Controlli Automatici - Prima parte
23 Gennaio 2026 - Esercizi - INFO

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

$$x_1(t) = 4\,t^3 + e^{-6\,t}\sin(2\,t), \qquad\qquad x_2(t) = 2\,t\,e^{4t} + 5\,\cos(3\,t)$$

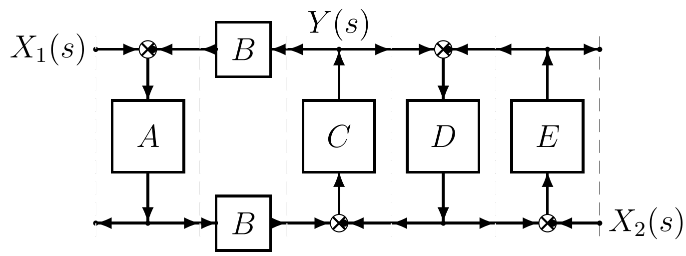
a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G(s)$:

$$G_1(s) = 3 + \frac{2}{s(1+s)(1+2s)}, \qquad\qquad G_2(s) = \frac{(s+3)\,e^{-2s}}{(s+3)^2+25}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi riportato in figura, calcolare le funzioni di trasferimento $G_1(s)$ e $G_2(s)$:

$G_1(s) = \frac{Y(s)}{X_1(s)} = \ldots$

$G_2(s) = \frac{Y(s)}{X_2(s)} = \ldots$



c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

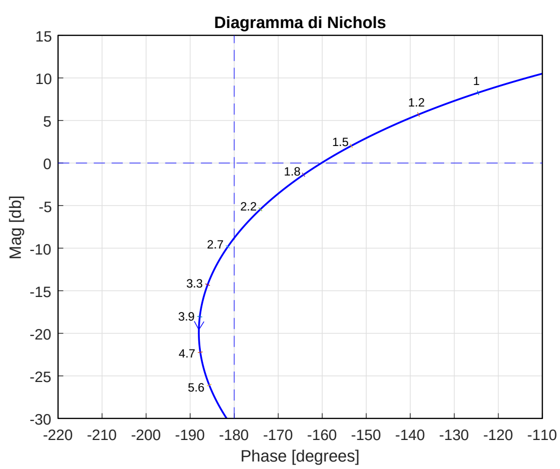
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

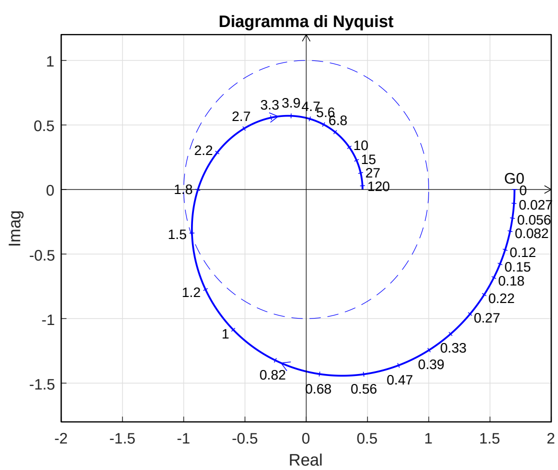
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 50$;

c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\,G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_a =$ ....

c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_a =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema ad anello aperto:

$$r(t) \longrightarrow \boxed{G(s) = \frac{2(s+0.2)(s+50)}{(s+1)(s^2+2s+36)}} \longrightarrow y(t)$$

d.1) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.2) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale.

d.3) Disegnare l'andamento qualitativo $y(t)$ della risposta al gradino unitario del sistema $G(s)$. Valore a regime y_∞ per $t \to \infty$:

