**Controlli Automatici - Prima parte**
**21 Giugno 2024 - Esercizi**

| | |
|---|---|
| Nome: | |
| Nr. Mat. | |
| Firma: | |
| C.L.: | Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro. |

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

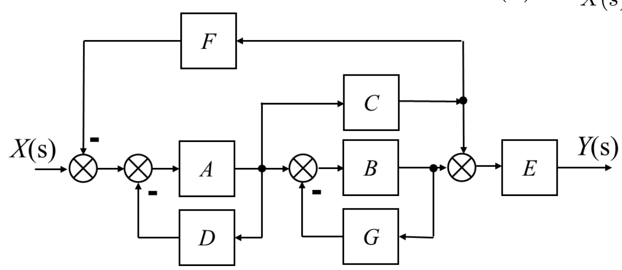
$$x_1(t) = [3 - 5\,e^{-3\,t}]\,\cos(2t), \qquad\qquad x_2(t) = [5\,t^2 + 2\,\sin(3t)]e^{-4t}$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{16}{s^2(s+2)}, \qquad\qquad G_2(s) = 2\,e^{-3\,s} + \frac{6}{s^2+81}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G_1(s) = \ldots$




c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

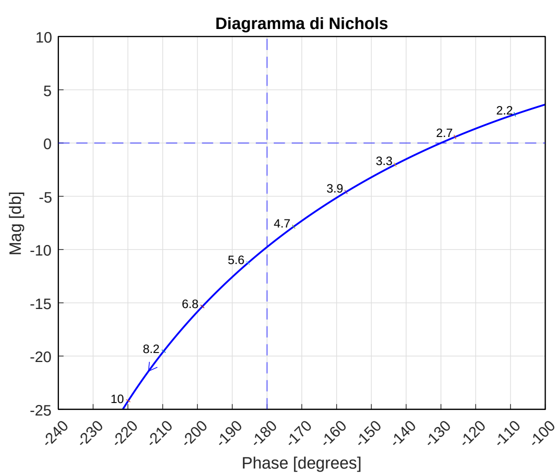
c.1) il margine di ampiezza $M_a$ del sistema;

c.2) il margine di fase $M_\varphi$ del sistema;

c.3) il guadagno $K_\varphi$ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 50$;

c.4) il guadagno $K_\alpha$ per cui il sistema $K_\alpha\,G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 10$;

$G_1(j\omega)$



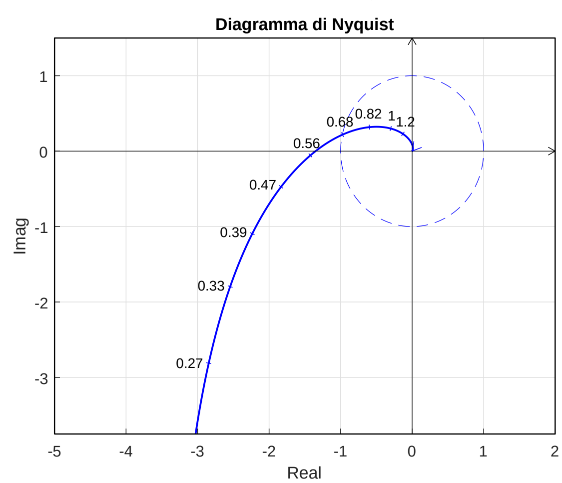

c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ .........

c.3) $K_\varphi =$ .........

c.4) $K_\alpha =$ .........

$G_2(j\omega)$



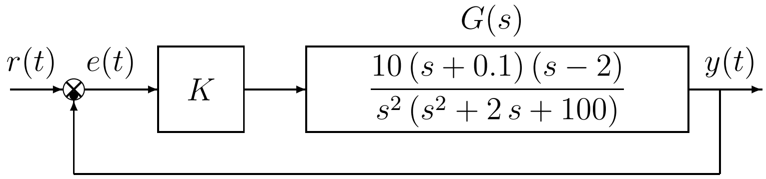

c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ .........

c.3) $K_\varphi =$ .........

c.4) $K_\alpha =$ .........

