Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Controlli Automatici - Prima parte
23 Gennaio 2025 - Esercizi

Si risolvano i seguenti esercizi.

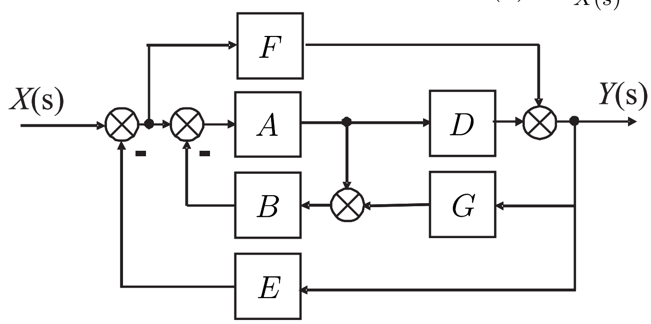
a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

$$x_1(t) = [t^3 + \cos(4t)]\, e^{-3\,t}, \qquad\qquad x_2(t) = 5\,t^2 + 2\,\delta(t-3)$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G(s)$:

$$G_1(s) = 3 + \frac{4}{s(s+1)(s+2)}, \qquad\qquad G_2(s) = \frac{2\,s}{s^2+9} + \frac{15}{(s+2)^2+25}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:



$G_1(s) = \ldots$

c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

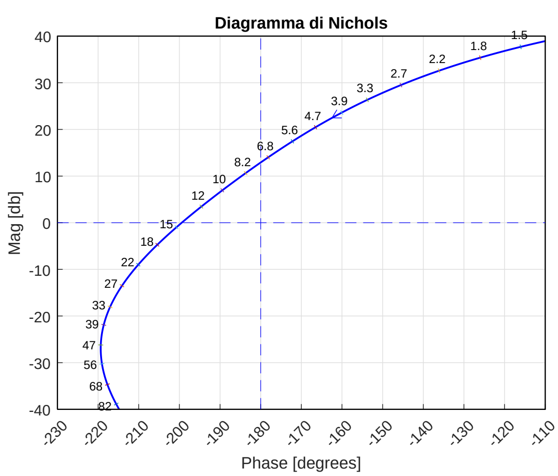
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\, G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 45$;

c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\, G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$;

$G_1(j\omega)$



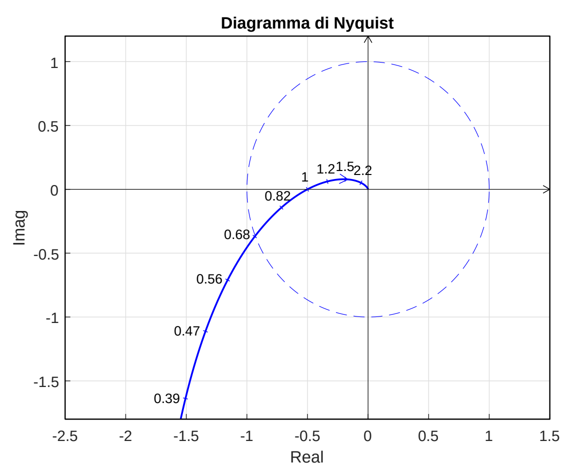
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_a =$ ....

$G_2(j\omega)$



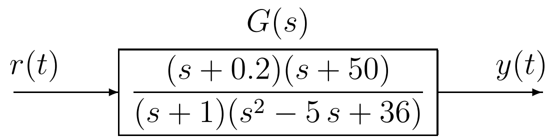
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_a =$ ....

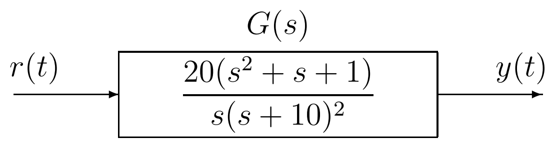
d) Sia dato il seguente sistema ad anello aperto:



d.1) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.2) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale.

e) Sia dato il seguente sistema ad anello aperto:



e.1) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

e.2) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$.

e.3) Disegnare in modo qualitativo la **risposta impulsiva** $y(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)]$ del sistema $G(s)$.

