Controlli Automatici - Prima parte
30 Gennaio 2024 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s) = \mathcal{L}[x(t)]$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

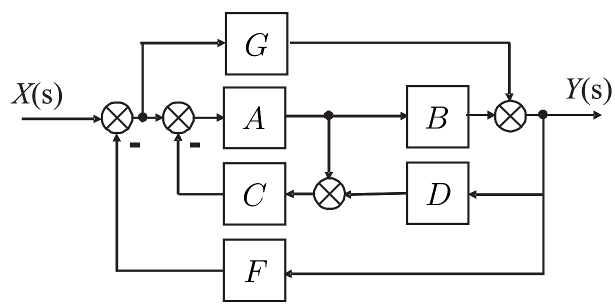
$$x_1(t) = 4\cos(2t)\, e^{-3t} - 7\, t\, e^{-4t}, \qquad x_2(t) = \begin{cases} 0 & t < 3 \\ 2\, e^{-4\,(t-3)} \sin(5(t-3)) & t \geq 3 \end{cases}$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{14}{(s+4)(1+2\,s)} \qquad G_2(s) = 4 + \frac{12}{(s+3)^4}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G_1(s) = \ldots$



c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

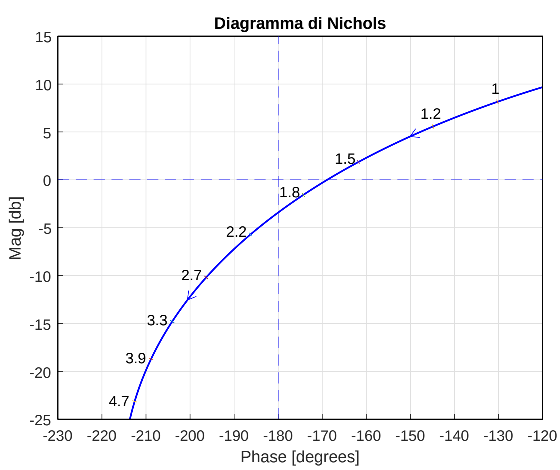
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\, G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 45$;

c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\, G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 10$;

$G_1(j\omega)$



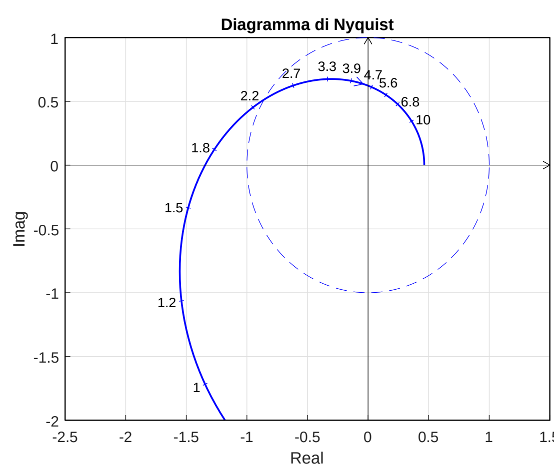
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

$G_2(j\omega)$



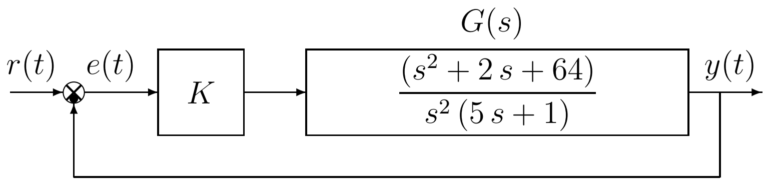
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



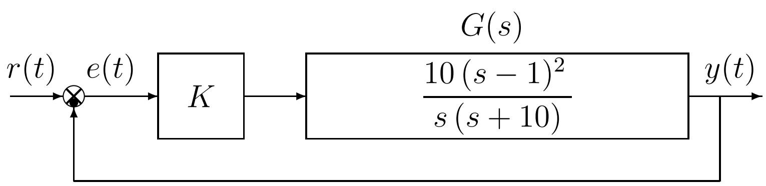
d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist “completo” della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con il semiasse reale negativo e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

d.4) Calcolare i valori di K necessari per avere un errore a regime $|e_a| < 0.01$ per ingresso a parabola $x(t) = 2\,t^2$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

