

**Controlli Automatici - Prima parte**  
**16 Aprile 2025 - Esercizi**

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info.    Elet.    Telec.    Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace  $X(s)$  dei seguenti segnali temporali  $x(t)$ :

$$x_1(t) = (2 + 3 e^{-5t}) \cos(6t),$$

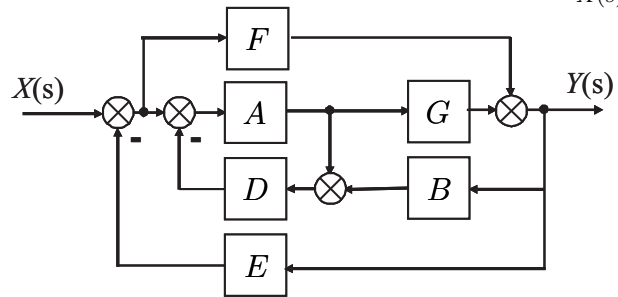
$$x_2(t) = (4 + 5 t^2) e^{3t}$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva  $g_i(t)$  delle seguenti funzioni di trasferimento  $G_i(s)$ :

$$G_1(s) = \frac{4}{(s + 3)(2s + 1)}$$

$$G_2(s) = 5 + \frac{12}{(s + 6)^4}$$

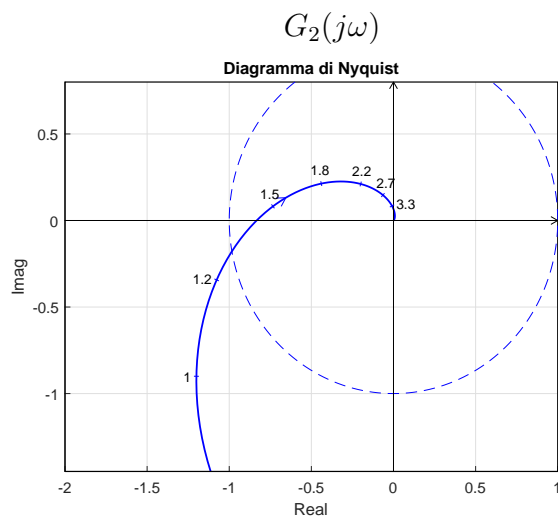
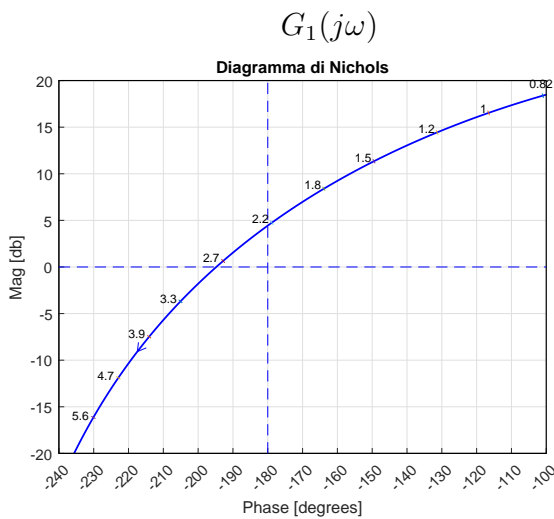
b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento  $G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ :



$G_1(s) = \dots$

c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima  $G_1(s)$  e  $G_2(s)$ . Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

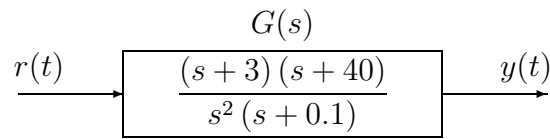
- c.1) il margine di ampiezza  $M_a$  del sistema;
- c.2) il margine di fase  $M_\varphi$  del sistema;
- c.3) il guadagno  $K_\varphi$  per cui il sistema  $K_\varphi G(s)$  ha un margine di fase  $M_\varphi = 50$ ;
- c.4) il guadagno  $K_\alpha$  per cui il sistema  $K_\alpha G(s)$  ha un margine di ampiezza  $M_\alpha = 5$ ;



- c.1)  $M_a = \dots\dots\dots$
- c.2)  $M_\varphi = \dots\dots\dots$
- c.3)  $K_\varphi = \dots\dots\dots$
- c.4)  $K_\alpha = \dots\dots\dots$

- c.1)  $M_a = \dots\dots\dots$
- c.2)  $M_\varphi = \dots\dots\dots$
- c.3)  $K_\varphi = \dots\dots\dots$
- c.4)  $K_\alpha = \dots\dots\dots$

