Controlli Automatici - Prima parte
23 Giugno 2025 - Esercizi - ELE

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

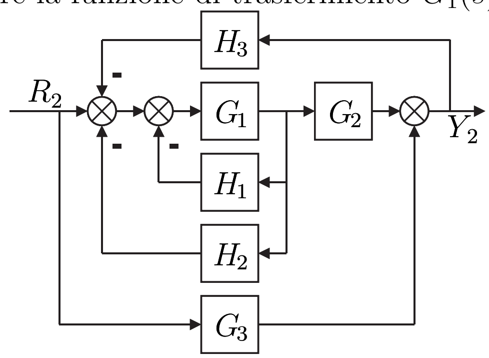
a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s) = \mathcal{L}[x(t)]$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

$$x_1(t) = [2\cos(3t) - 7\,t]\,e^{-4t}, \qquad x_2(t) = \begin{cases} 0 & t < 4 \\ 2\,e^{-3\,(t-4)}\sin(5(t-4)) & t \geq 4 \end{cases}$$

a.2) Calcolare la trasformata di Laplace inversa $y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)]$ delle seguenti funzioni $Y(s)$:

$$Y_1(s) = \frac{30}{s(s+3)(s-2)}, \qquad Y_2(s) = \frac{24}{s^4} + \frac{6}{(s+4)^3} + 2\,e^{-3\,s}$$

b) Dato lo schema a blocchi riportato in figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s)$:



$$G_1(s) = \frac{Y_2(s)}{R_2(s)} = \ldots$$

c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

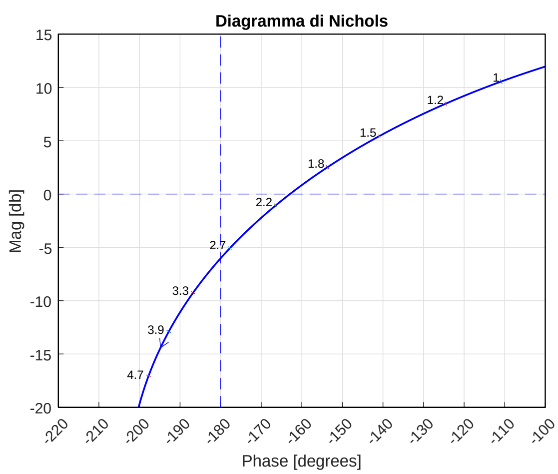
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

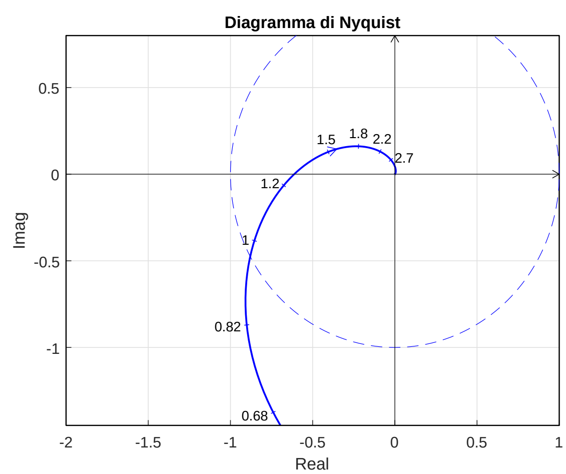
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\, G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 60$;

c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\, G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_a =$ ....