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:

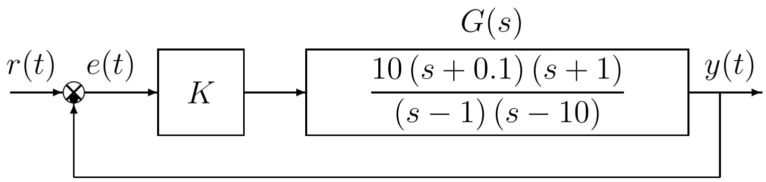



d.1) Determinare per quali valori di $K$ il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare le intersezioni $\sigma_i^*$ con il semiasse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni $\omega_i^*$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:




e.1) Determinare per quali valori di $K$ il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

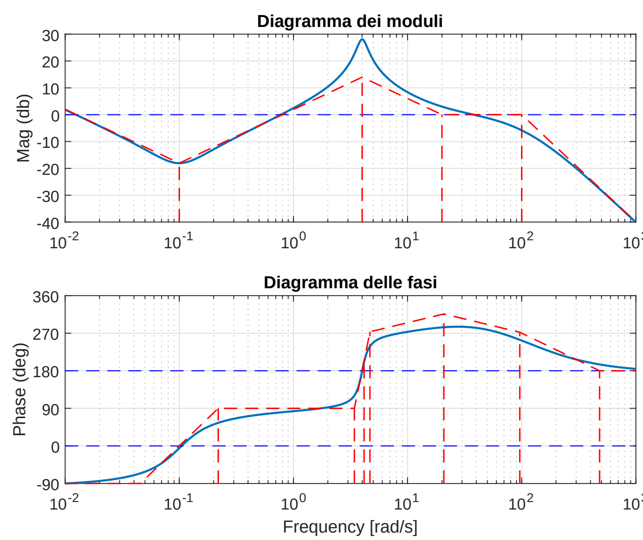
e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_e(s)$.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \ldots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di $\delta$.



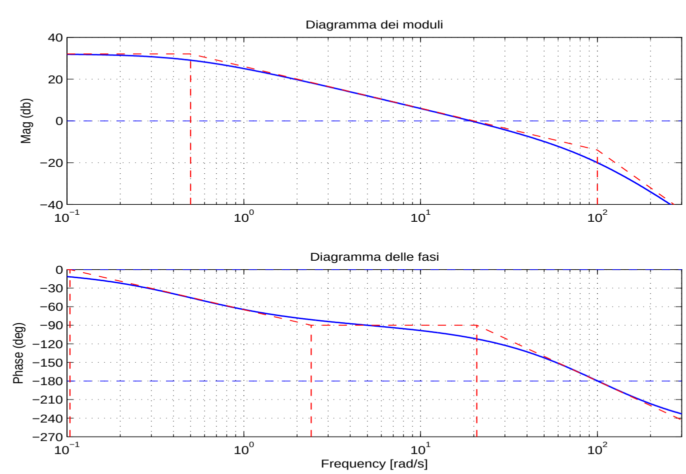

g) In figura sono mostrati i diagrammi di Bode di un sistema lineare $G(s)$ a fase minima. Nei limiti della precisione del grafico, calcolare:

a) Margine di fase $M_\varphi$ del sistema $G(s)$:

$$M_\varphi = \ldots\ldots$$

a) Margine di ampiezza $M_a$ del sistema $G(s)$:

$$M_a = \ldots\ldots$$



**Controlli Automatici - Prima parte**

**21 Giugno 2024 - Domande**

| Nome: | |
|---|---|
| Nr. Mat. | |
| Firma: | |
| C.L.: | Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro. |

Si risponda alle seguenti domande.

