Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Controlli Automatici A
22 Giugno 2011 - Esercizi

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

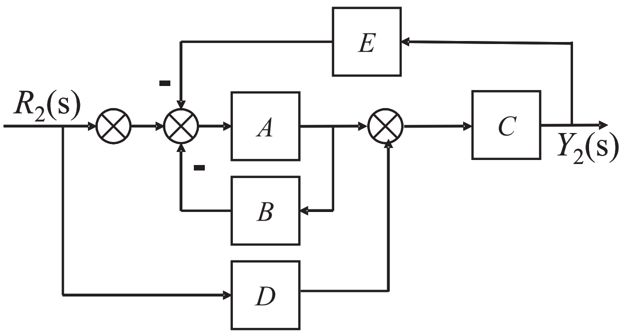
$$x_1(t) = e^{-3t}(t^2 - 2), \qquad\qquad x_2(t) = 4 + 3\,e^{-3t}\sin(7\,t)$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{10}{(s+3)(1+2\,s)} \qquad\qquad G_2(s) = 3 + \frac{10}{(s+5)^3}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_2(s) = \frac{Y_2(s)}{R_2(s)}$:

$G_2(s) = \ldots$



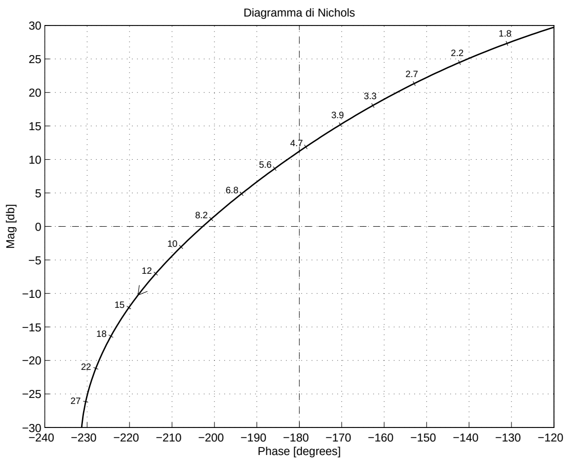
c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$. Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

c.1) il margine di ampiezza M_a e il margine di fase M_φ del sistema;

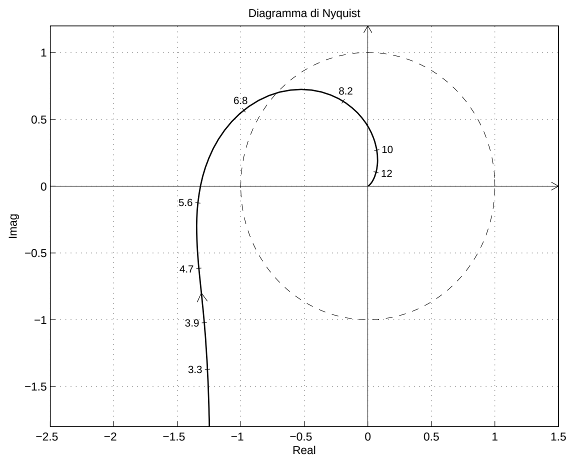
c.2) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 40$;

c.3) il guadagno K_a per cui il sistema $K_a\,G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_a = 5$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$......... $\quad M_\varphi =$.........

c.2) $K_\varphi =$ ....

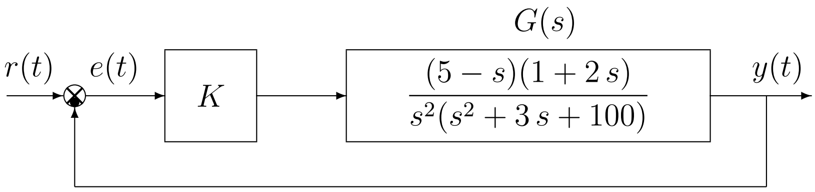
c.3) $K_a =$ ....

c.1) $M_a =$......... $\quad M_\varphi =$.........

c.2) $K_\varphi =$ ....

c.3) $K_a =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

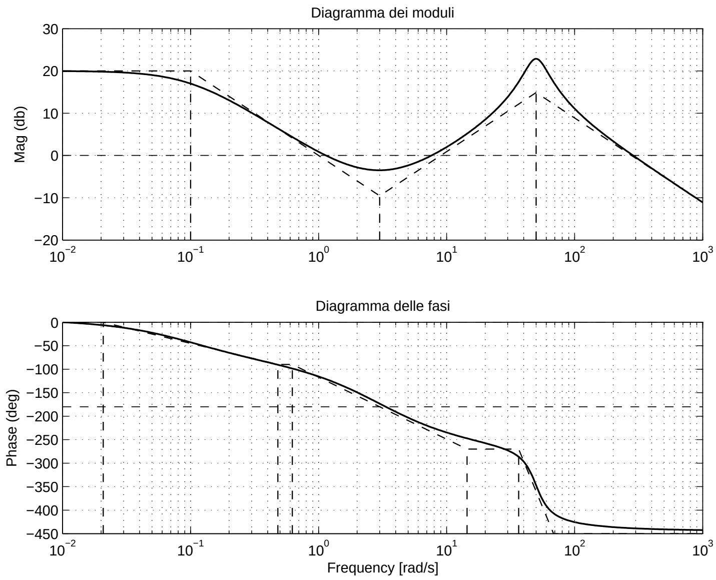
d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

d.4) Calcolare, in funzione di K, l'errore a regime $e_\infty(t)$ per ingresso a parabola $r(t) = 2\,t^2$.

