

**Controlli Automatici - Compito  
Completo  
6 Settembre 2022 - Esercizi**

|          |                                    |
|----------|------------------------------------|
| Nome:    | L                                  |
| Nr. Mat. |                                    |
| Firma:   |                                    |
| C.L.:    | Info.    Elet.    Telec.    Altro. |

Si risolvano i seguenti esercizi.

a) Calcolare la trasformata di Laplace  $X(s) = \mathcal{L}[x(t)]$  dei seguenti segnali temporali  $x(t)$ :

$$x_1(t) = (2 \sin(7t) - 4) e^{3t},$$

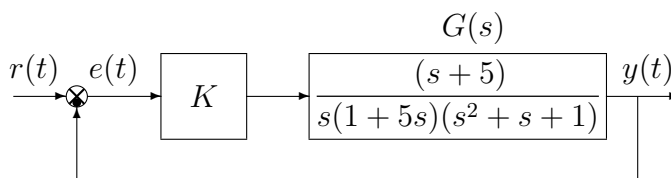
$$x_2(t) = 5\delta(t) + 2 e^{-3t} \cos(5t)$$

b) Calcolare la trasformata di Laplace inversa  $y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)]$  delle seguenti funzioni  $Y(s)$ :

$$Y_1(s) = \frac{30}{s(s+3)(s-2)},$$

$$Y_2(s) = \frac{6}{(s+4)^3} + 2 e^{-3s}$$

c) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



c.1) Determinare per quali valori di  $K$  il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

c.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione  $G(s)$ .

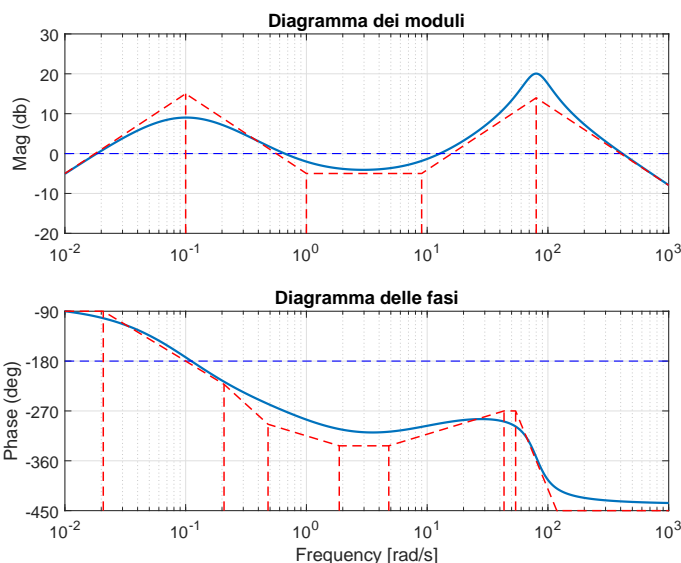
c.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist “completo” della funzione  $G(s)$ . Calcolare esattamente la posizione  $\sigma_a$  di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni  $\sigma_i^*$  con l’asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni  $\omega_i^*$ .

d) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione  $G(s)$  mostrati in figura.

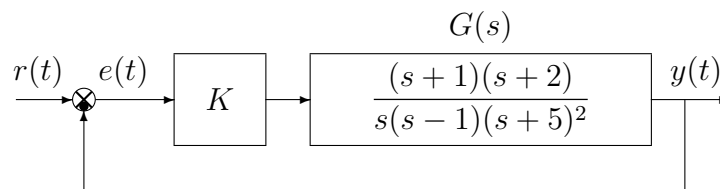
Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l’espressione analitica della funzione  $G(s)$ .

$$G(s) = \dots$$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di  $\delta$ .



e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



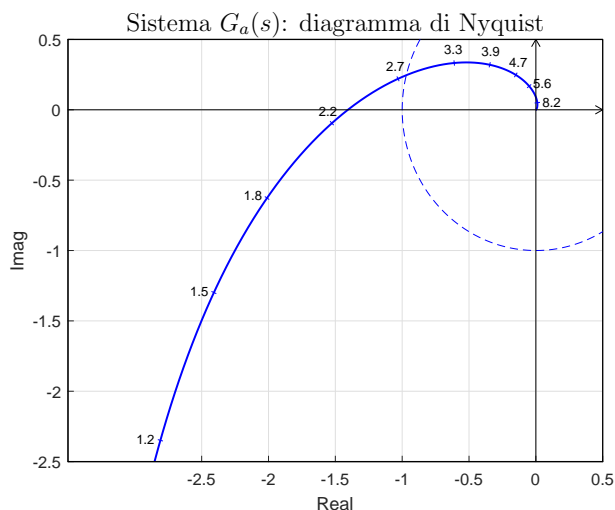
Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $K > 0$ . Determinare esattamente la posizione degli asintoti, le intersezioni  $\omega^*$  con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno  $K^*$ . Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

f) Sia data la funzione  $G_a(s)$  riportata a fianco.