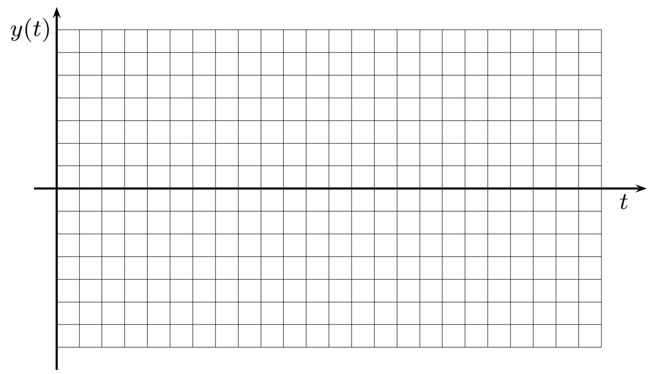
$y_\infty =$

Tempo di assestamento T_a:

$T_a \simeq$

Il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata:

$T_\omega \simeq$



e) Sia dato il seguente sistema ad anello aperto:

$$r(t) \longrightarrow \boxed{G(s) = \frac{10(s+1)(s+50)}{s(s+10)^2}} \longrightarrow y(t)$$

e.1) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

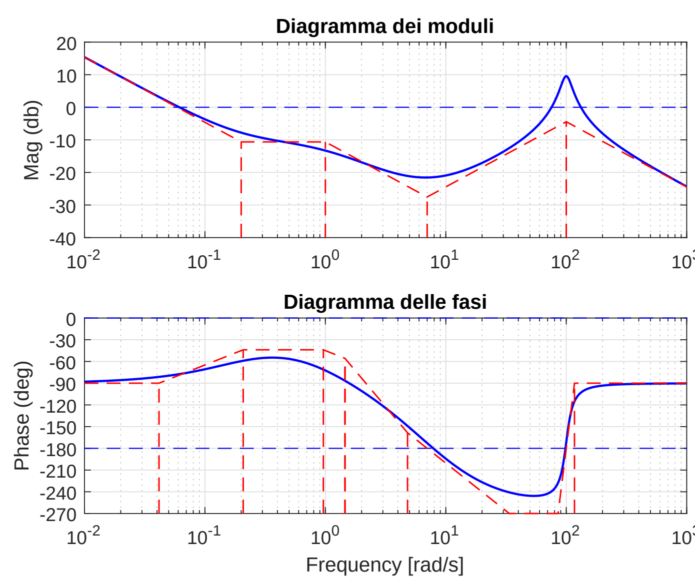
e.2) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \dots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.



Controlli Automatici - Prima parte

23 Gennaio 2026 - Domande - INFO

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$\dddot{y}(t)+2\,\ddot{y}(t)+5\,y(t) = 4\,\dot{x}(t)+3\,x(t) \qquad \rightarrow \qquad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

2. La trasformata di Laplace:

   ◯ è un operatore biunivoco;

   ◯ trasforma equazioni differenziali di variabile complessa in equazioni algebriche di variabile reale;

   ◯ è applicabile a qualunque segnale $x(t)$;

   ◯ trasforma equazioni differenziali di variabile reale in equazioni algebriche di variabile complessa;

3. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{6\,(s^2+3s+1)}{(s+2)^2(2\,s-3)} \qquad \rightarrow \qquad y_0 = \qquad\qquad y_\infty =$$

4. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $2\dot{y}(t) + 3\,y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = 2$.

$$Y(s) = \qquad\qquad\qquad y(t) =$$

5. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

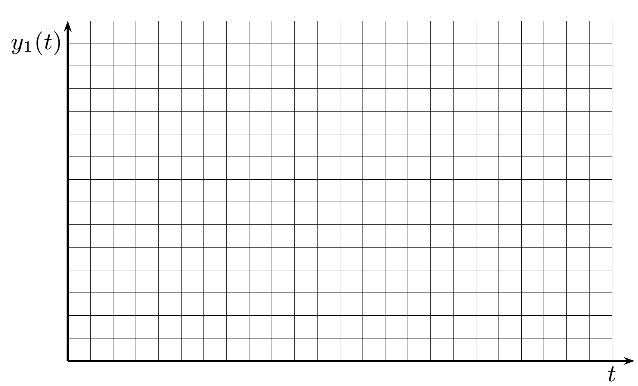
$$x(t) = 10 + 5\cos(3t) \longrightarrow \boxed{G(s) = \frac{s+1}{s+4}} \longrightarrow y(t) \simeq \dots$$

6. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{6000(20+0.3s)(s^2+60s+90^2)}{(3s+210)(2s+150)(s^2+3s+40)(s^2+80s+3600)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$



7. Nella scomposizione in fratti semplici, qual è la posizione $p_{1,2}$ e il grado di molteplicitá ν della coppia di poli complessi coniugati $p_{1,2} = \sigma \pm j\omega$ corrispondente all'andamento temporale $g_1(t) = 3\,t\,e^{2\,t}\cos(5\,t+4)$:

$$p_{1,2} = \sigma \pm j\omega = \qquad \pm j \qquad\qquad\qquad \nu =$$

8. Calcolare i parametri a e b della funzione di trasferimento $G(s) = \frac{a}{s+b}$ caratterizzata da un guadagno statico $G(0) = 3$ e da un tempo di assestamento $T_a = 0.6$ s alla risposta al gradino:

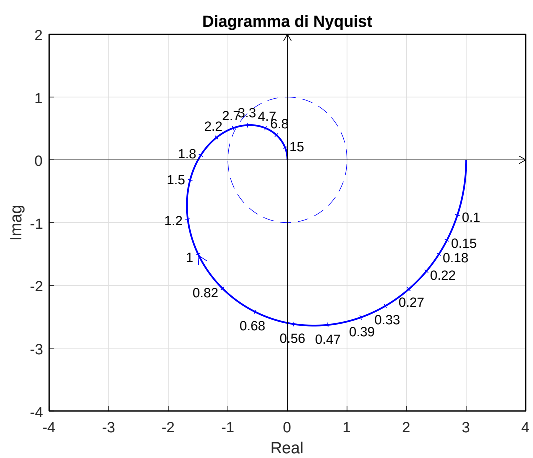
$$G(s) = \frac{a}{s+b} \qquad \rightarrow \qquad a = \ldots \qquad\qquad b = \ldots$$

9. Un sistema $G(s)$ retroazionato è asintoticamente stabile se e solo se :
   - ◯ il margine di fase $M_\varphi > 0$;
   - ◯ il margine di ampiezza $M_a > 0$;
   - ◯ il margine di fase $M_\varphi > 1$;
   - ◯ il margine di ampiezza $M_a > 1$;

10. La fase φ di un numero reale negativo $-K < 0$ è, $\forall k \in \mathcal{Z}$:
   - ◯ $\varphi = 2k\pi$,
   - ◯ $\varphi = \pi + 2k\pi$,
   - ◯ $\varphi = \pi$,
   - ◯ $\varphi = \pi + k\pi$,

11. Quando si utilizza la formula di Mason, un percorso di uno schema a blocchi:
   - ◯ è una successione di rami e nodi adiacenti senza anelli in cui ogni elemento può essere attraversato più volte;
   - ◯ è caratterizzato da un coefficiente P dato dalla somma dei guadagni dei rami che compongono il percorso;
   - ◯ può attraversare giunzioni sommanti;
   - ◯ quando è chiuso si chiama anello;

12. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $\frac{3(1-s)}{(s+1)^2}$.
Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:



   - ◯ $K_1^* < K < K_2^*$;
   - ◯ $K_1^* < K < K_2^* < 0$;
   - ◯ $0 < K_1^* < K < K_2^*$;
   - ◯ $(K < K_1^*) \cup (K > K_2^*)$;

Indicare i valori dei parametri K_1^* e K_2^*:

$$K_1^* = \ \ldots \qquad\qquad K_2^* = \ \ldots$$

13. Enunciare il criterio di Nyquist nella formulazione valida anche per sistemi instabili ad anello aperto. Fornire sia l'ipotesi che la tesi del criterio.
Criterio di Nyquist. *Nell'ipotesi ...*

14. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$ supponendo $t_0 > 0$:

$$G(s) = \frac{(5-2\,s)(2\,s+1)}{s^2(s-3)^2}\,e^{-2\,t_0 s} \qquad \rightarrow \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

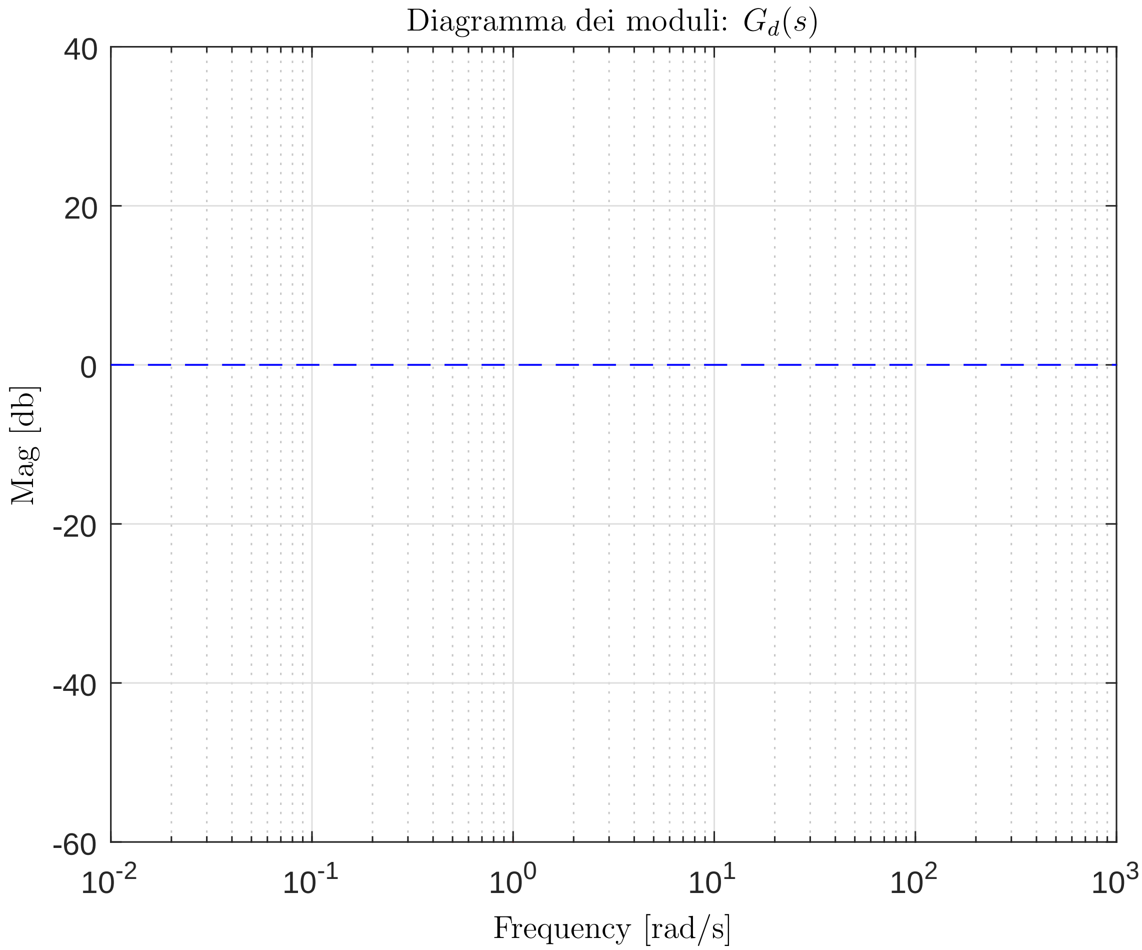


Diagramma dei moduli: $G_d(s)$
40
20
0
-20
-40
-60
Mag [db]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