1. Scrivere, in funzione dei segnali $x(t)$ e $y(t)$, l'equazione differenziale corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s^2 + 4\,s + 3}{3\,s^4 + s^3 + 5\,s^2 + 2\,s + 4} \qquad \rightarrow \qquad \ldots$$

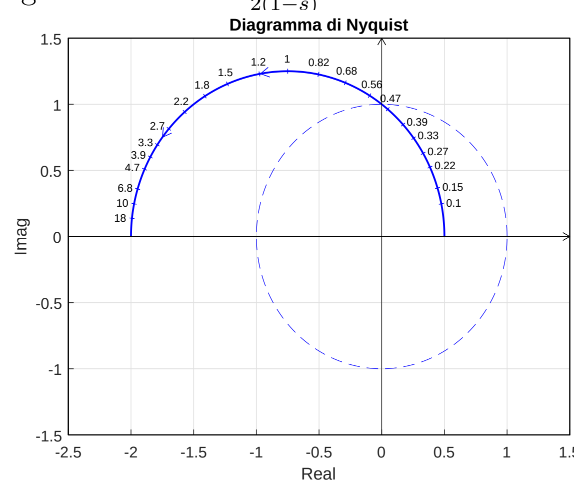
Usando il criterio di Routh dire quanti sono i poli a parte reale positiva della funzione $G(s)$:

○ 0 poli instabili; ○ 1 polo instabile; ○ 2 poli instabili; ○ 3 poli instabili;

2. Nella scomposizione in fratti semplici, qual è la posizione $p_{1,2} = \sigma \pm j\omega$ e il grado di molteplicità $\nu$ della coppia di poli complessi coniugati corrispondente all'andamento temporale $g_1(t) = 5\,t^2\,e^{-3t}\,\sin(8\,t - 4)$:

$$p_{1,2} = \sigma \pm j\omega = \;\ldots\; \pm j \;\ldots\; , \qquad \nu = \;\ldots$$

3. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $\frac{(4\,s+1)}{2(1-s)}$.




Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di $K$:

○ $\frac{1}{2} < K < 2$;
○ $-2 < K < \frac{1}{2}$;
○ $-2 < K < -\frac{1}{2}$;
○ $(K < -2) \cup (K > \frac{1}{2})$;

4. Calcolare il segnale sinusoidale in ingresso $x(t)$ del seguente sistema quando in uscita, a regime, è presente il segnale $y(t) = 4 + 5\sqrt{2}\,\sin(3t - \frac{\pi}{4})$:

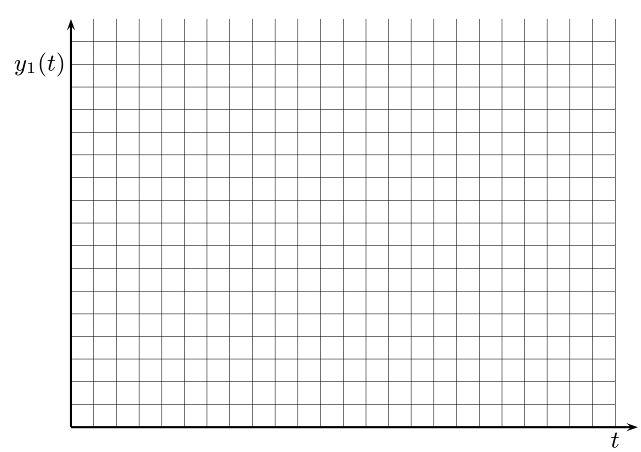
$$x(t) = \ldots \longrightarrow \boxed{G(s) = \frac{6}{(s+3)}} \longrightarrow y(t) \simeq 4 + 5\sqrt{2}\,\sin(3t - \tfrac{\pi}{4})$$

5. Utilizzando i teoremi del valore iniziale e del valore finale, disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{3 + 6s}{3 + 2s}$$

Calcolare il valore iniziale $y_0$, il valore finale $y_\infty$ e il tempo di assestamento $T_a$ della risposta al gradino $y_1(t)$:

$y_0 =$ $\qquad$ $y_\infty \simeq$ $\qquad$ $T_a \simeq$



6. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $2\dot{y}(t) + 5\,y(t) = 0$ con condizione iniziale $y(0) = 3$.

