Controlli Automatici - Prima parte
17 Aprile 2024 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

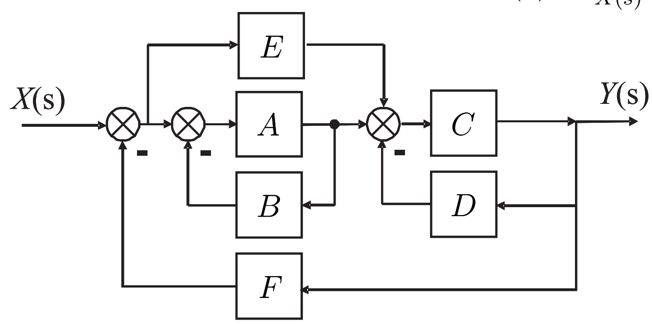
$$x_1(t) = [t^4 + 3\sin(5t)]\, e^{-3\,t}, \qquad\qquad x_2(t) = 5\, e^{-2\,t}\cos(4\,t) + 2\,\delta(t-3)$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G(s)$:

$$G_1(s) = \frac{5}{s^2} + \frac{12}{s(1+s)(3+s)}, \qquad\qquad G_2(s) = \frac{12\, e^{-3s}}{(s+2)^4}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:

$G_1(s) = \ldots$



c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

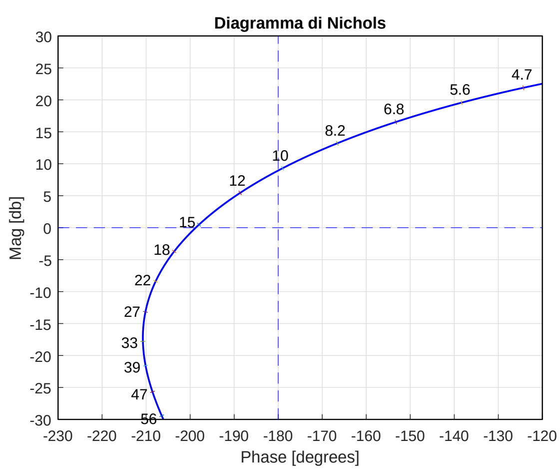
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

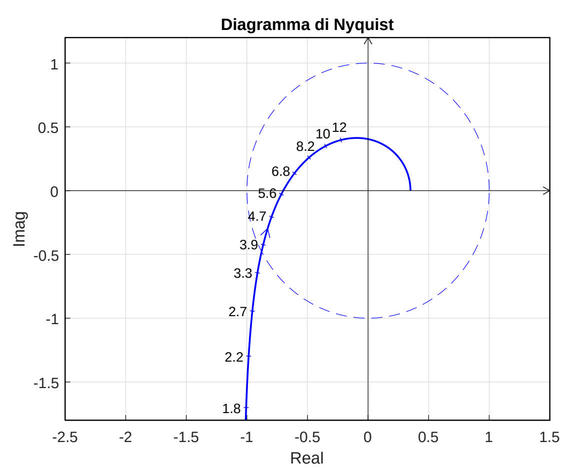
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\, G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 50$;

c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\, G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 10$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

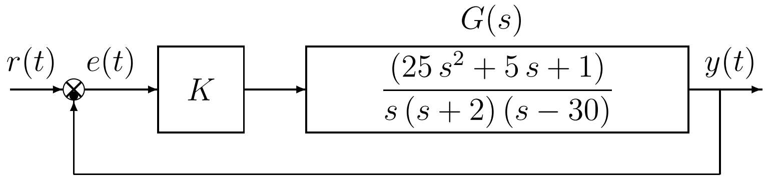
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:

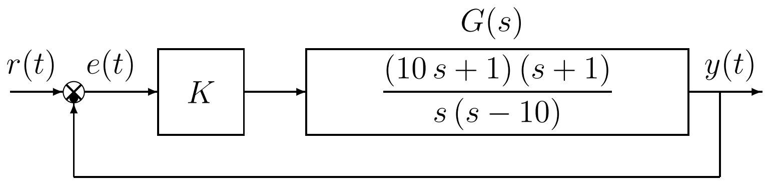


d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con il semiasse reale negativo e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:

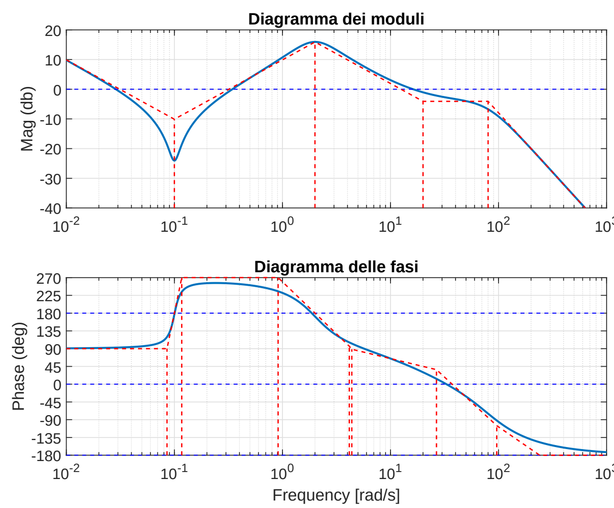


e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

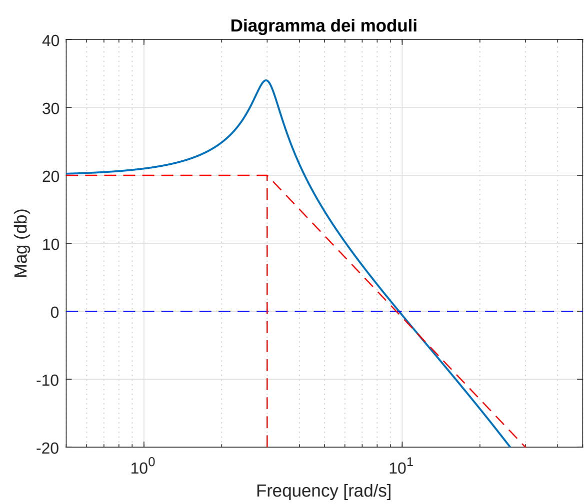


Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \ldots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

g) In figura é riportato il diagramma di Bode dei moduli di un sistema lineare $G(s)$ a fase minima. Calcolare:



a) la posizione della coppia di poli dominanti $p_{1,2}$ del sistema $G(s)$:

$$p_{1,2} \simeq \ldots\ldots$$

b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino del sistema $G(s)$:

$$T_a \simeq \ldots\ldots$$

Controlli Automatici - Prima parte

17 Aprile 2024 - Domande

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

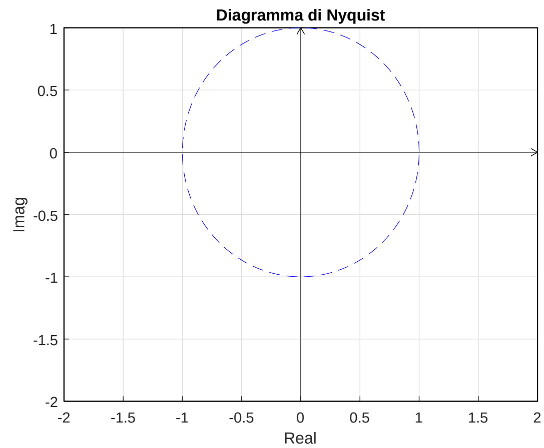
1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$\ddddot{y}(t)+3\,\dddot{y}(t)+5\,\ddot{y}(t)+4\,\dot{y}(t)+2\,y(t)=2\,x(t) \quad \rightarrow \quad G(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=$$

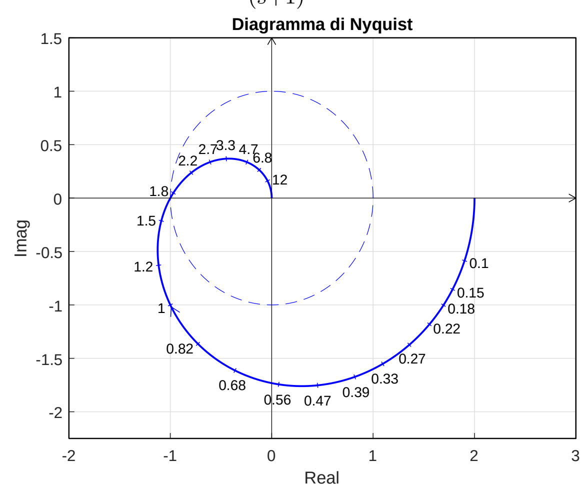
Usando il criterio di Routh dire quanti sono i poli a parte reale positiva della funzione $G(s)$:

◯ 0 poli instabili; ◯ 1 polo instabile; ◯ 2 poli instabili; ◯ 3 poli instabili;

2. Sul piano di Nyquist riportato a fianco disegnare l'andamento qualitativo della funzione di risposta armonica $G(j\omega)$ di un sistema stabile $G(s)$ caratterizzato dai seguenti parametri:
   a) Approssimante per $\omega = 0$: $G_0(s) = \frac{1.5}{s}$;
   b) Parametro $\Delta\tau < 0$;
   c) Margine di ampiezza $M_\alpha \simeq 0.666$;
   d) Margine di fase $M_\varphi \simeq -23°$;
   e) Approssimante per $\omega = \infty$: $G_\infty(s) = -\frac{1.5}{s}$;



3. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $\frac{2(1-s)}{(s+1)^2}$. Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:



◯ $K_1^* < K < K_2^*$;

◯ $K_1^* < K < K_2^* < 0$;

◯ $0 < K_1^* < K < K_2^*$;

◯ $(K < K_1^*) \cup (K > K_2^*)$;

Indicare i valori dei parametri K_1^* e K_2^*:

$$K_1^* = \;\ldots \qquad\qquad K_2^* = \;\ldots$$

4. Enunciare il criterio di Nyquist nella formulazione valida anche per sistemi instabili ad anello aperto. Fornire sia l'ipotesi che la tesi del criterio.

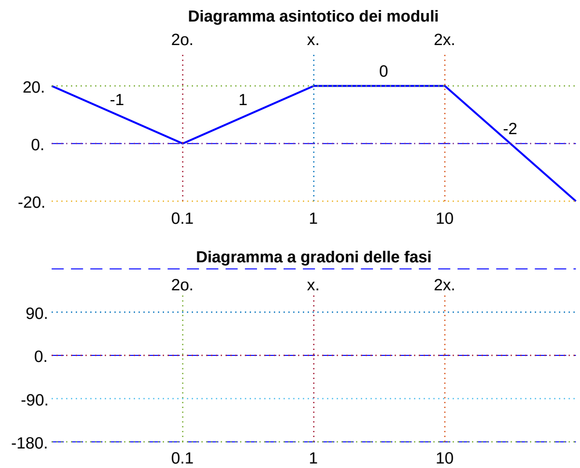
Criterio di Nyquist. Nell'ipotesi …

5. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del seguente sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale $x(t)$:

$$x(t) = 3 + 2\cos(2\,t) \longrightarrow \boxed{G(s) = \frac{(s+2)^2}{(s+1)^2}} \longrightarrow y(t) \simeq \dots$$

6. Si faccia riferimento al diagramma asintotico di Bode dei moduli riportato a fianco, relativo ad un sistema $G(s)$ a fase minima.

   Utilizzando in modo qualitativo la formula di Bode, calcolare in modo approssimato l'andamento a gradoni del diagramma di Bode delle fasi del sistema $G(s)$.

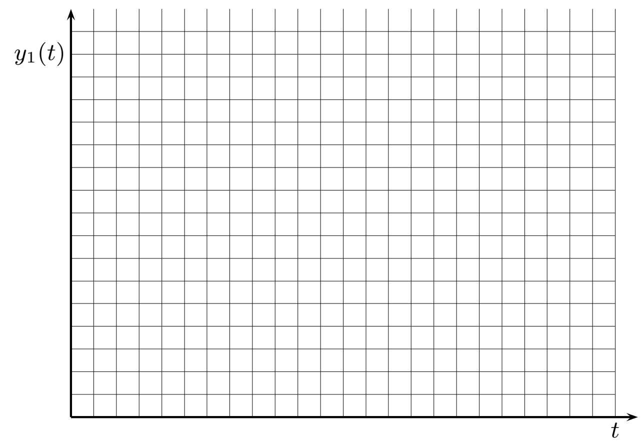


7. Utilizzando i teoremi del valore iniziale e del valore finale, disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{(1+8\,s)(s+1)}{(2\,s+1)^2}$$