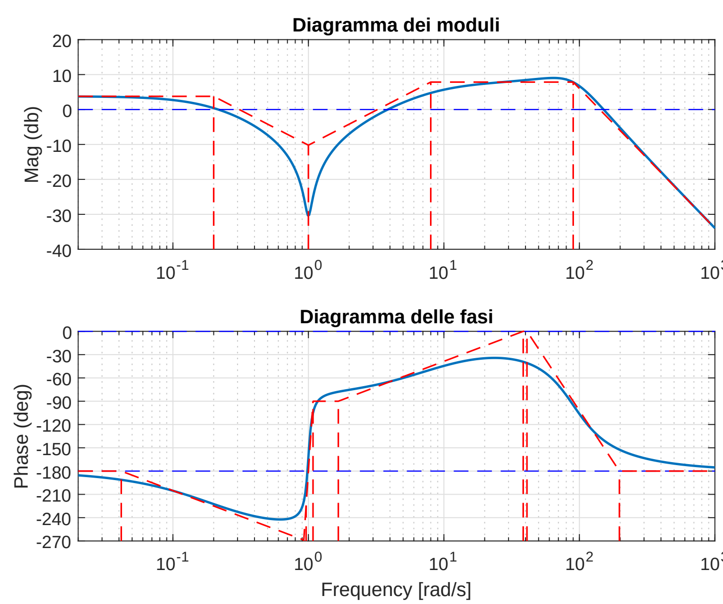
e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist “completo” della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l’espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \dots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.



Controlli Automatici - Prima parte

30 Gennaio 2024 - Domande

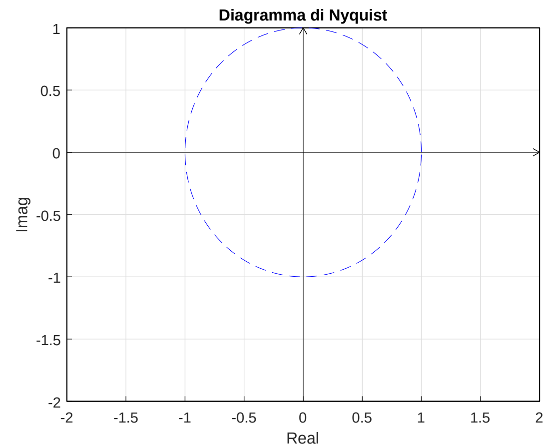
Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Scrivere, in funzione dei segnali $x(t)$ e $y(t)$, l'equazione differenziale corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s^2 + 6\,s + 4}{s(s^2 + 3\,s + 5)} \qquad \to \qquad \ldots$$

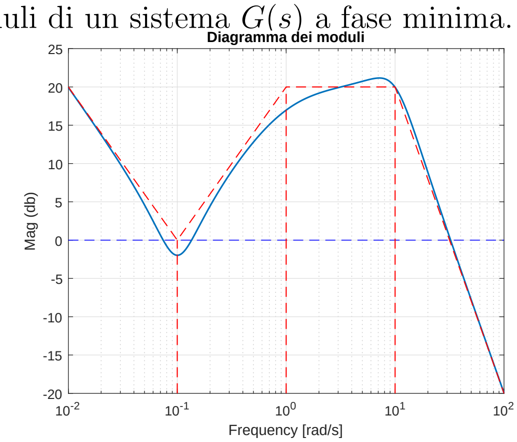
2. Sul piano di Nyquist riportato a fianco disegnare l'andamento qualitativo della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ di un sistema $G(s)$ a fase minima caratterizzato dai seguenti parametri:
   a) Approssimante per $\omega = 0$: $G_0(s) = \frac{1}{4\,s}$;
   b) Parametro $\Delta\tau < 0$;
   c) Margine di fase $M_\varphi \simeq 45°$;
   d) Margine di ampiezza $M_\alpha \simeq 2$;
   e) Approssimante per $\omega = \infty$: $G_\infty(s) = 0.25$;



3. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del seguente sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale $x(t)$:

$$x(t) = 5\sin(3\,t) \longrightarrow \boxed{G(s) = \frac{12}{s(s+4)}} \longrightarrow y(t) \simeq \ldots$$

4. Si faccia riferimento al diagramma di Bode dei moduli di un sistema $G(s)$ a fase minima.



Utilizzando la formula di Bode, calcolare in modo approssimato la fase φ del sistema $G(s)$ in corrispondenza delle seguenti pulsazioni ω:

$$\omega_1 = 0.03 \quad \to \quad \varphi_1 \simeq$$
$$\omega_2 = 1 \quad \to \quad \varphi_2 \simeq$$
$$\omega_3 = 10 \quad \to \quad \varphi_3 \simeq$$
$$\omega_4 = 70 \quad \to \quad \varphi_4 \simeq$$

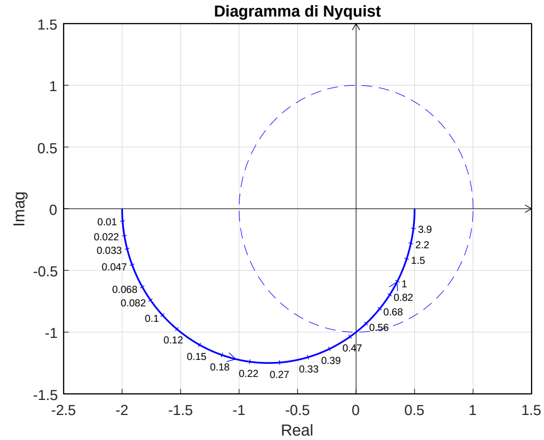
5. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $2\dot{y}(t) + 3\,y(t) = 0$ con condizione iniziale $y(0) = 5$.

$$Y(s) = \qquad\qquad\qquad y(t) =$$

6. Un sistema $G(s)$ retroazionato è asintoticamente stabile se e solo se :

- ◯ il margine di fase $M_\varphi > 1$;
- ◯ il margine di ampiezza $M_a > 1$;
- ◯ il margine di fase $M_\varphi > 0$;
- ◯ il margine di ampiezza $M_a > 0$;

7. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{2(s+1)}{(4s-1)}$.



Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

- ◯ $-\frac{1}{2} < K < 2$;
- ◯ $-2 < K < \frac{1}{2}$;
- ◯ $(K < -\frac{1}{2}) \cup (K > 2)$;
- ◯ $(K < -2) \cup (K > \frac{1}{2})$;

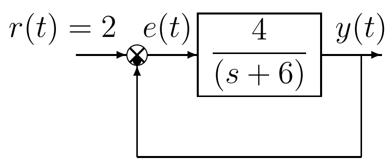
8. Per un sistema del 2^o ordine privo di zeri, scrivere le funzioni $S(\delta)$ e $M_R(\delta)$ che legano la massima sovraelongazione $S\%$ e il picco di risonanza M_R al coefficiente di smorzamento δ:

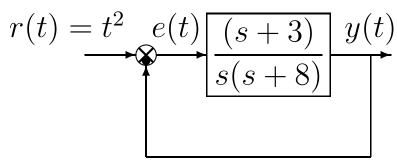
$S(\delta) =$ $\qquad\qquad$ $M_R(\delta) =$

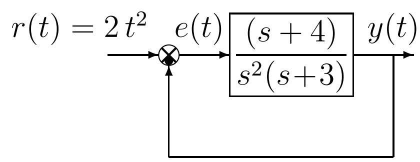
9. Calcolare il valore dei parametri a, b e c della seguente funzione di trasferimento $G(s)$ in modo che la risposta $y(t)$ al gradino unitario della funzione $G(s)$ sia caratterizzato da: un valore iniziale $y(0^+) = 3$, un valore finale $y(\infty) = 2$ e una costante di tempo del polo $\tau = 0.2$ s:

$$G(s) = \frac{a\,s + b}{s + c} \qquad \rightarrow \qquad a = \qquad\qquad b = \qquad\qquad c =$$

10. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:







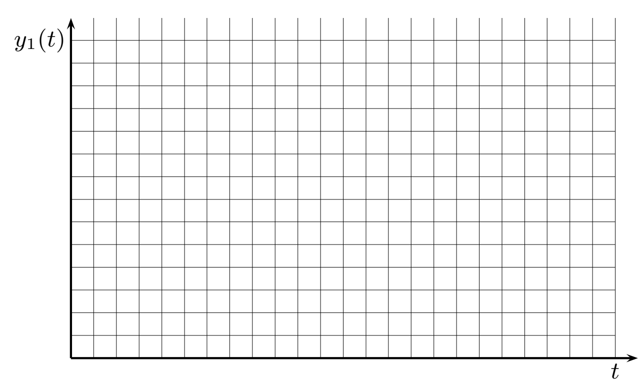
$e(\infty) =$ $\qquad\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad\qquad$ $e(\infty) =$

11. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{20(8 + 0.5s)(2s + 30)(s^2 + 10s + 50^2)}{(s + 12)(5s + 2)(s^2 + 4s + 100)(s^2 + 5s + 25)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad\qquad$ $T_\omega \simeq$



12. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{2(s+3)}{s(4\,s-5)}\,e^{-3\,s} \qquad \rightarrow \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

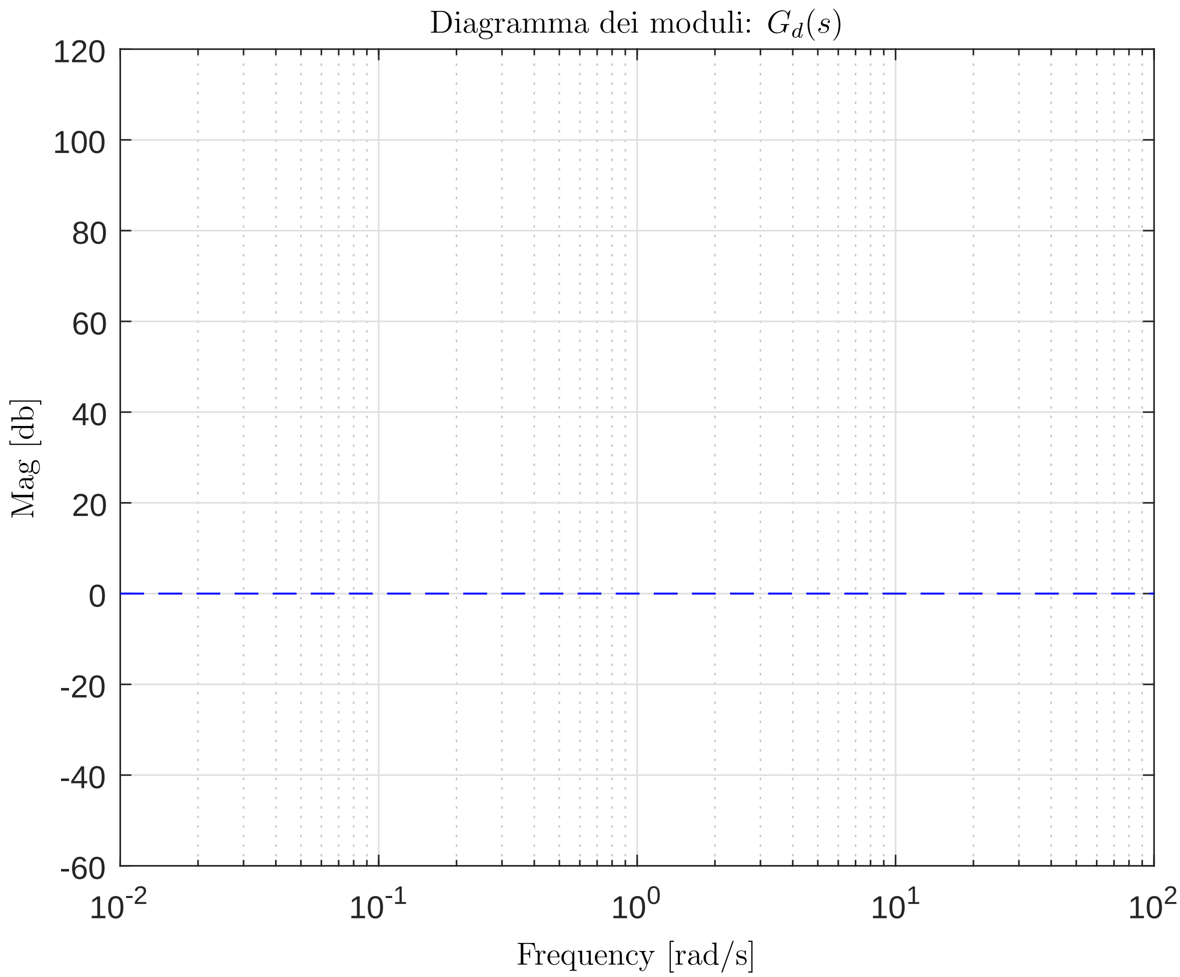


Diagramma dei moduli: $G_d(s)$
Mag [db]
120
100
80
60
40
20
0
-20
-40
-60
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency [rad/s]