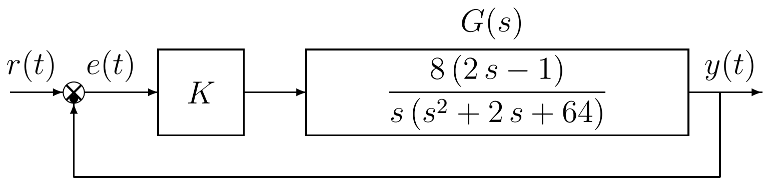
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_a =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:

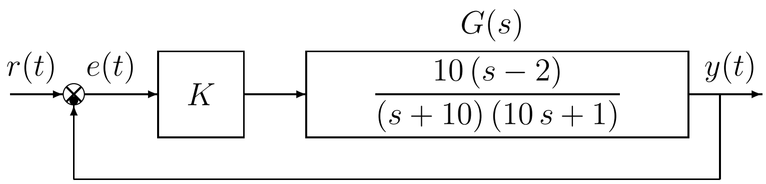


d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

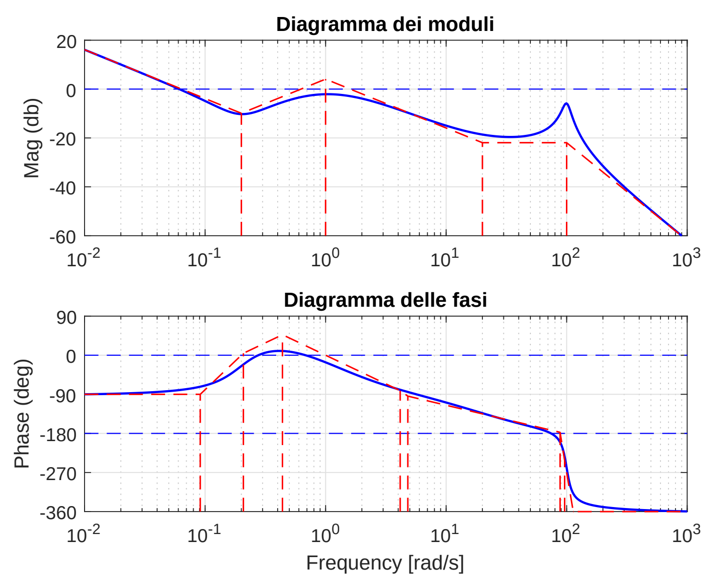
e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \ldots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.



Controlli Automatici - Prima parte

23 Giugno 2025 - Domande - ELE

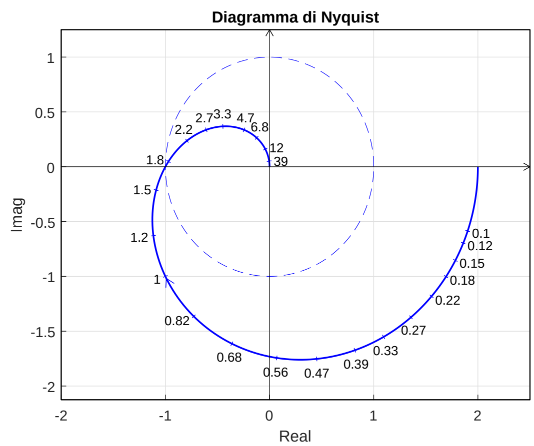
Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$2\,\dddot{y}(t)+3\,\ddot{y}(t)+5\,\dot{y}(t)+y(t) = 6\,\ddot{x}(t)+7\,x(t) \qquad \rightarrow \qquad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

2. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $\frac{3(1-s)}{(s+1)^2}$. Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:



- ◯ $K_1^* < K < K_2^* < 0$;
- ◯ $K_1^* < K < K_2^*$;
- ◯ $0 < K_1^* < K < K_2^*$;
- ◯ $(K < K_1^*) \cup (K > K_2^*)$;

Indicare i valori dei parametri K_1^* e K_2^*:

$K_1^* = \;\ldots \qquad\qquad K_2^* = \;\ldots$

3. Calcolare, a regime, il segnale sinusoidale in uscita $y(t)$ del seguente sistema dinamico quando in ingresso è presente il segnale sinusoidale $x(t)$:

$$x(t) = 3 + 2\cos(4t) \longrightarrow \boxed{\frac{10}{(s+3)}} \longrightarrow y(t) \simeq \ldots$$

4. Enunciare il criterio di Nyquist nella formulazione valida anche per sistemi instabili ad anello aperto. Fornire sia l'ipotesi che la tesi del criterio.