Valore iniziale y_0:

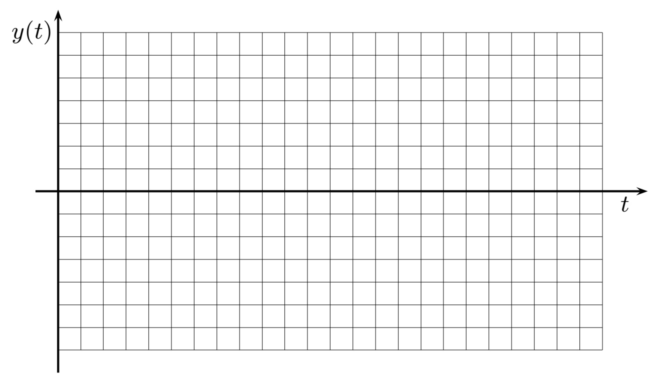
$$y_0 = \lim_{t\to 0^+} y(t) =$$

Valore finale y_∞:

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) =$$

Tempo di assestamento T_a:

$$T_a \simeq$$

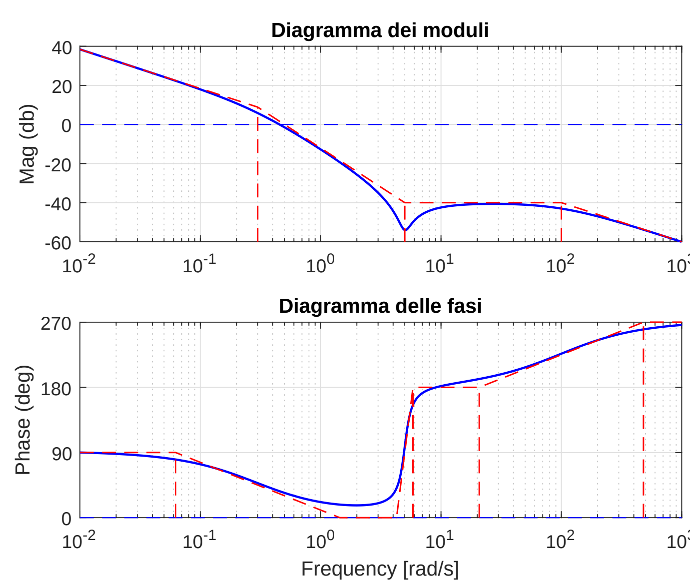


f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \dots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.



Controlli Automatici - Prima parte

23 Gennaio 2025 - Domande

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Scrivere, in funzione dei segnali $x(t)$ e $y(t)$, l'equazione differenziale corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{(s+2)^2}{s^4 + 3\,s^3 + 5\,s^2 + 2\,s + 4} \qquad \rightarrow \qquad \ldots$$

2. Il ritardo puro $G(s) = e^{-t_0 s}$ è un sistema:

◯ stabile ◯ lineare ◯ non lineare ◯ a fase minima

3. Un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri, ha un picco di risonanza M_R maggiore di uno

◯ se $0 < \delta < \sqrt{2}$ ◯ se $0 < \delta < 1$ ◯ se $0 < \delta < \frac{1}{\sqrt{2}}$ ◯ se $0 < \delta < \frac{1}{2}$

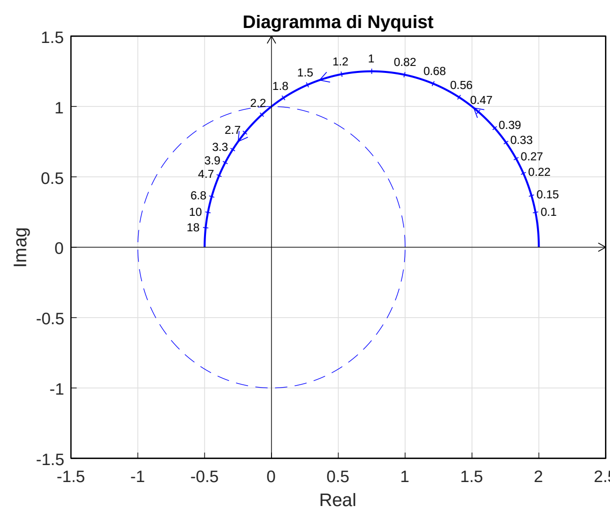
4. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