   Calcolare il valore iniziale y_0, il valore finale y_∞ e il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$:

   $y_0 =$ $\qquad$ $y_\infty \simeq$ $\qquad$ $T_a \simeq$

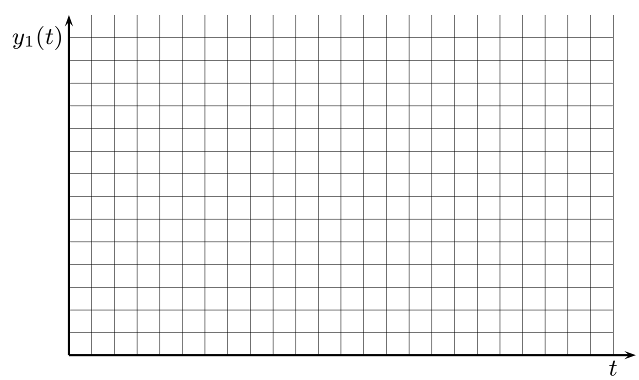


8. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{200(5+0.3s)(s^2+25s+70^2)}{(5s+30)(3s+20)(s^2+7s+400)(s^2+0.6s+25)}$$

   Calcolare inoltre:
   a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
   b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
   c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

   $y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$



9. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(1-4s)}{s^2(s-3)^2}\, e^{-2\,s} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