Criterio di Nyquist. Nell'ipotesi ...

5. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{2\,(4s-5)(s+1)}{s[(s+2)^2+1]} \qquad \rightarrow \qquad y_0 = \qquad\qquad y_\infty =$$

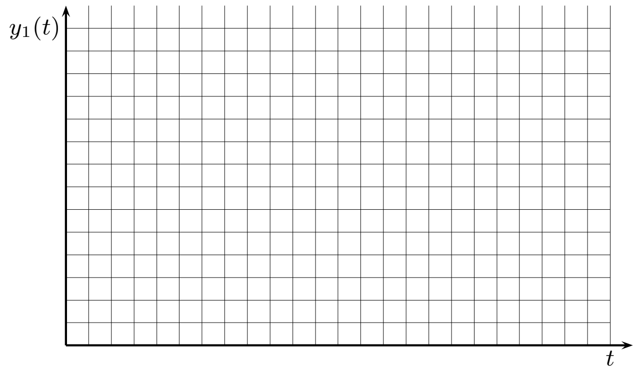
6. La formula di Bode per il calcolo della fase di un sistema a partire dal diagramma delle ampiezze

   - ◯ è valida per i sistemi lineari stabili
   - ◯ è una formula approssimata
   - ◯ è valida per i sistemi a fase minima
   - ◯ è una formula esatta

7. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

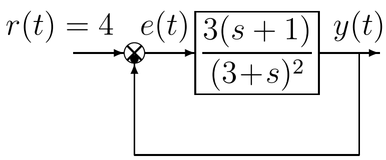
$$G(s) = \frac{48(6+0.5s)(2s+20)}{(2s+18)(0.5s+1)(s^2+10s+64)}$$

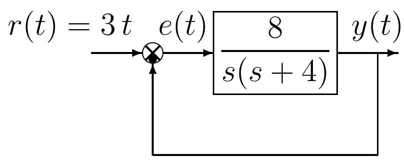
Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

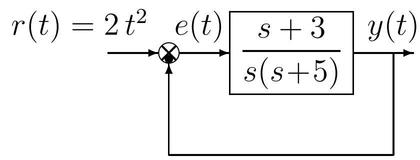


$y_\infty =$ $\qquad\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad\qquad$ $T_\omega \simeq$

8. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:







$e(\infty) =$ $\qquad\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad\qquad$ $e(\infty) =$

9. In un sistema del 2^o ordine la distanza del poli dall'origine (a parità di direzione) influisce sui seguenti parametri della risposta al gradino

   - ◯ tempo di salita
   - ◯ tempo di ritardo
   - ◯ coefficiente di smorzamento
   - ◯ tempo di assestamento

10. Nella scomposizione in fratti semplici, qual è la posizione $p_{1,2}$ e il grado di molteplicitá ν della coppia di poli complessi coniugati $p_{1,2} = \sigma \pm j\omega$ corrispondente all'andamento temporale $g_1(t) = 3\,t\,e^{2\,t}\cos(5\,t+4)$:

$$p_{1,2} = \sigma \pm j\omega = \qquad \pm j \qquad\qquad\qquad \nu =$$

11. Un ritardo puro $G(s) = e^{-t_0 s}$:

   - ◯ è un sistema dinamico
   - ◯ è un sistema lineare
   - ◯ è un sistema a fase minima

12. La pulsazione di risonanza ω_R di un sistema del 2° ordine è:

   - ◯ $\omega_R = \omega_n \delta \sqrt{1-\delta^2}$
   - ◯ $\omega_R = \omega_n \sqrt{1-2\delta^2}$
   - ◯ $\omega_R = \omega_n \sqrt{1-\delta^2}$
   - ◯ $\omega_R = \omega_n \delta \sqrt{1-2\delta^2}$