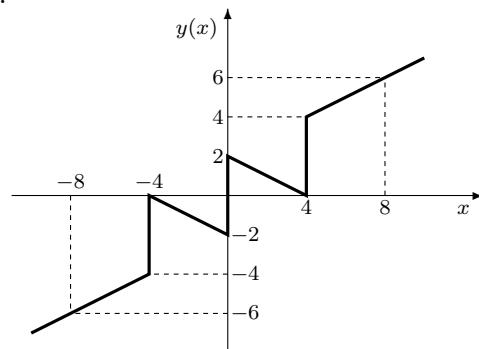
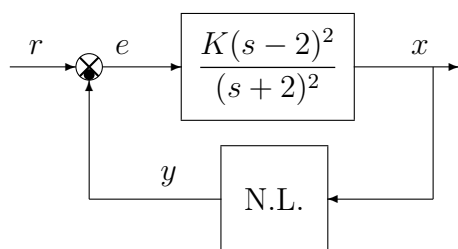
Progettare una rete correttiva

$$C_a(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s}$$

in modo da garantire che la funzione di risposta armonica del sistema compensato  $C_a(s)G_a(s)$  abbia un margine di ampiezza  $M_a = 10$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno.



g) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



- g.1) Posto  $K = 1$ , determinare per quali valori  $r_0$  ed  $r_1$  dell'ingresso  $r$  i punti di lavoro del sistema retroazionato sono posizionati in  $(x_0, y_0) = (0, 0)$  e in  $(x_1, y_1) = (8, 6)$ .
- g.2) Posto  $K = 1$  ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile o meno nell'intorno del punto  $(x_1, y_1) = (8, 6)$ .
- g.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva  $F(X)$  della non linearità  $y(x)$  nell'intorno del punto  $(0, 0)$ . Utilizzare delle variabili (per esempio:  $m_1, m_2, \dots$ ) per rappresentare gli eventuali valori non noti minimi e massimi della funzione  $F(X)$ .
- g.4) Discutere "qualitativamente" (in funzione anche dei parametri  $m_1, m_2, \dots$ ) l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno  $K > 0$ .

h) Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro, discretizzare la seguente rete correttiva

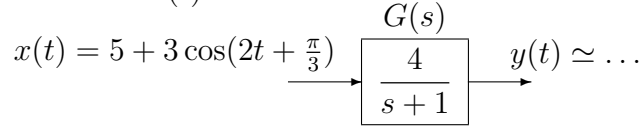
$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s+2)}{s(s+5)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento  $T = 0.1$ .

|          |                                    |
|----------|------------------------------------|
| Nome:    |                                    |
| Nr. Mat. |                                    |
| Firma:   |                                    |
| C.L.:    | Info.    Elet.    Telec.    Altro. |

Si risponde alle seguenti domande.

1. Calcolare la risposta a regime  $y(t)$  del sistema  $G(s)$  quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale  $x(t)$ :



2. Calcolare l'evoluzione libera del sistema  $3\dot{y}(t) + 2y(t) = 0$  partendo dalla condizione iniziale  $y(0) = 4$ .

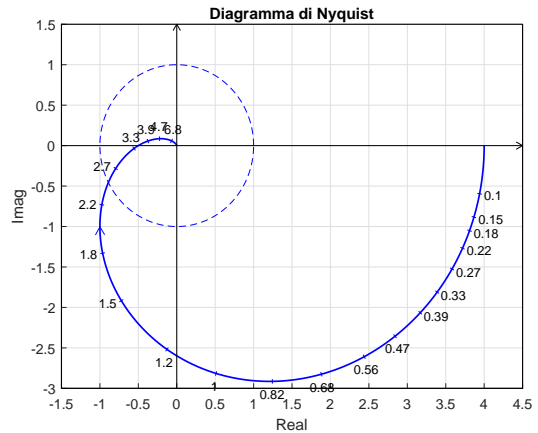
$$Y(s) = \qquad \qquad \qquad y(t) =$$

3. Sia dato il diagramma di Nyquist della funzione  $G(s) = \frac{18}{(s+2)^3}$ .

In base al criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato  $K G(s)$  è stabile per i seguenti valori di  $K$ :

$$\dots \quad K \quad \dots$$

Calcolare dal grafico, in modo approssimato, i valori limite dell'intervallo di ammissibilità del parametro  $K$ .