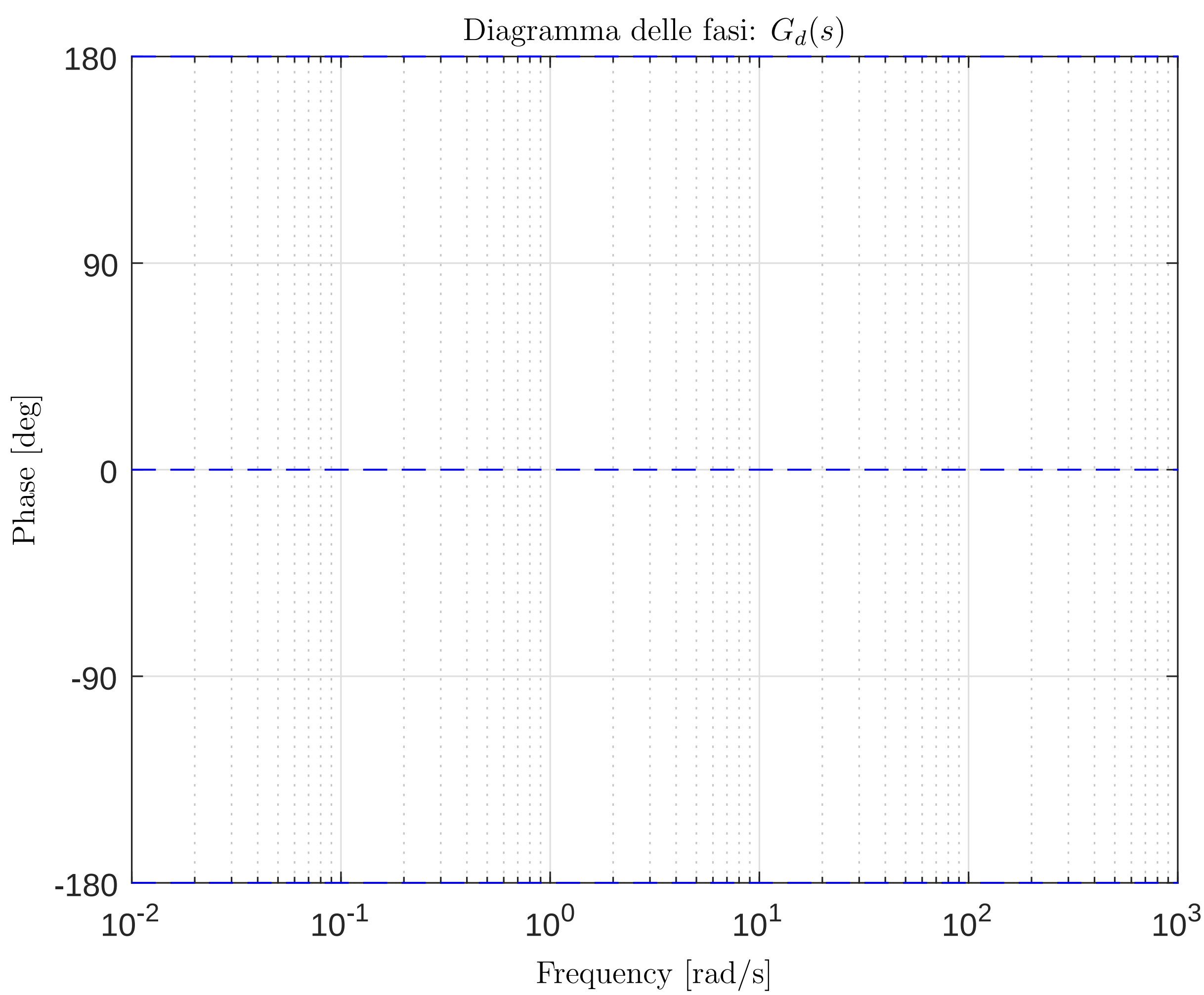


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$
180
90
0
-90
-180
Phase [deg]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