13. Sia $X(s)$ la trasformata di Laplace del segnate $x(t)$. Fornire l'enunciato del "Teorema della derivata":

$$\mathcal{L}[\dot{x}(t)] =$$

14. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(4s+1)}{s(s-3)^2}\, e^{-2s} \qquad \to \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

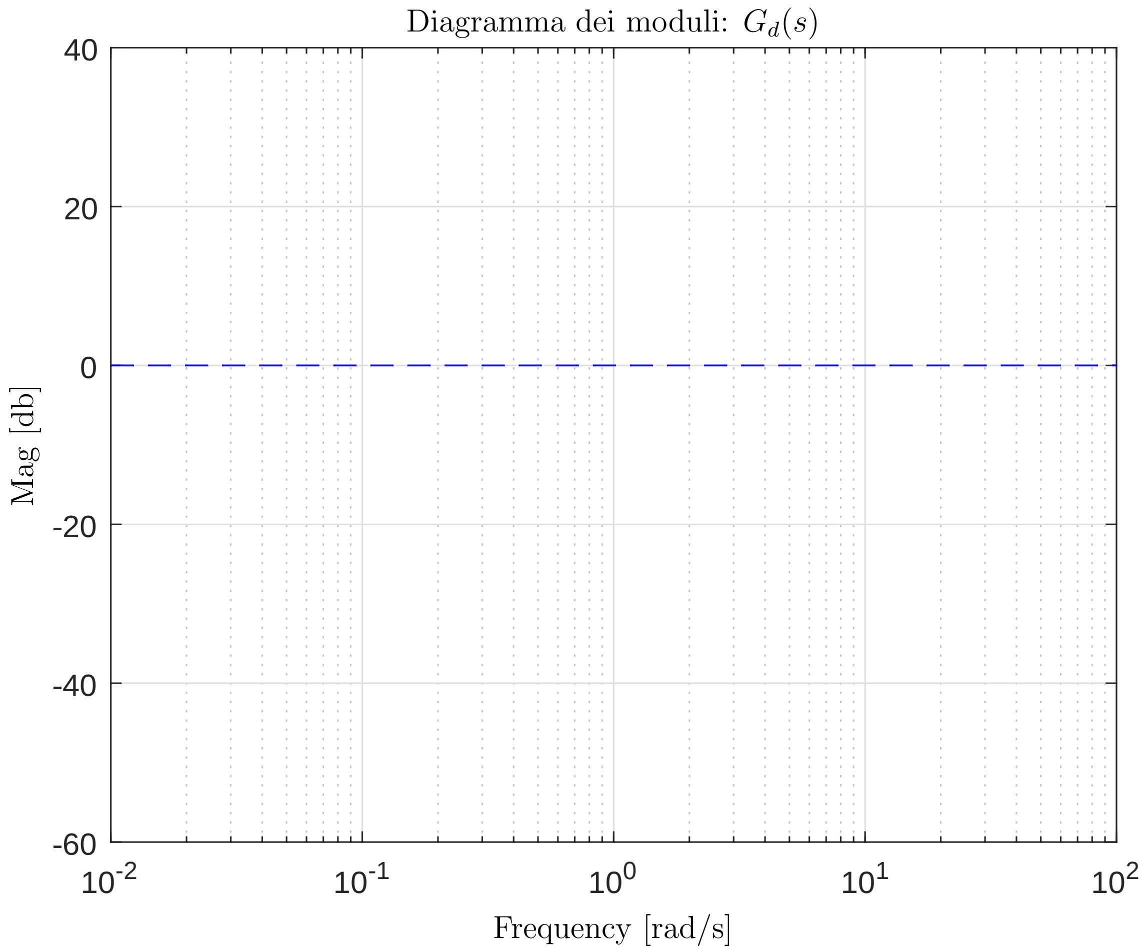


Diagramma dei moduli: $G_d(s)$
40
20
0
-20
-40
-60
Mag [db]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency [rad/s]