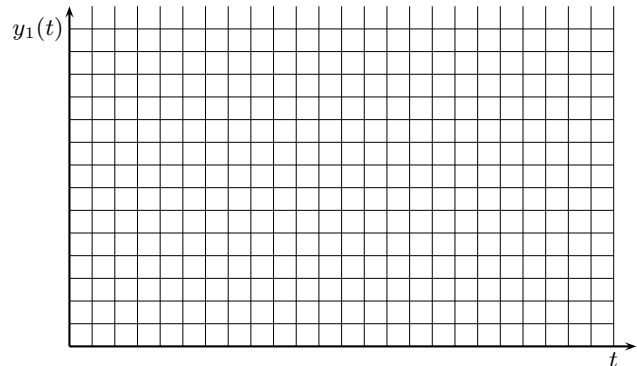
4. Disegnare l'andamento qualitativo  $y_1(t)$  della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{500(2 + 0.3s)(s^2 + 25s + 70^2)}{(5s + 21)(3s + 10)(s^2 + 10s + 900)(s^2 + 0.6s + 36)}$$

Calcolare inoltre:

- a) il valore a regime  $y_\infty$  della risposta al gradino per  $t \rightarrow \infty$ ;
- b) il tempo di assestamento  $T_a$  della risposta al gradino  $y_1(t)$ ;
- c) il periodo  $T_\omega$  dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale  $y_1(t)$ :

$$y_\infty = \qquad \qquad T_a \simeq \qquad \qquad T_\omega \simeq$$



5. Scrivere il modulo  $M(\omega) = |G(j\omega)|$  e la fase  $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$  della funzione di risposta armonica del seguente sistema  $G(s)$ :

$$G(s) = \frac{(1 - 2s)}{s(s - 5)^2} e^{-3s} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

6. Scrivere la funzione di trasferimento discreta  $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$  corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

$$3y_{k+1} + 6y_k + 4y_{k-1} + 5y_{k-2} = x_k + 2x_{k-1} \quad \rightarrow \quad G(z) =$$

7. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema  $G(s) = \frac{-10}{(s+6)(s^2+16)}$  al variare del parametro  $K > 0$ . Calcolare:

a) L'ascissa  $\sigma_0$  corrispondente alla condizione di allineamento dei tre poli:

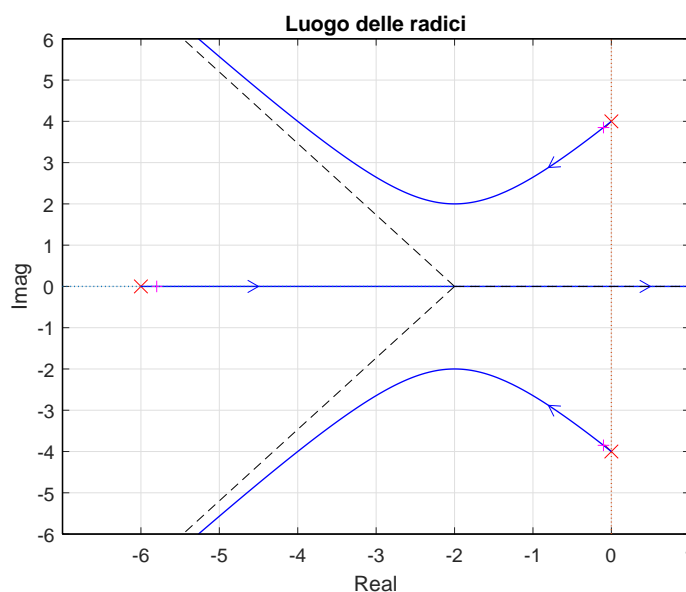
$$\sigma_0 =$$

b) Il valore  $K_0$  corrispondente alla condizione di allineamento dei tre poli:

$$K_0 =$$

c) Per quali valori di  $K$  il sistema retroazionato è stabile:

$$\dots < K < \dots$$



8. Il valore a regime  $x(\infty)$  della sequenza  $x(k)$  corrispondente alla funzione  $X(z) = \frac{z+2}{(z-1)(z+0.5)}$  è:

- $x(\infty) = 0$      
   $x(\infty) = 1$      
   $x(\infty) = 2$      
   $x(\infty) = 6$

9. La funzione di risposta armonica  $F(\omega)$  di un sistema discreto  $G(z)$  si determina nel seguente modo:

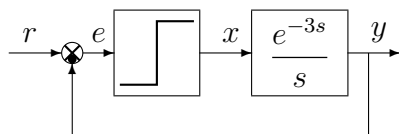
- $F(\omega) = G(e^{j\omega})$      
   $F(\omega) = G(e^{j\omega T})$      
   $F(\omega) = G(j\omega)$      
   $F(\omega) = G(j\omega T)$

