1})(1+T-z^{-1})} = \frac{T+6T^2-Tz^{-1}}{1+T-(2+T)z^{-1}+z^{-2}}$$

Per $T = 0.1$ si ha:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{0.16 - 0.1z^{-1}}{1.1 - 2.1z^{-1} + z^{-2}}$$

La corrispondente equazione alle differenze assume la forma seguente:

$$m_k = \frac{1}{1.1}(2.1m_{k-1} - m_{k-2} + 0.16e_k - 0.1e_{k-1})$$

cioè:

$$m_k = 1.9091m_{k-1} - 0.9091m_{k-2} + 0.1455e_k - 0.0909e_{k-1}$$

37. Esercizio opzionale (se previsto)

Cognome:

Nome:

N. Matr.: 9

A. Foglio di Brutta

Cognome:

Nome:

N. Matr.: 10

B. Foglio di Brutta

Cognome:

Nome:

N. Matr.: 11

C. Foglio di Brutta