$$x(t) = 2 + \cos(3t) \longrightarrow \boxed{G(s) = \frac{10}{s+4}} \longrightarrow y(t) \simeq \ldots$$

5. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{(s+4)}{2(1-s)}$.

Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

◯ $\frac{1}{2} < K < 2$;
◯ $-\frac{1}{2} < K < 2$;
◯ $-2 < K < -\frac{1}{2}$;
◯ $(K < -\frac{1}{2}) \cup (K > 2)$;



6. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{2\,(s^2 + 3s + 1)}{s(s+1)(3\,s+2)} \qquad \rightarrow \qquad y_0 = \qquad\qquad y_\infty =$$

7. Un sistema $G(s)$ retroazionato è asintoticamente stabile se e solo se :

◯ il margine di fase $M_\varphi > 1$; ◯ il margine di fase $M_\varphi > 0$;
◯ il margine di ampiezza $M_a > 1$; ◯ il margine di ampiezza $M_a > 0$;

8. Il picco di risonanza M_R di un sistema del 2° ordine è:

◯ $M_R = \frac{\delta}{2\sqrt{1-\delta^2}}$ ◯ $M_R = \frac{1}{2\delta\sqrt{1-\delta^2}}$ ◯ $M_R = \frac{1}{2\delta\sqrt{1-2\delta^2}}$ ◯ $M_R = \frac{\delta}{2\sqrt{1-2\delta^2}}$

9. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $4\dot{y}(t) + 3\,y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = 2$.

$$Y(s) = \qquad\qquad\qquad\qquad y(t) =$$

10. Calcolare i parametri a e b della funzione di trasferimento $G(s) = \frac{a}{s+b}$ caratterizzata da un guadagno statico $G(0) = 3$ e da un tempo di assestamento $T_a = 1.5$ s alla risposta al gradino:

$$G(s) = \frac{a}{s+b} \qquad \rightarrow \qquad a = \ldots \qquad\qquad b = \ldots$$

11. Completare la seguente formulazione del criterio di Nyquist (quella valida anche per sistemi instabili ad anello aperto).

Criterio di Nyquist. *Nell'ipotesi che la funzione guadagno di anello $F(s)$...*

condizione ◯ *solo necessaria* ◯ *solo sufficiente* ◯ *necessaria e sufficiente*

affinché il sistema in retroazione sia asintoticamente stabile è che: ...

12. La formula di Bode per il calcolo della fase di un sistema a partire dal diagramma delle ampiezze

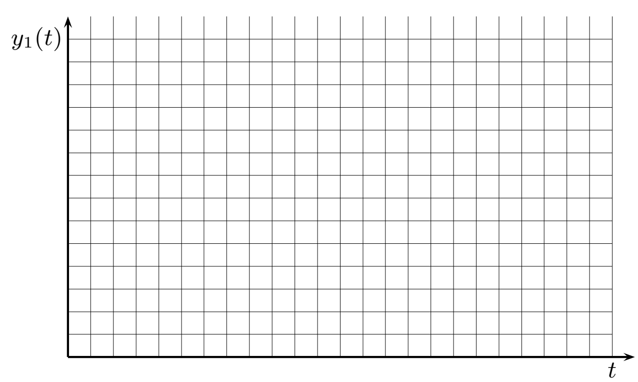
◯ è valida per i sistemi lineari stabili ◯ è una formula esatta
◯ è valida per i sistemi a fase minima ◯ è una formula approssimata

13. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{100(10 + 0.2s)(s^2 + 15s + 200)}{(5s + 20)(0.2s + 8)(s^2 + 0.6s + 25)(s^2 + 5s + 36)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$



14. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$ supponendo $t_0 > 0$:

$$G(s) = \frac{(s-2)}{s(3+s)^2}\, e^{-2\,t_0 s} \qquad \rightarrow \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

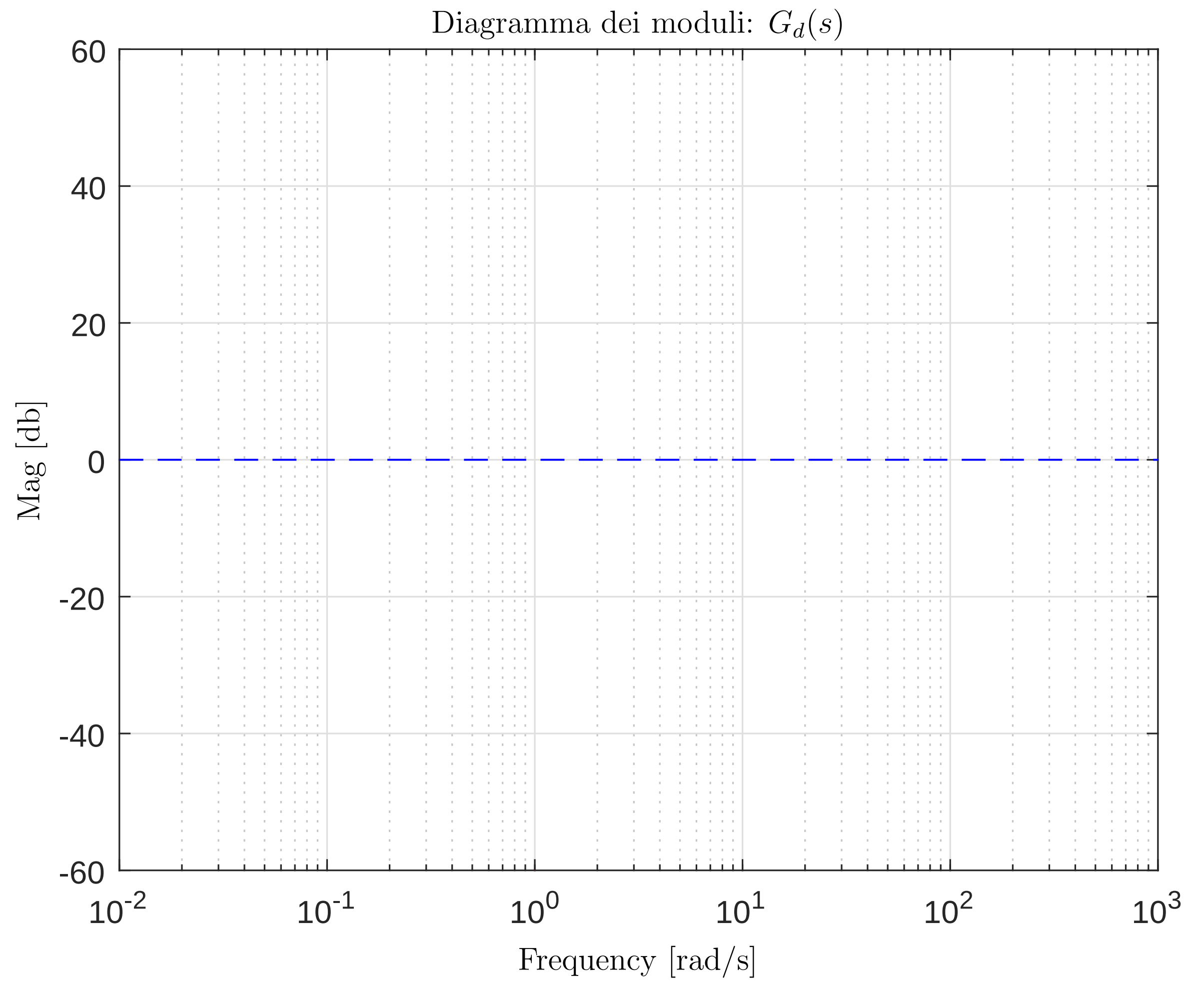


Diagramma dei moduli: $G_d(s)$
Mag [db]
60
40
20
0
-20
-40
-60
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