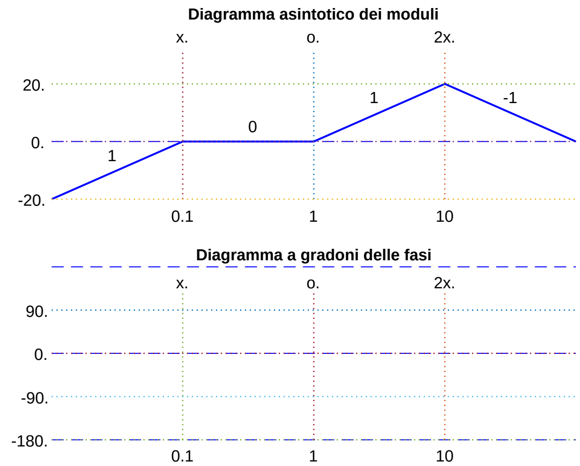
$$Y(s) = \qquad\qquad\qquad\qquad y(t) =$$

7. Per un sistema del $2^o$ ordine privo di zeri, scrivere le funzioni $S(\delta)$ e $M_R(\delta)$ che legano la massima sovraelongazione $S\%$ e il picco di risonanza $M_R$ al coefficiente di smorzamento $\delta$:

$$S(\delta) = \qquad\qquad\qquad\qquad M_R(\delta) =$$

8. Si faccia riferimento al diagramma asintotico di Bode dei moduli riportato a fianco, relativo ad un sistema $G(s)$ a fase minima.

   Utilizzando in modo qualitativo la formula di Bode, calcolare in modo approssimato l'andamento a gradoni del diagramma di Bode delle fasi del sistema $G(s)$.




9. Un sistema $G(s)$ retroazionato è asintoticamente stabile se e solo se :

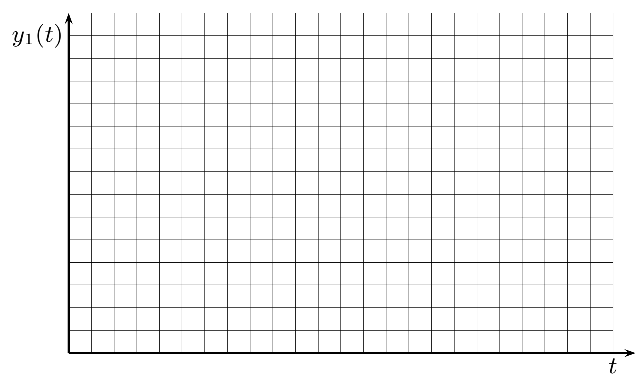
   ◯ il margine di fase $M_\varphi > 0$; ◯ il margine di fase $M_\varphi > 1$;
   ◯ il margine di ampiezza $M_a > 0$; ◯ il margine di ampiezza $M_a > 1$;

10. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{30(1+0.5s)(s+20)(s^2+16s+60^2)}{(3s+18)(5s+1)(s^2+30s+900)(s^2+5s+64)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime $y_\infty$ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento $T_a$ della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo $T_\omega$ dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$




11. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$ supponendo $t_0 > 0$:

$$G(s) = \frac{(2s+3)^2}{s(5\,s-2)}\,e^{-3\,t_0 s} \qquad \rightarrow \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