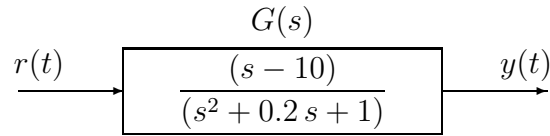
d) Sia dato il seguente sistema ad anello aperto:



d.1) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione  $G(s)$ .

d.2) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione  $G(s)$ . Calcolare esattamente la posizione  $\sigma_a$  di un eventuale asintoto verticale.

e) Sia dato il seguente sistema ad anello aperto:



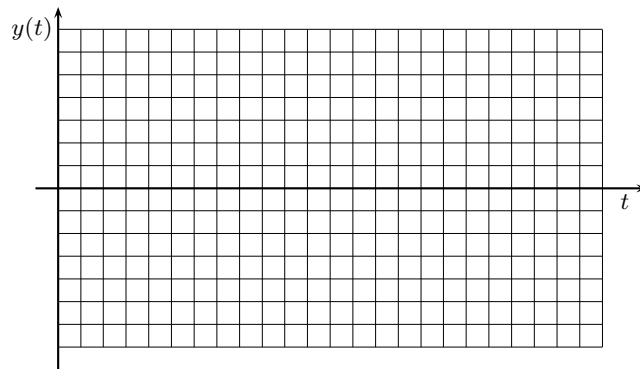
e.1) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione  $G(s)$ .

e.2) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione  $G(s)$ .

e.3) Disegnare l'andamento qualitativo  $y(t)$  della risposta al gradino unitario del sistema  $G(s)$ .

Valore a regime  $y_\infty$  per  $t \rightarrow \infty$ :

$$y_\infty =$$



Tempo di assestamento  $T_a$ :

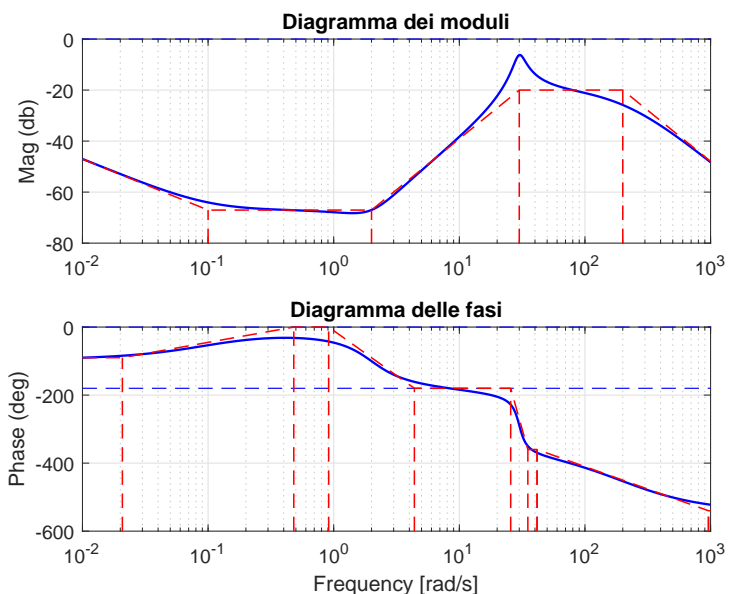
$$T_a \simeq$$

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione  $G(s)$  mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione  $G(s)$ .

$$G(s) = \dots$$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di  $\delta$ .



Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info.    Elet.    Telec.    Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Scrivere la funzione di trasferimento  $G(s)$  corrispondente alla seguente equazione differenziale:

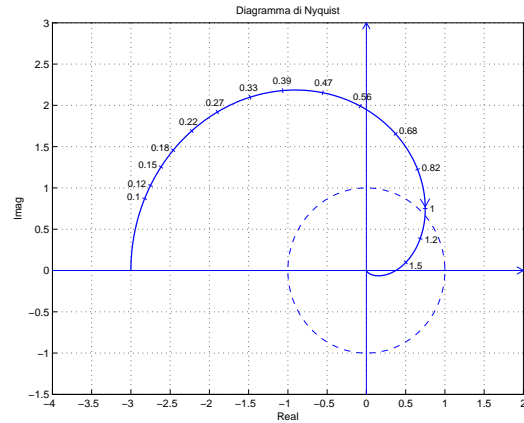
$$2\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 5y(t) + y(t) = 6\ddot{x}(t) + 7x(t) \quad \rightarrow \quad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

2. Sia dato il diagramma di Nyquist della funzione  $G(s) = \frac{-3}{(s+1)^3}$ .

In base al criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato  $K G(s)$  è stabile per i seguenti valori di  $K$ :

$$\dots \quad K \quad \dots$$

Calcolare dal grafico, in modo approssimato, i valori limite dell'intervallo di ammissibilità del parametro  $K$ .