10. Calcolare la  $\mathcal{Z}$ -trasformata  $X(z)$  dei seguenti segnali  $x(t)$  quando  $t = kT$ :

$$x(t) = 3t \quad \rightarrow \quad X(z) =$$

$$x(t) = 5^{-3t} \quad \rightarrow \quad X(z) =$$

11. Sia dato il seguente sistema retroazionato. Per la presenza del relé ideale il sistema sicuramente oscilla. Fornire il valore della pulsazione  $\omega^*$  di oscillazione:



$$\omega^* =$$

12. Il metodo di Ziegler-Nichols per determinare i valori di primo tentativo dei parametri di un regolatore standard PID

- è applicabile solo al controllo di sistemi lineari  
 richiede la conoscenza della risposta impulsiva del sistema da controllare  
 richiede la conoscenza della risposta al gradino del sistema da controllare  
 è applicabile in modo approssimato anche al controllo di sistemi non lineari  
 richiede la conoscenza esatta del modello dinamico del sistema da controllare

Diagramma dei moduli:  $G(s)$  domanda c)

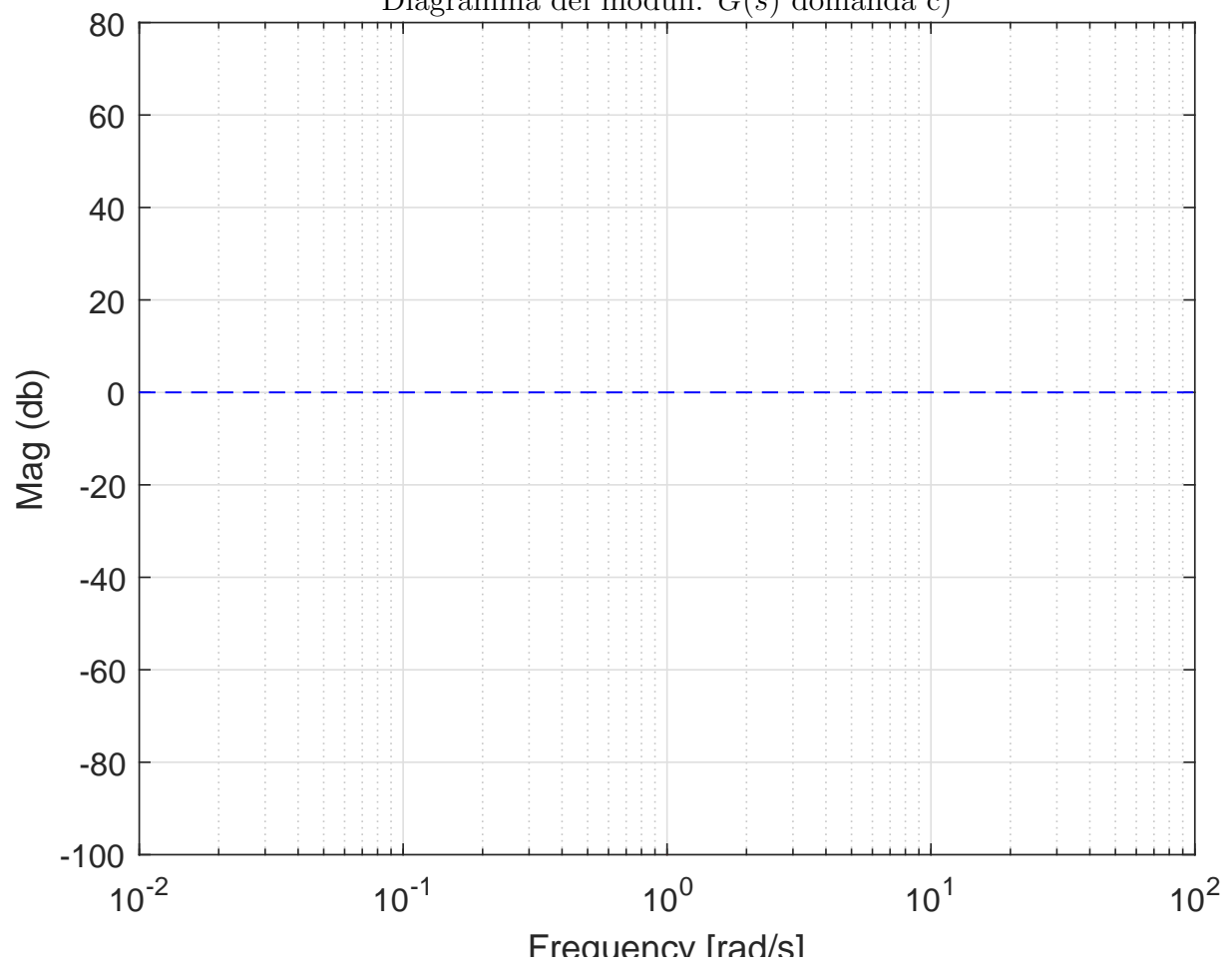


Diagramma delle fasi:  $G(s)$  domanda c)