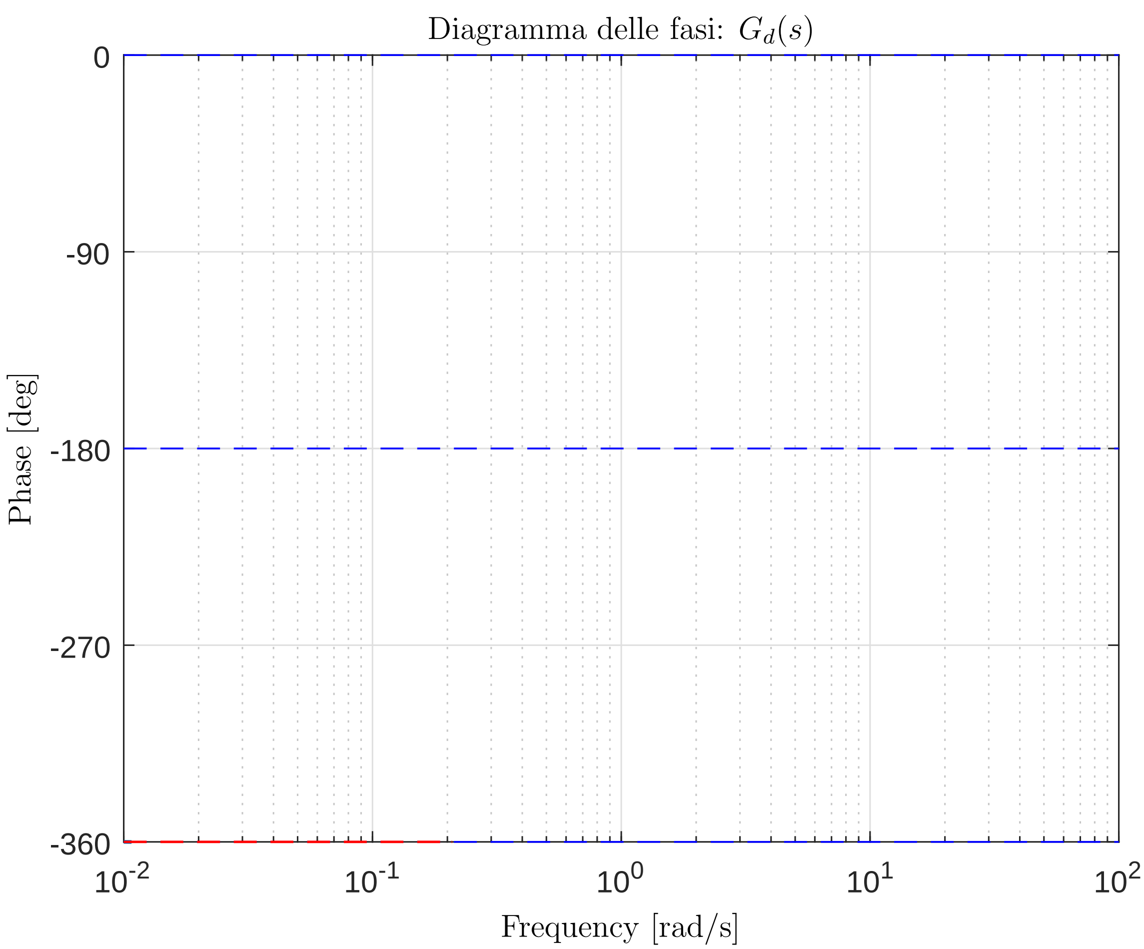


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$
Phase [deg]
0
-90
-180
-270
-360
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency [rad/s]