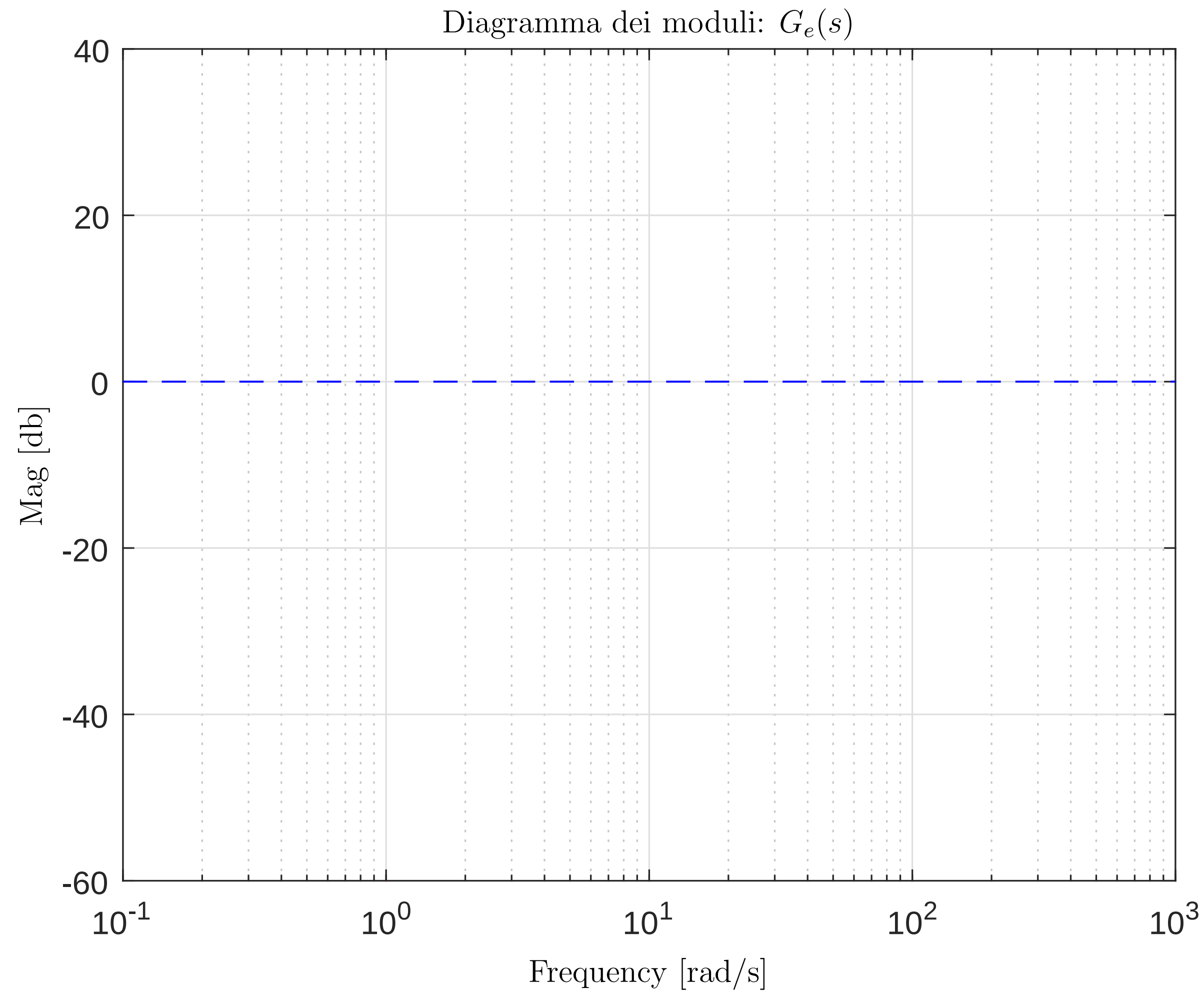


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$
40
20
0
-20
-40
-60
Mag [db]
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