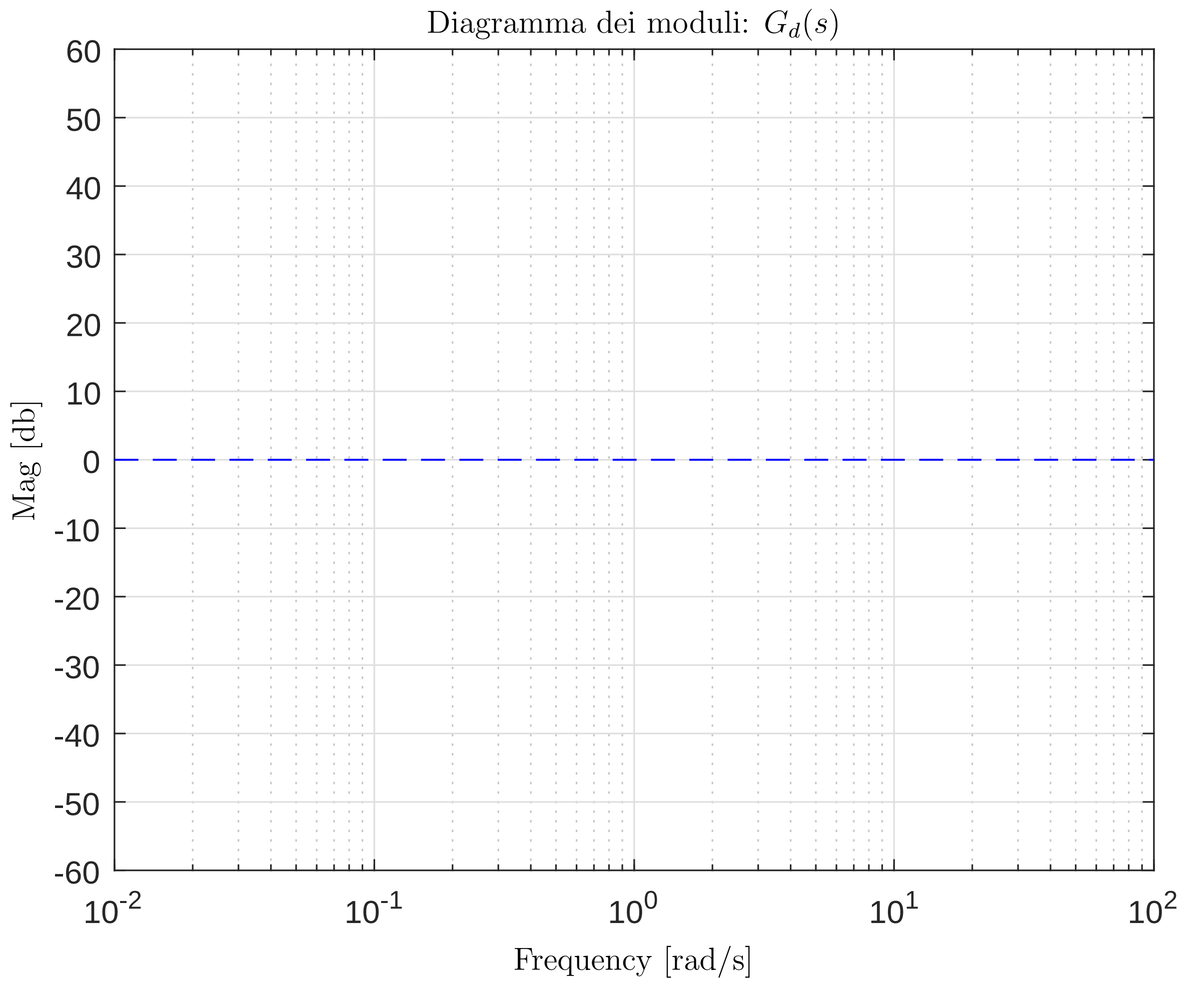


Diagramma dei moduli: $G_d(s)$
Mag [db]
60
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
$10^{-2}$
$10^{-1}$
$10^{0}$
$10^{1}$
$10^{2}$
Frequency [rad/s]