3. Calcolare la risposta a regime  $y(t)$  del sistema  $G(s)$  quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale  $x(t)$ :

$$x(t) = 6 + 5 \cos(3t) \quad \rightarrow \quad \boxed{\begin{matrix} G(s) \\ \frac{s+1}{s+4} \end{matrix}} \quad y(t) \simeq \dots$$

4. Si scriva la definizione dell'antitrasformata di Laplace  $x(t)$  di una funzione complessa  $X(s)$  della variabile complessa  $s$ :

$$x(t) =$$

5. Nella graficazione qualitativa del diagramma di Nyquist di una funzione  $G(s)$ , il parametro  $\Delta_\tau$ :

- quando è maggiore di 0 indica che il diagramma di Nyquist parte in ritardo rispetto a  $\varphi_0$
- quando è maggiore di 0 indica che il diagramma di Nyquist parte in anticipo rispetto a  $\varphi_0$
- si calcola come  $\Delta_\tau = \sum_{i=1}^m \tau'_i - \sum_{j=1}^{n-h} \tau_j$ , dove  $\tau'_i$  e  $\tau_j$  sono le costanti di tempo, rispettivamente, degli zeri e dei poli di  $G(s)$
- si calcola come  $\Delta_\tau = \sum_{i=1}^m \tau'_i - \sum_{j=1}^{n-h} \tau_j$ , dove  $\tau'_i$  e  $\tau_j$  sono costanti di tempo, rispettivamente, dei poli e degli zeri di  $G(s)$

6. Calcolare il valore iniziale  $y_0 = \lim_{t \rightarrow 0^+} y(t)$  e il valore finale  $y_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$  del segnale  $y(t)$  corrispondente alla seguente trasformata di Laplace  $Y(s)$ :

$$Y(s) = \frac{2(5-3s)(s+3)}{s(4s+1)(5s+10)} \quad \rightarrow \quad y_0 = \quad \quad y_\infty =$$

7. Nella graficazione qualitativa del diagramma di Nyquist di una funzione  $G(s)$ , il parametro  $\Delta_\varphi$ :
- si calcola a partire da tutti i poli e gli zeri del sistema, inclusi quelli nell'origine
  - indica di quanto ruotare rispetto all'origine nel collegare il punto iniziale  $G(j0^+)$  al punto finale  $G(j\infty)$
  - indica quante semicirconferenze all'infinito vanno tracciate
  - indica di quanto ruotare rispetto all'origine nel collegare il punto finale  $G(j\infty)$  al punto iniziale  $G(j0^+)$

8. Calcolare l'evoluzione forzata del sistema  $5\dot{y}(t) + 3y(t) = 10x(t)$ , con  $x(t) = \delta(t)$ .

$$Y(s) = \qquad \qquad \qquad y(t) =$$

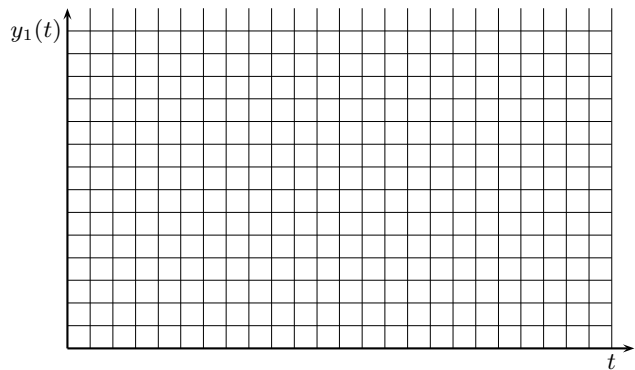
9. a) Scrivere, in funzione dei segnali  $F(t)$  e  $y(t)$ , l'equazione differenziale corrispondente alla seguente funzione di trasferimento  $G(s)$ :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{50}{s^2 + 2s + 100} \quad \rightarrow \quad \dots$$

b) Nel riquadro a fianco disegnare l'andamento qualitativo  $y(t)$  della risposta al gradino unitario.