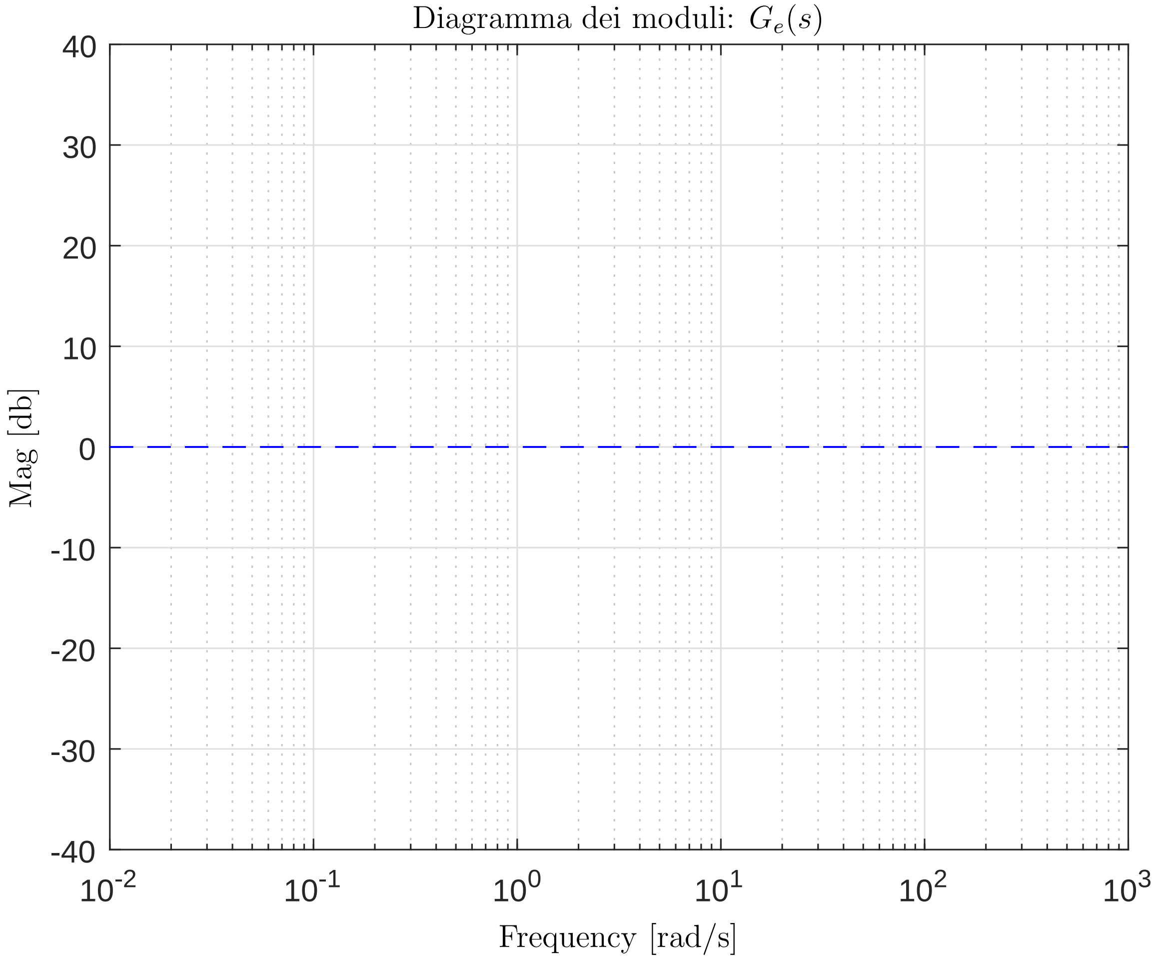


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
Mag [db]
10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3}
Frequency [rad/s]