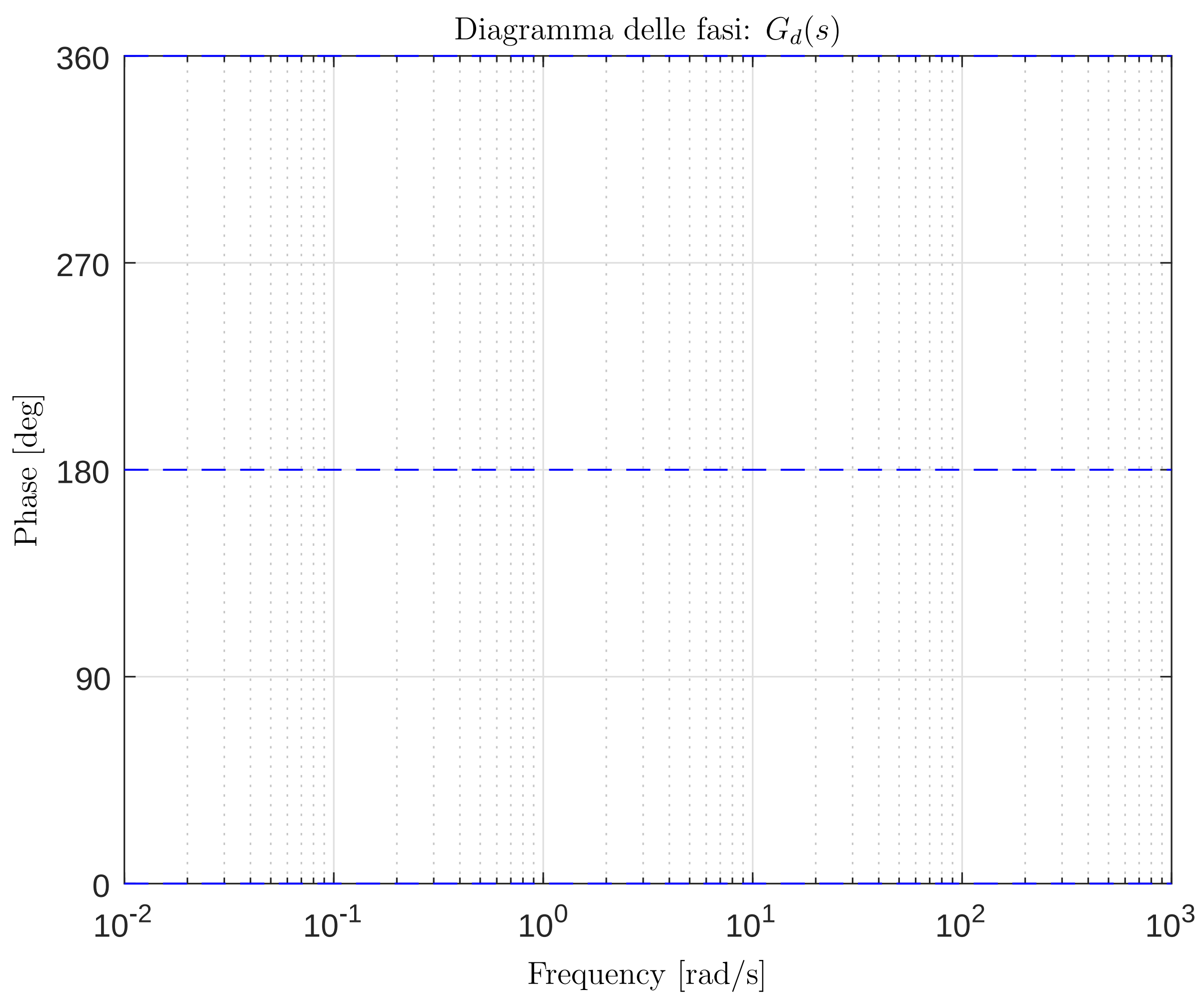


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$
Phase [deg]
360
270
180
90
0
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