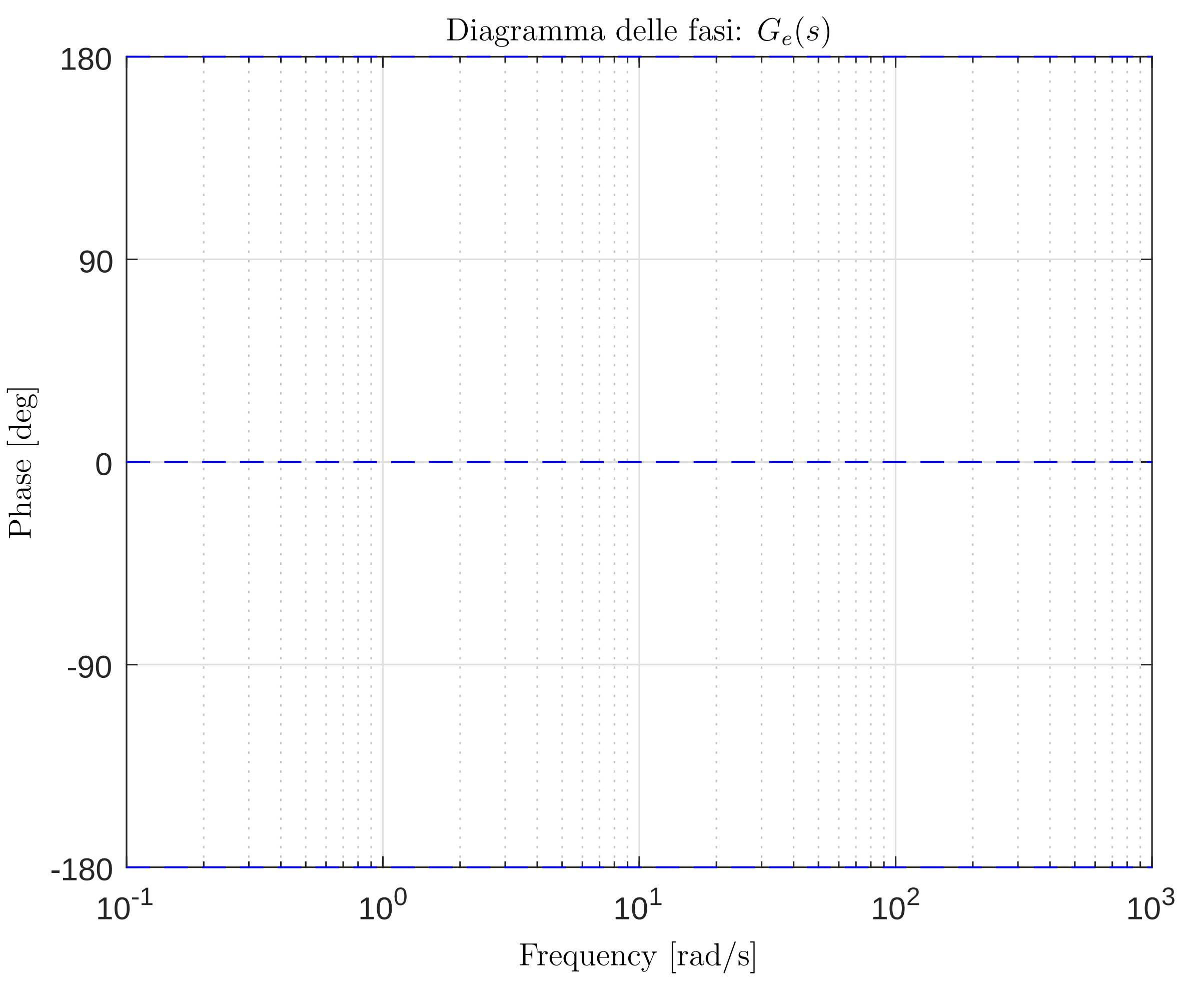


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$
180
90
0
-90
-180
Phase [deg]
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]