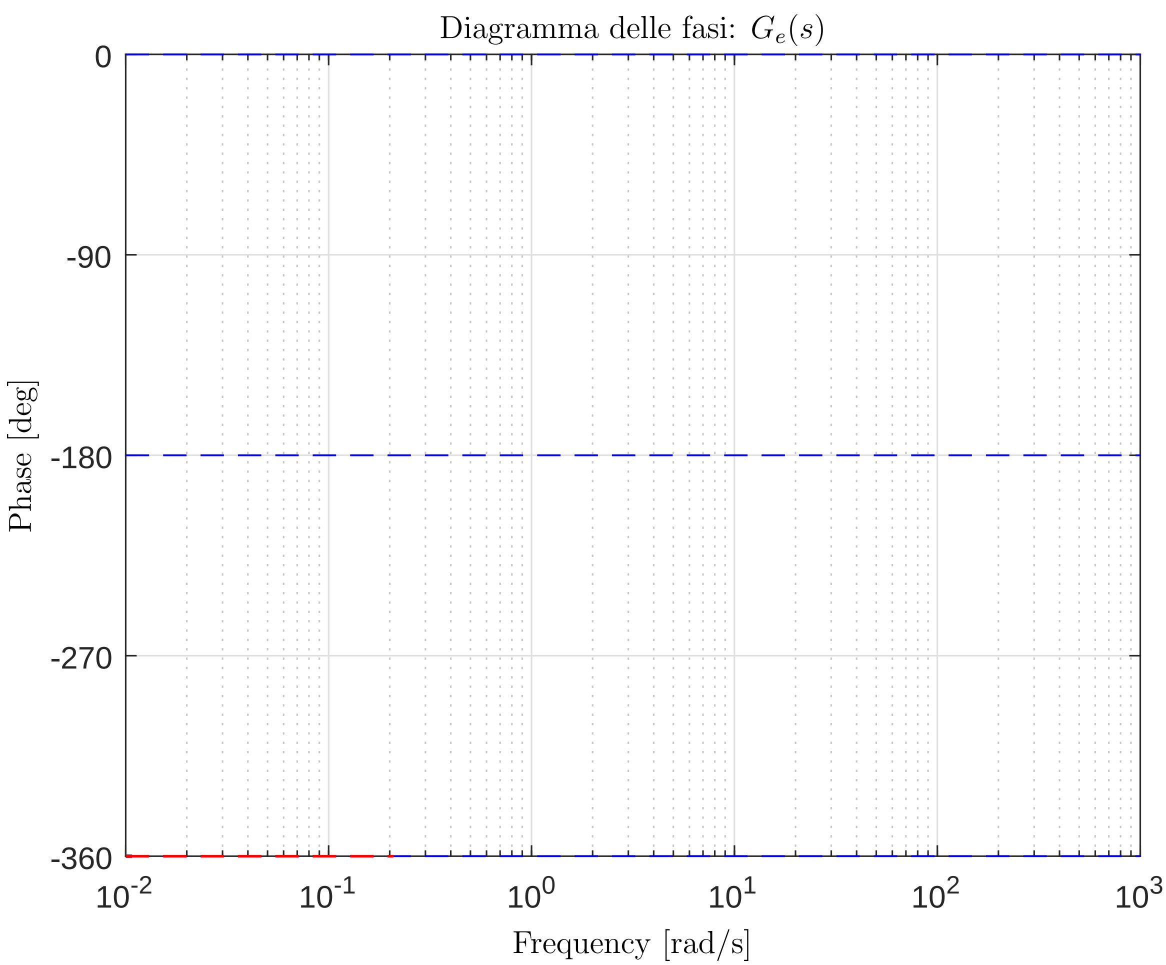


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$
0
-90
-180
-270
-360
Phase [deg]
10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3}
Frequency [rad/s]