Diagramma dei moduli: $G_e(s)$

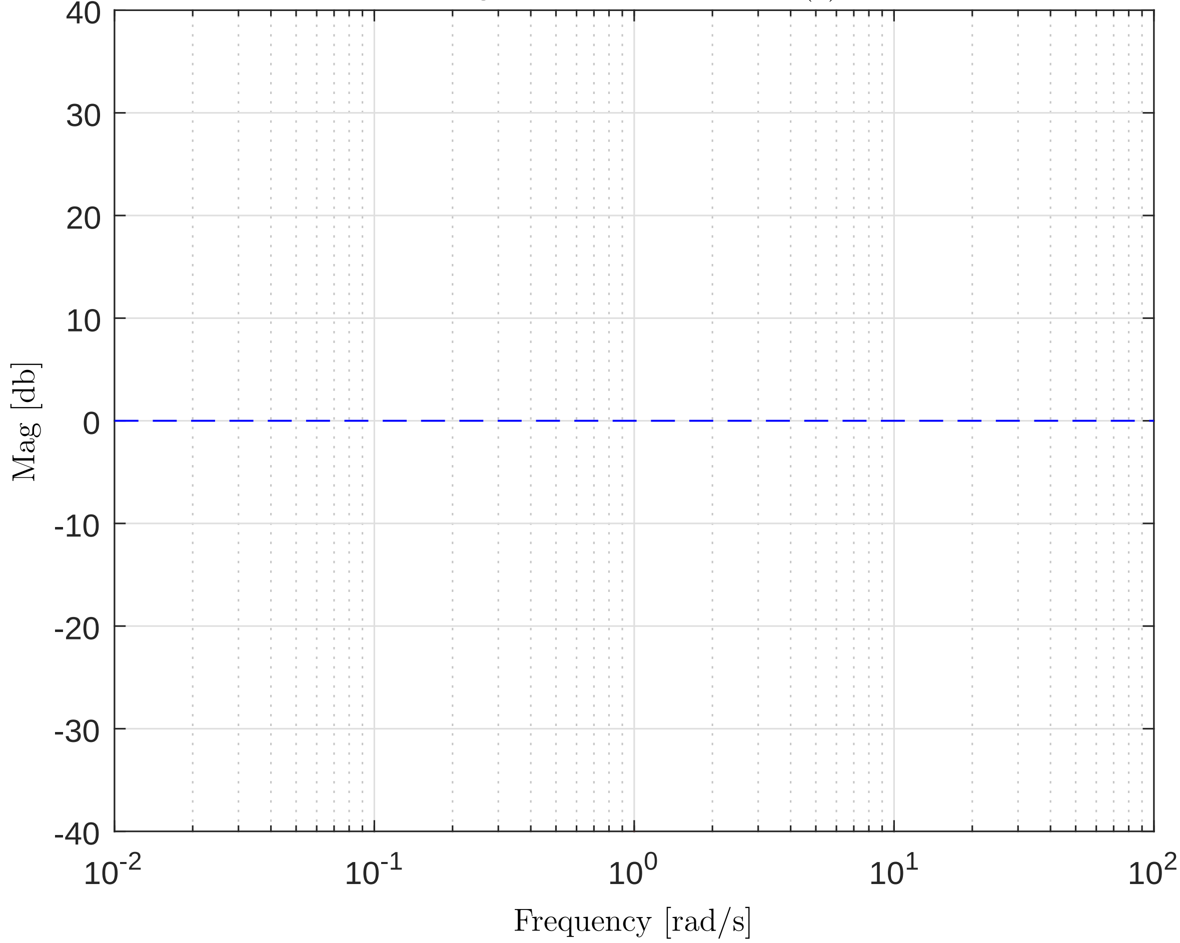


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$