Diagramma dei moduli: $G_d(s)$

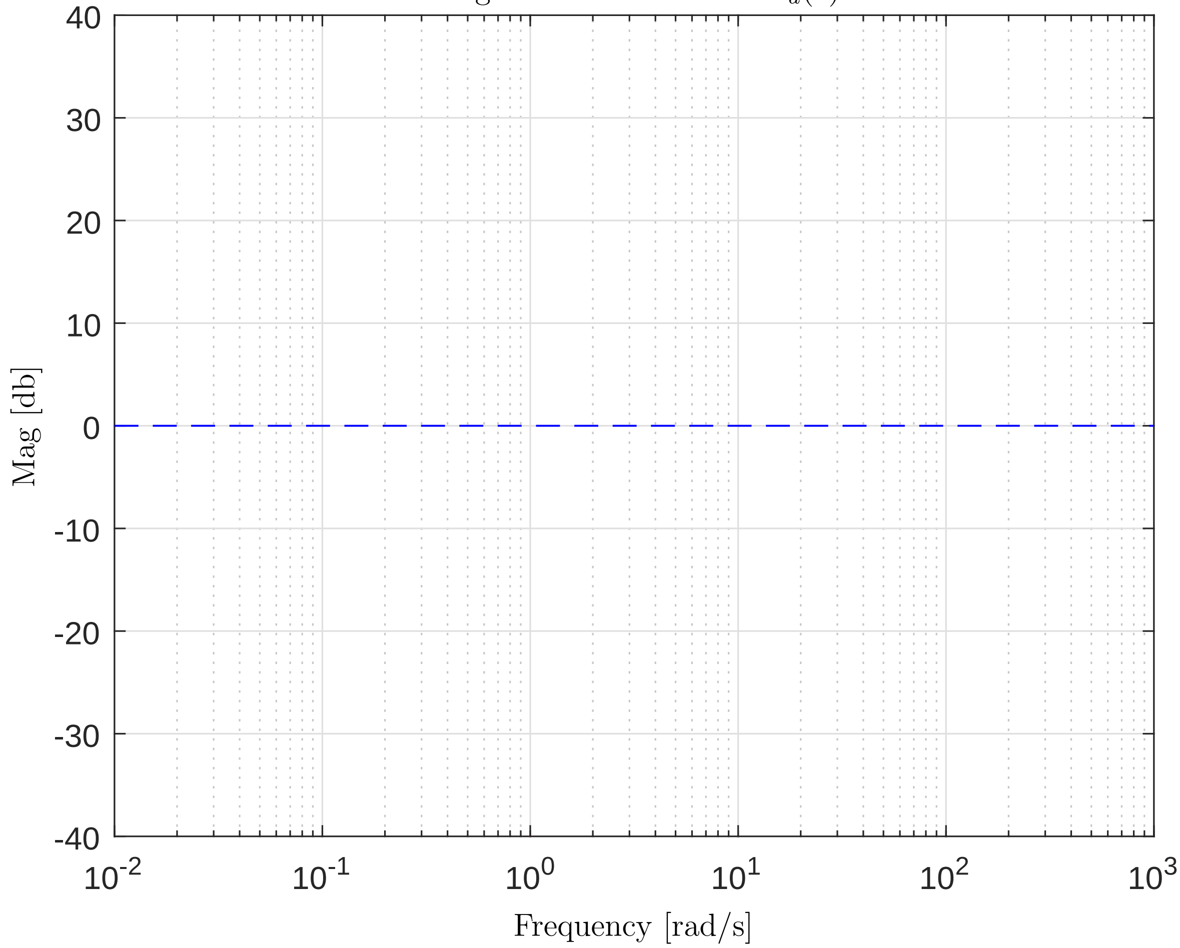
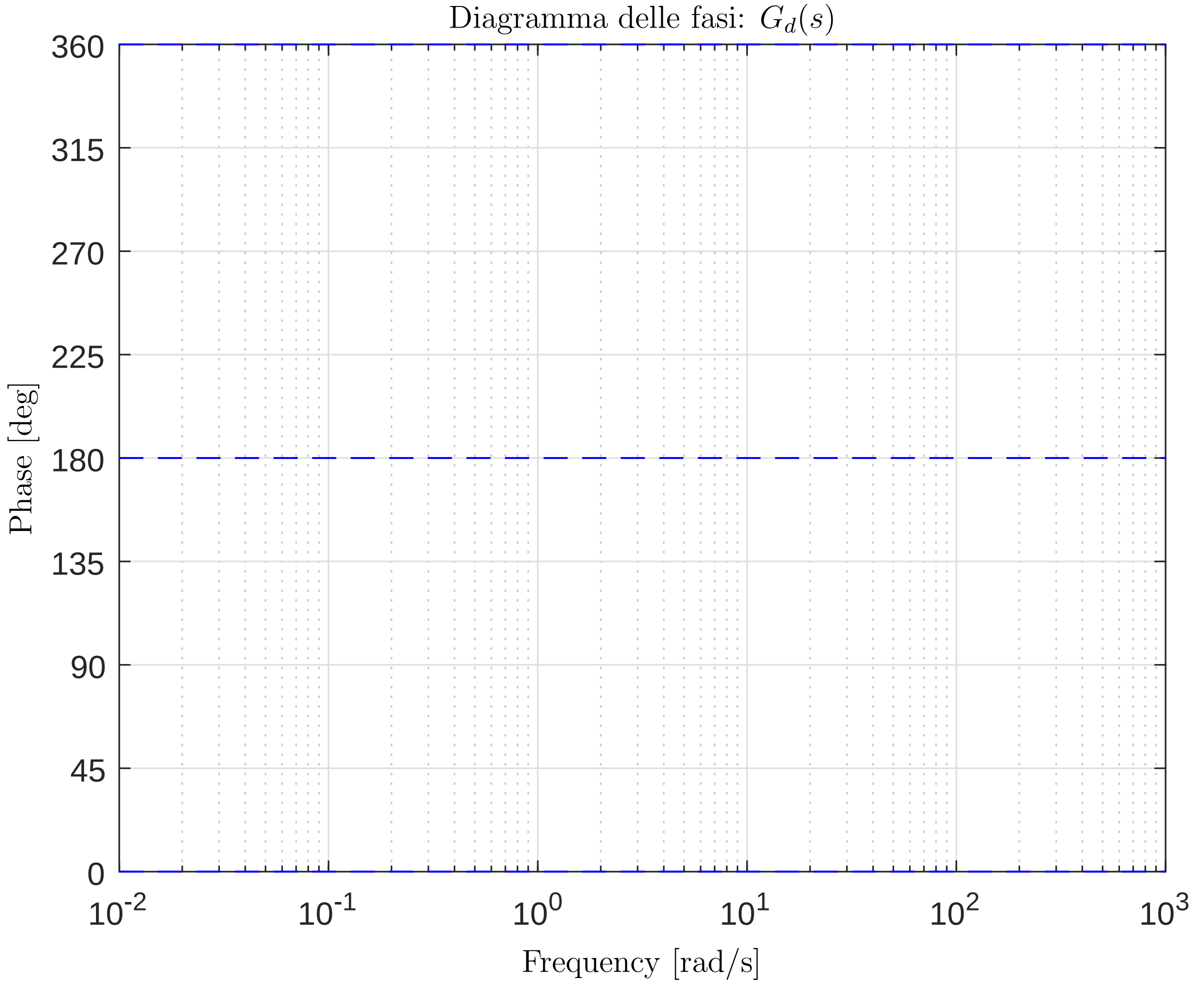