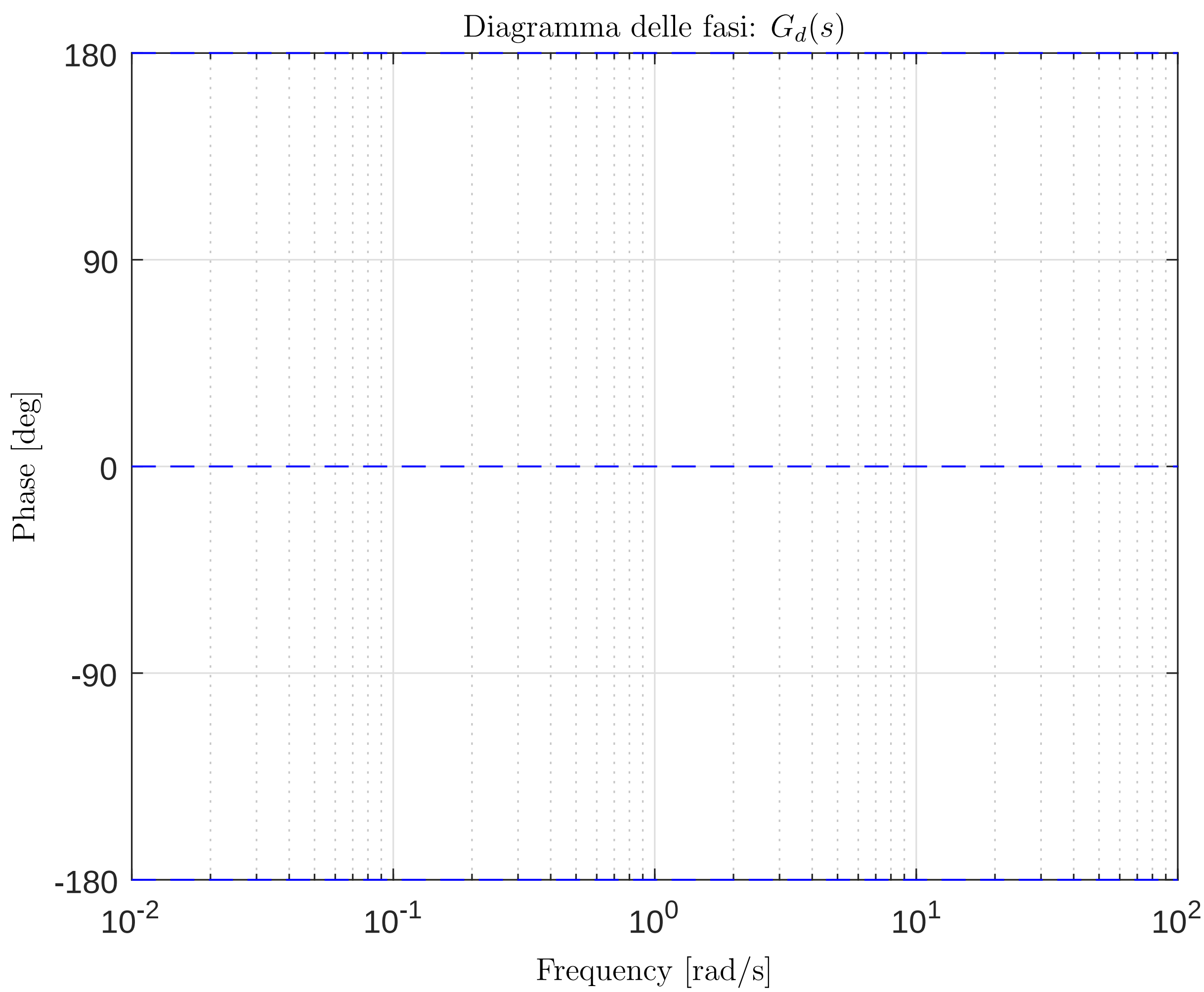


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$
180
90
0
-90
-180
Phase [deg]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency [rad/s]