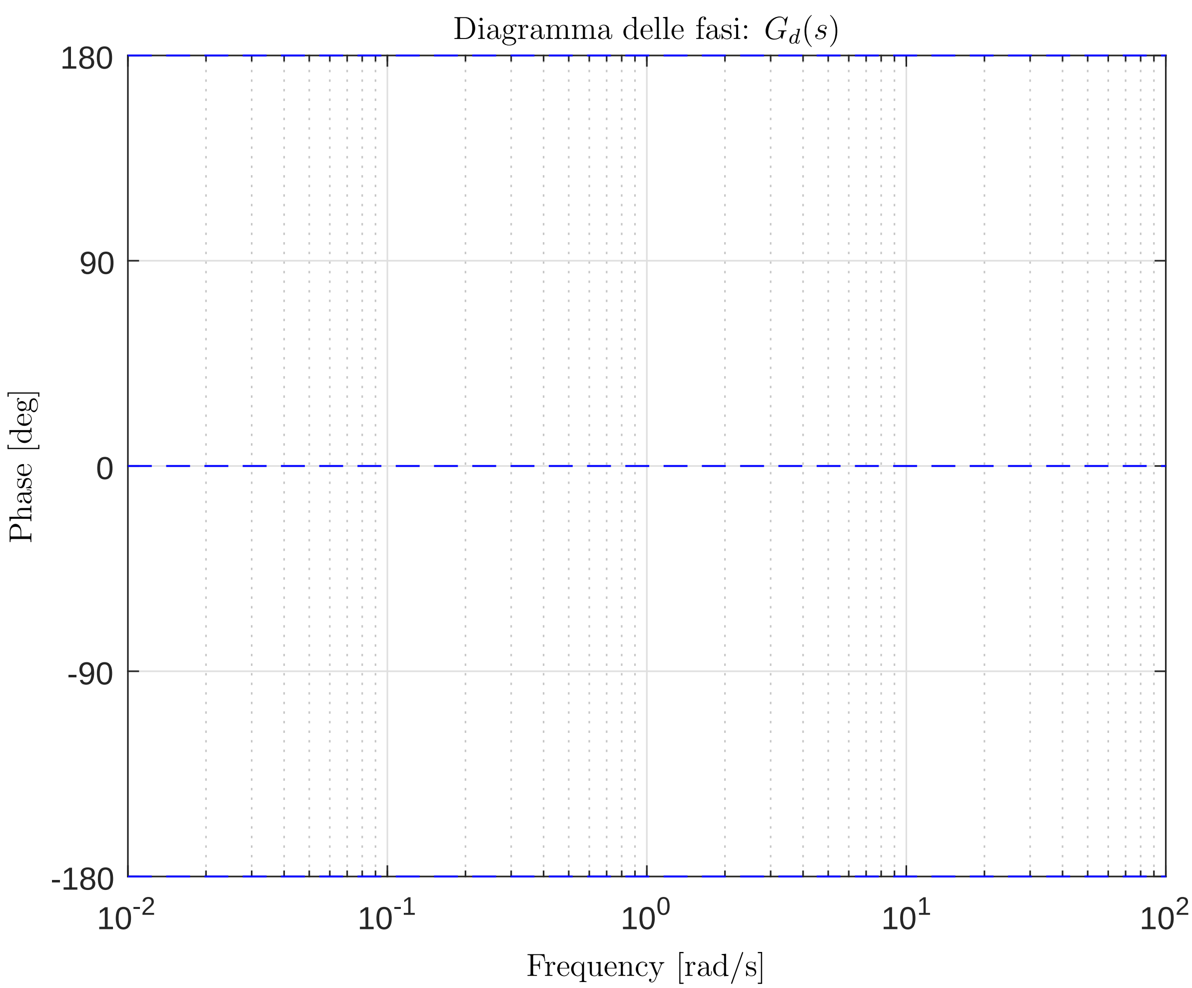



Diagramma delle fasi: $G_d(s)$
Phase [deg]
180
90
0
-90
-180
$10^{-2}$
$10^{-1}$
$10^{0}$
$10^{1}$
$10^{2}$
Frequency [rad/s]