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$



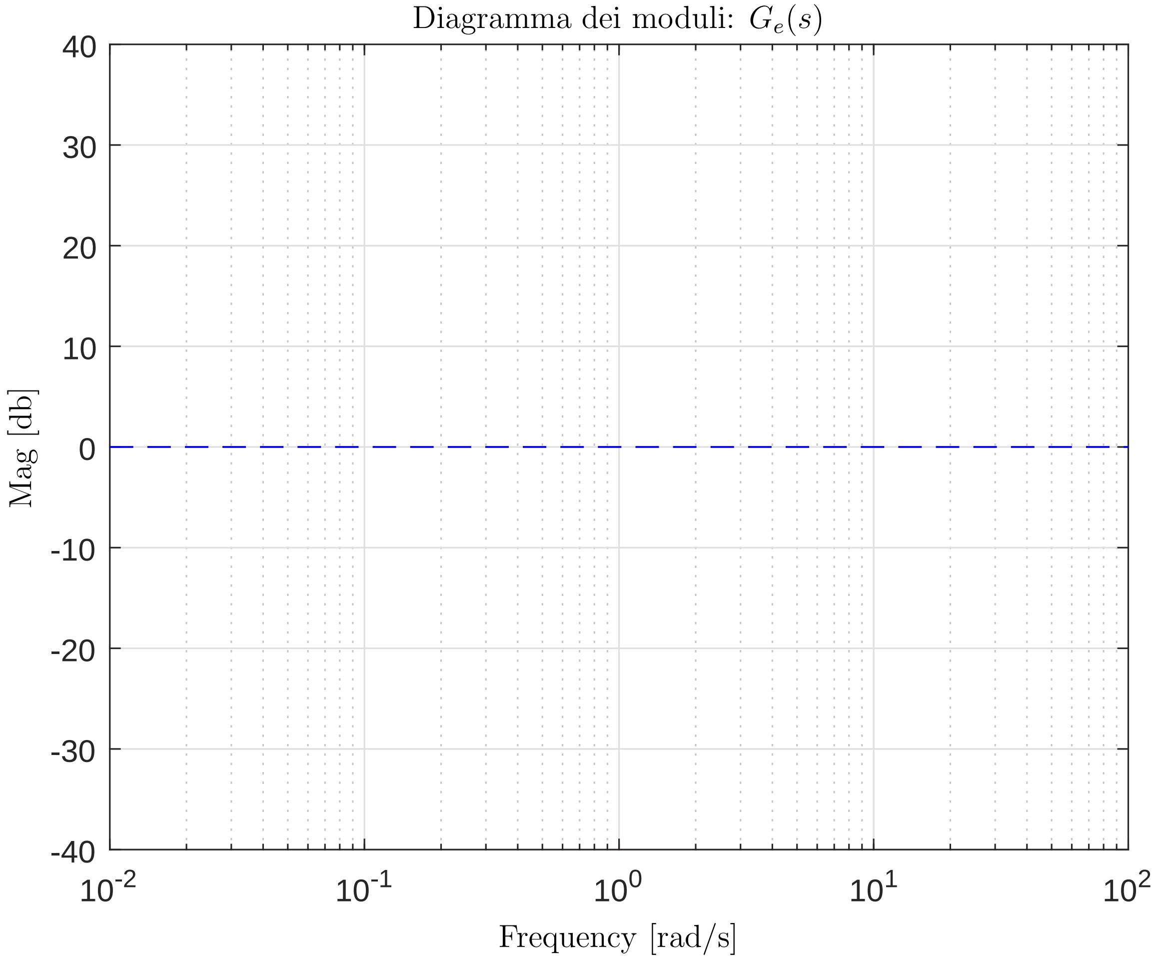


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
Mag [db]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency [rad/s]