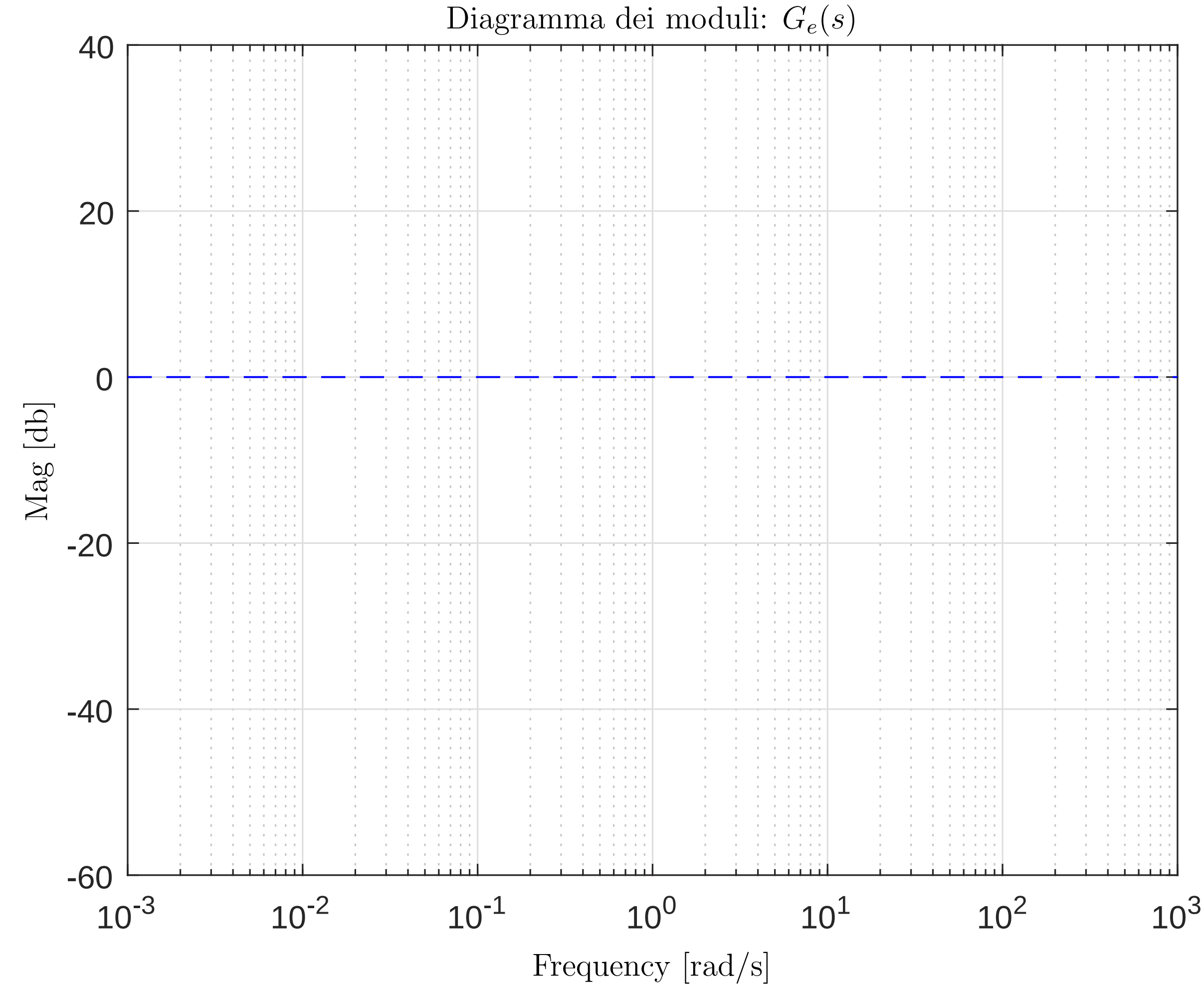


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$
Mag [db]
40
20
0
-20
-40
-60
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