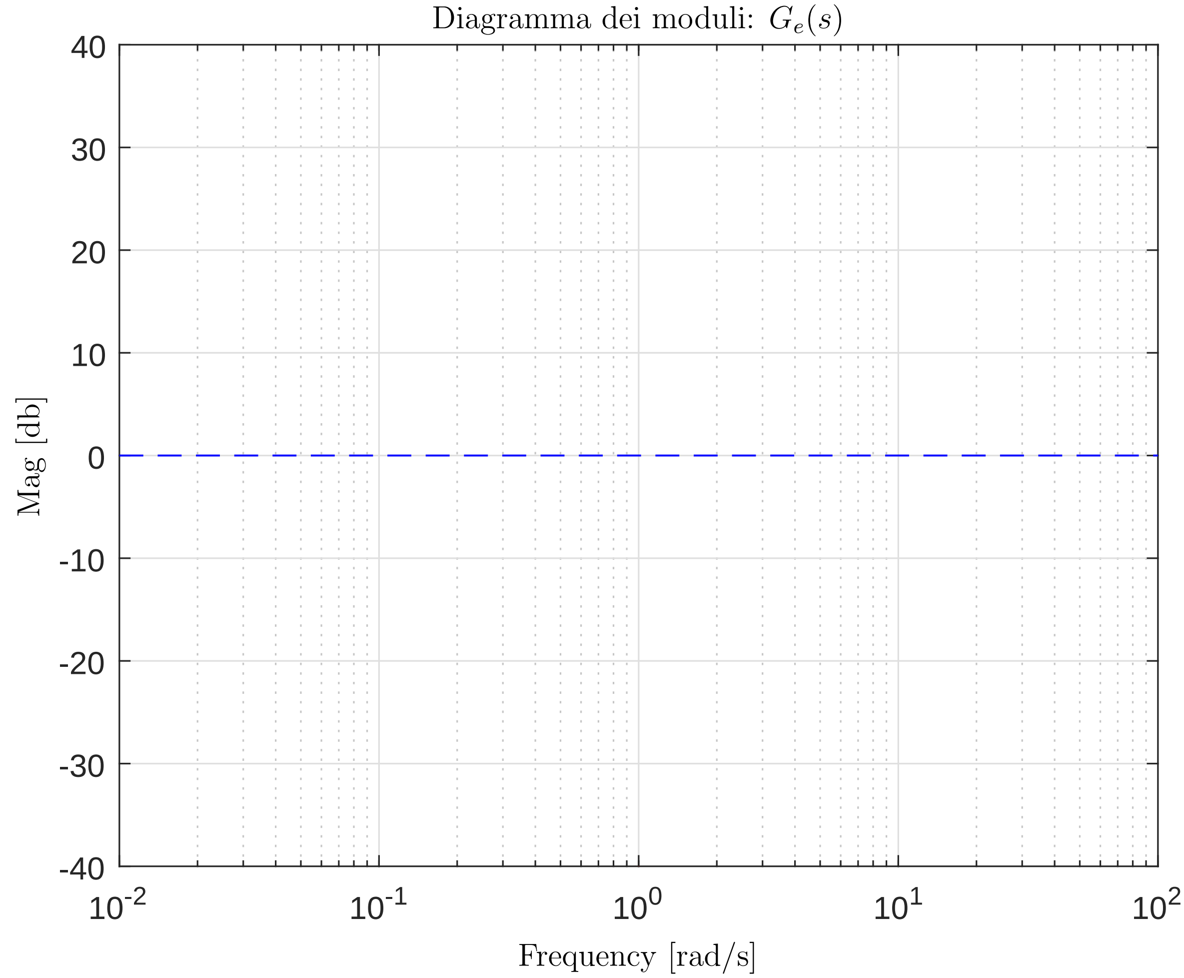


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$
Mag [db]
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
$10^{-2}$
$10^{-1}$
$10^{0}$
$10^{1}$
$10^{2}$
Frequency [rad/s]