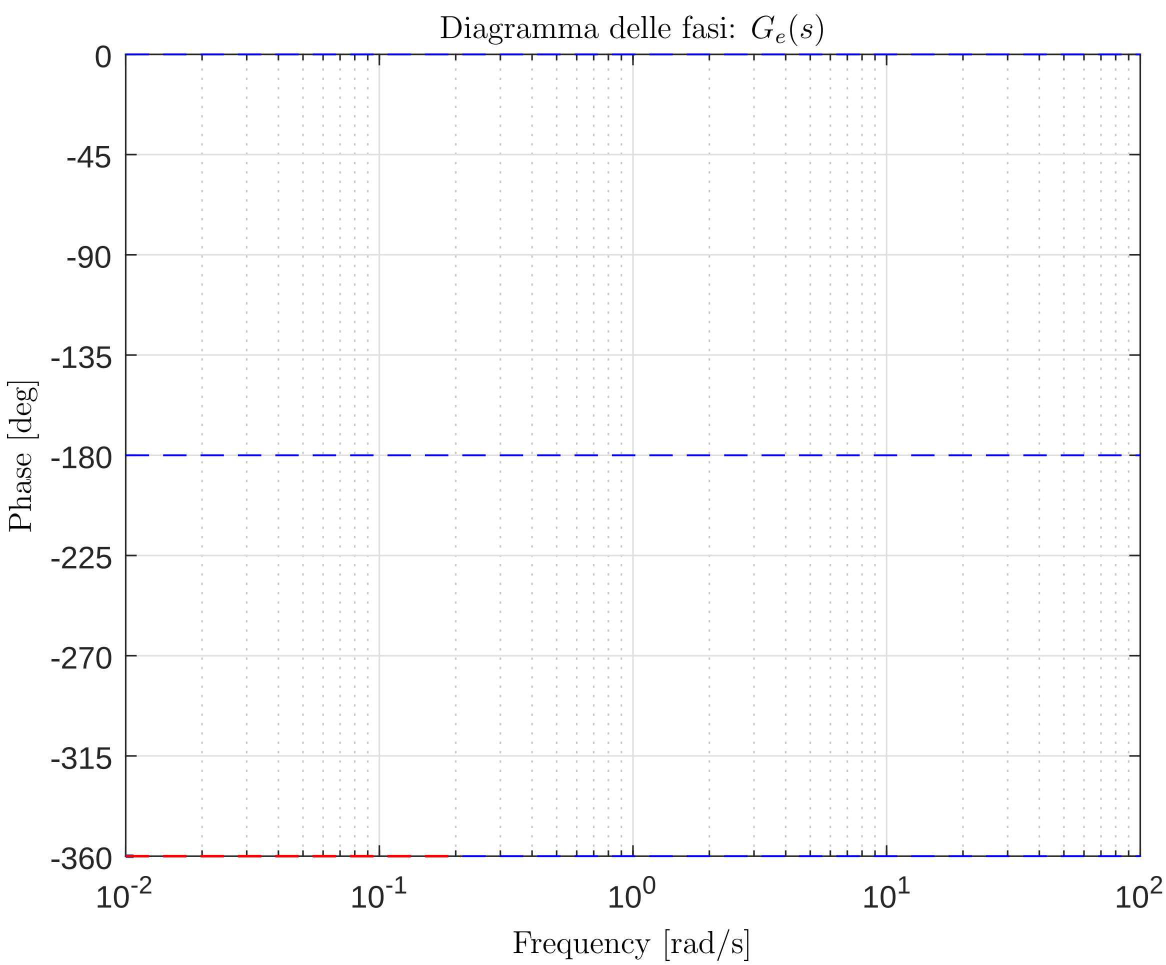


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$
0
-45
-90
-135
-180
-225
-270
-315
-360
Phase [deg]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
Frequency [rad/s]