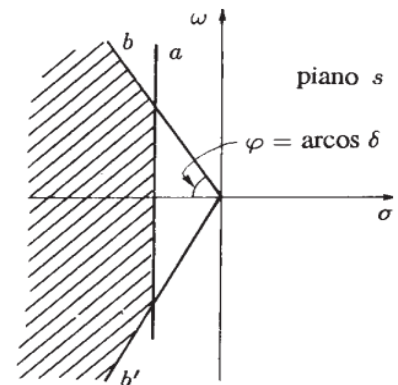
c) Calcolare il valore a regime  $y_\infty$ , il tempo di assestamento  $T_a$  e il periodo di oscillazione  $T_\omega$  della risposta al gradino  $y(t)$ :

$$y_\infty = \dots \qquad T_a \simeq \dots \qquad T_\omega \simeq \dots$$



10. La zona tratteggiata in figura:

- è tale da garantire che, se i poli del sistema si trovano al suo interno, si ha una massima sovraelongazione minore di un valore assegnato
- è la zona in cui devono necessariamente trovarsi i poli del sistema affinché il sistema sia stabile
- è tale da garantire che, se i poli del sistema si trovano al suo interno, si ha un tempo di assestamento minore di un valore assegnato
- è la zona in cui devono trovarsi i poli del sistema affinché la risposta al gradino non presenti sovraelongazione



11. Nella risposta al gradino di un sistema del secondo ordine, il tempo di ritardo  $T_r$ :

- è il tempo che impiega l'uscita per passare dal 10% al 90% del valore finale
- è il tempo che impiega l'uscita per raggiungere il 50% del valore finale
- è il tempo occorrente perchè l'uscita rimanga entro il  $\pm 5\%$  del valore finale
- si calcola come  $\frac{3}{|\sigma|}$ , dove  $\sigma$  è la parte reale dei poli del sistema

12. Scrivere il modulo  $M(\omega) = |G(j\omega)|$  e la fase  $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$  della funzione di risposta armonica del seguente sistema  $G(s)$ :

$$G(s) = \frac{(s+2)}{s(3s-1)^2} e^{-3s} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