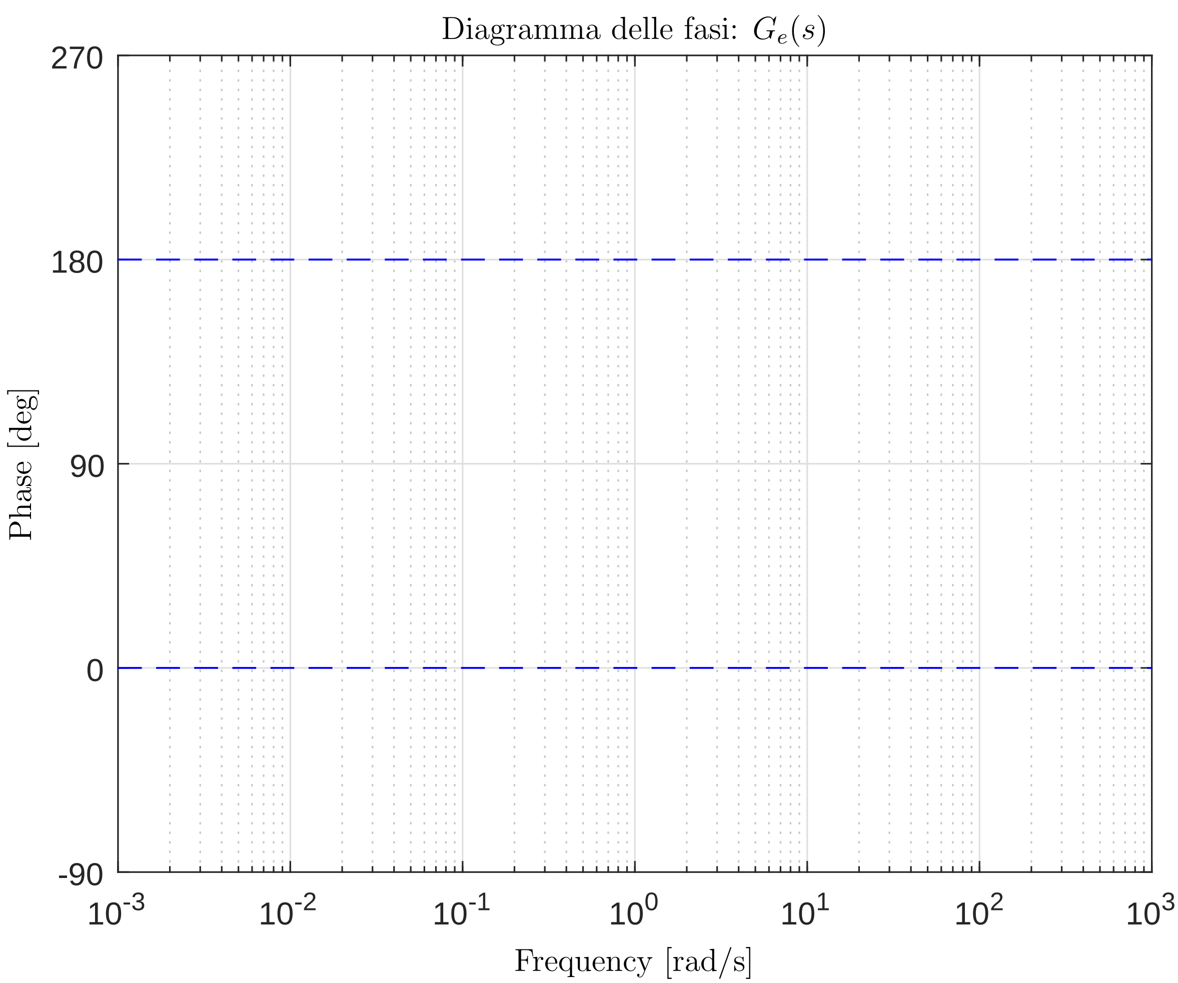


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$
Phase [deg]
270
180
90
0
-90
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]