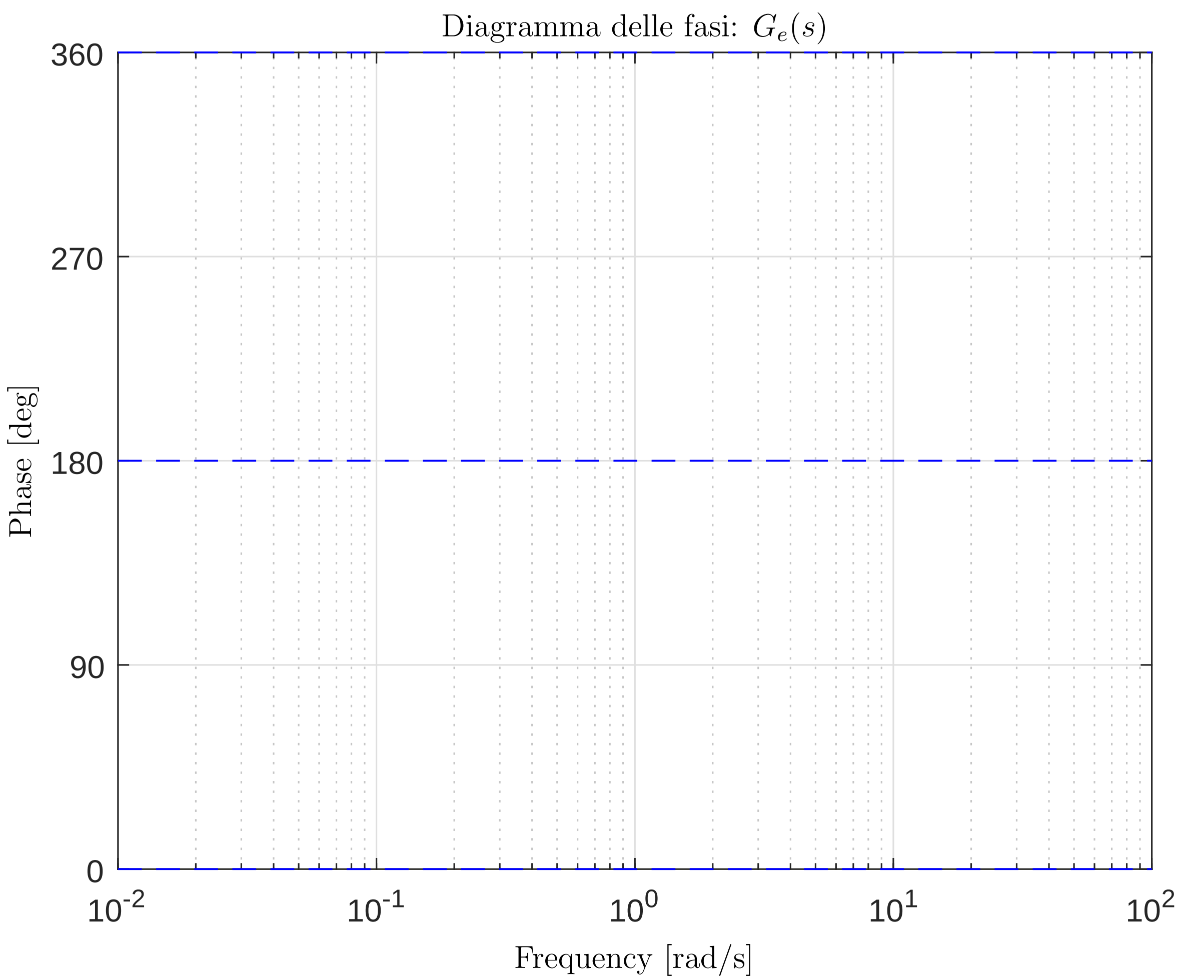



Diagramma delle fasi: $G_e(s)$
Phase [deg]
360
270
180
90
0
$10^{-2}$
$10^{-1}$
$10^{0}$
$10^{1}$
$10^{2}$
Frequency [rad/s]