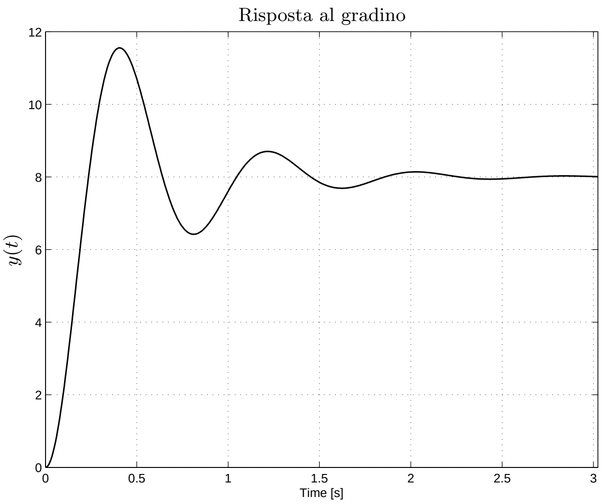
e) Si faccia riferimento ad un sistema $G(s)$ i cui diagrammi di Bode sono mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico si risponda alle seguenti domande ricavare l'espressione analitica della funzione di trasferimento $G(s)$. Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.



$G(s) \simeq$

f) In figura è mostrata la risposta $y(t)$ al gradino $x(t) = X_0 = 10$ di un sistema dinamico $G(s)$ caratterizzato solamente da 2 poli stabili. Nei limiti della precisione del grafico determinare:



1) Il guadagno statico del sistema:

$G_0 =$

2) La posizione dei poli dominanti del sistema $p_{1,2}$:

$p_{1,2} =$

3) La pulsazione naturale ω_n:

$\omega_n =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Controlli Automatici A

22 Giugno 2011 - Domande

Si risponda alle seguenti domande.

1. Scrivere le funzioni di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ corrispondente alla seguente equazione differenziale nelle variabili $x(t)$ e $y(t)$:

$$\dddot{y} + 4\,\ddot{y} + 3\,\dot{y} + y = 6\,\dot{x} + 2\,x \qquad \rightarrow \qquad G(s) =$$

2. L'antitrasformata di Laplace della funzione $F(s)$ è definita come segue:

○ $f(t) := \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma_0-j\infty}^{\sigma_0+j\infty} F(s)e^{-st}dt$ ○ $f(t) := \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma_0-j\infty}^{\sigma_0+j\infty} F(s)e^{st}dt$

○ $f(t) := \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma_0-j\infty}^{\sigma_0+j\infty} F(s)e^{-st}ds$ ○ $f(t) := \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma_0-j\infty}^{\sigma_0+j\infty} F(s)e^{st}ds$

3. Si faccia riferimento al diagramma di Bode dei moduli di un sistema $G(s)$ a fase minima.

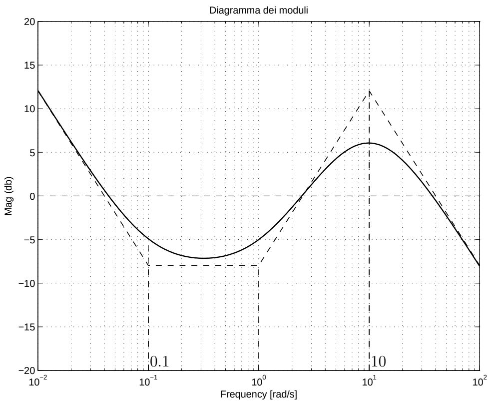
Utilizzando la formula di Bode, calcolare in modo approssimato la fase φ del sistema $G(s)$ in corrispondenza delle seguenti pulsazioni ω:

$\omega_1 = 0.01 \quad \rightarrow \quad \varphi_1 \simeq$

$\omega_2 = 0.1 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 \simeq$

$\omega_3 = 10 \quad \rightarrow \quad \varphi_3 \simeq$

$\omega_4 = 100 \quad \rightarrow \quad \varphi_4 \simeq$



4. In figura è mostrato il diagramma di Bode dei moduli di un sistema lineare $G(s)$ a fase minima.

a) Determinare la posizione dei poli dominanti:

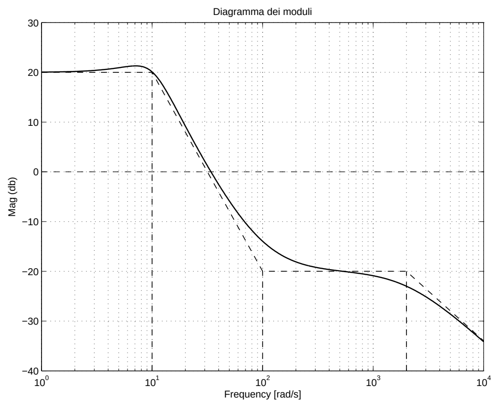
$p_{1,2} \simeq$

b) Calcolare il guadagno statico del sistema:

$G(0) =$

c) Calcolare la larghezza di banda ω_{f0} del sistema $G(s)$ posto in retroazione unitaria negativa:

$\omega_{f0} \simeq$



5. Dato il seguente diagramma di Nyquist di una funzione $G(s)$ con 2 poli nell'origine e tutti gli altri a parte reale negativa, disegnate il diagramma polare completo.

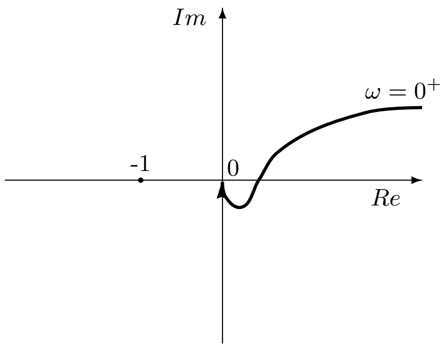
Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

○ $(K > 0,\ |K| << 1)$;

○ $(K > 0,\ |K| >> 1)$;

○ $(K < 0,\ |K| >> 1)$;

○ $(K < 0,\ |K| << 1)$;



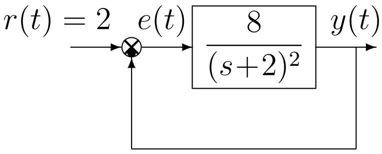
6. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

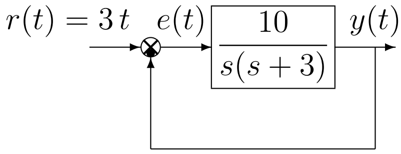
$$Y(s) = \frac{5(2\,s-3)(s+1)}{s(s+2)(3\,s+50)} \qquad \to \qquad y_0 = \qquad\qquad y_\infty =$$

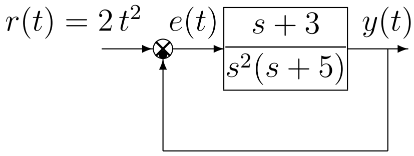
7. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema del secondo ordine caratterizzato da un guadagno statico $G(0) = 5$, da una pulsazione naturale $\omega_n = 10$ e da un coefficiente di smorzamento $\delta = 0.5$:

$$G(s) =$$

8. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:







$e(\infty) =$ $\qquad\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad\qquad$ $e(\infty) =$

9. Se i coefficienti dell'equazione caratteristica di un sistema retroazionato sono tutti positivi, allora è possibile affermare che il sistema retroazionato

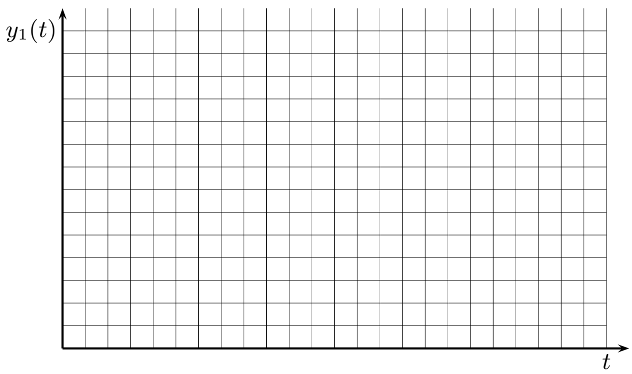
- ○ è stabile
- ○ può essere instabile
- ○ può essere stabile
- ○ è instabile

10. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{30\,(2+0.01\,s)(s^2+20\,s+160)}{(2\,s+10)(15\,s+3)(s^2+10\,s+400)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad\qquad$ $T_\omega \simeq$



11. Calcolare la posizione σ_a dell'asintoto verticale del diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(2+6\,s)(s^2-6\,s+3)}{s(s^3+9\,s^2+2\,s+8)} \qquad \to \qquad \sigma_a =$$

12. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$ supponendo $t_0 > 0$:

$$G(s) = \frac{(1-5\,s)^2}{s^2(s+3)}\, e^{-2\,t_0 s} \qquad \to \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$