Diagramma dei moduli:  $G_d(s)$

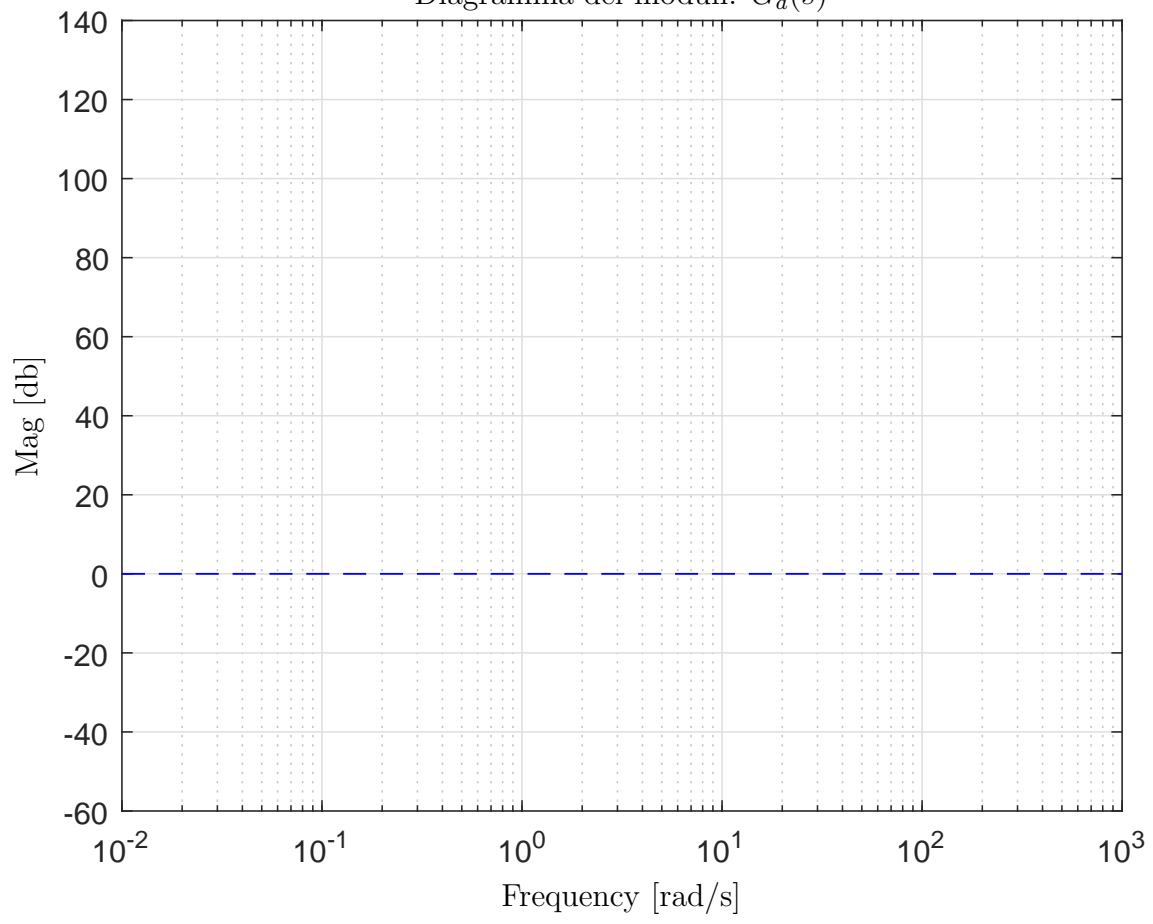


Diagramma delle fasi:  $G_d(s)$

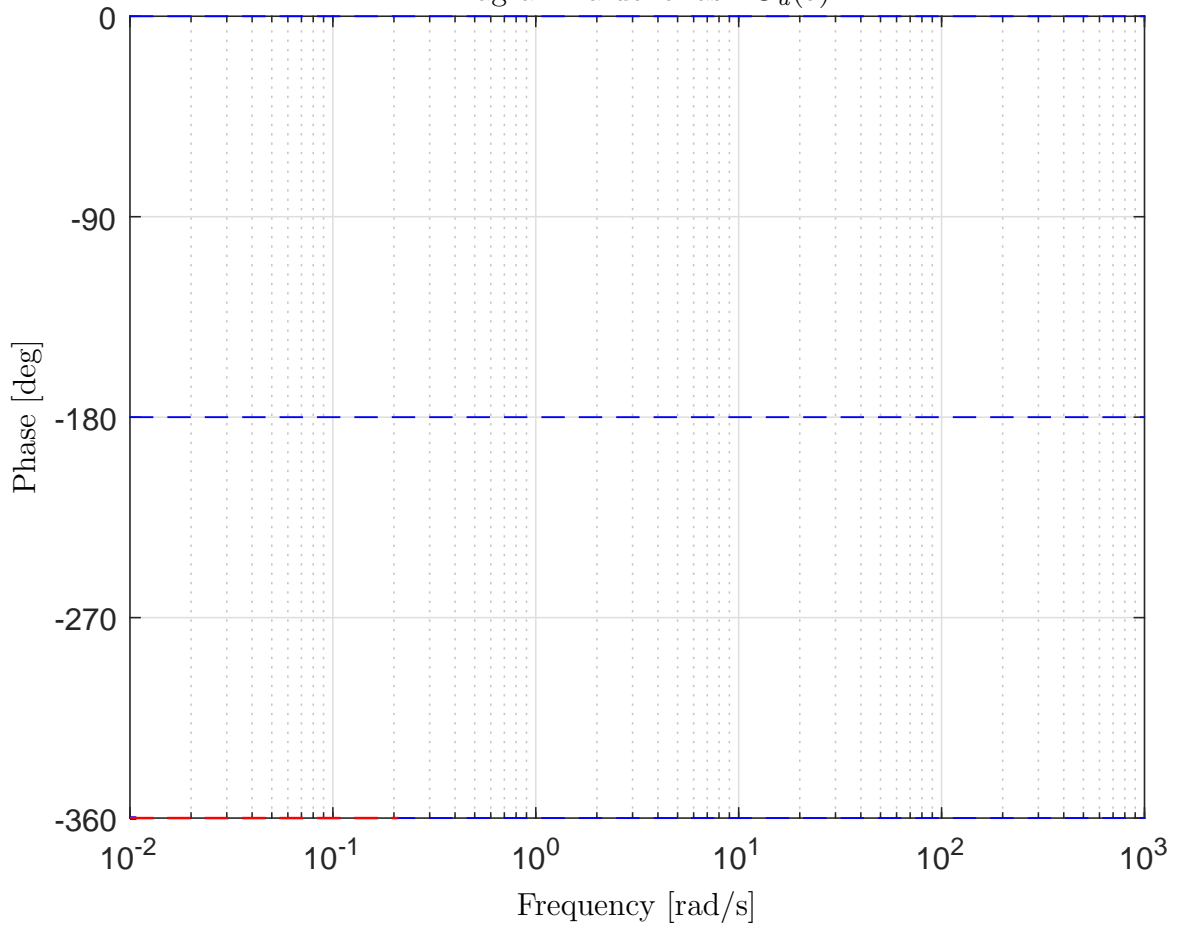


Diagramma dei moduli:  $G_e(s)$

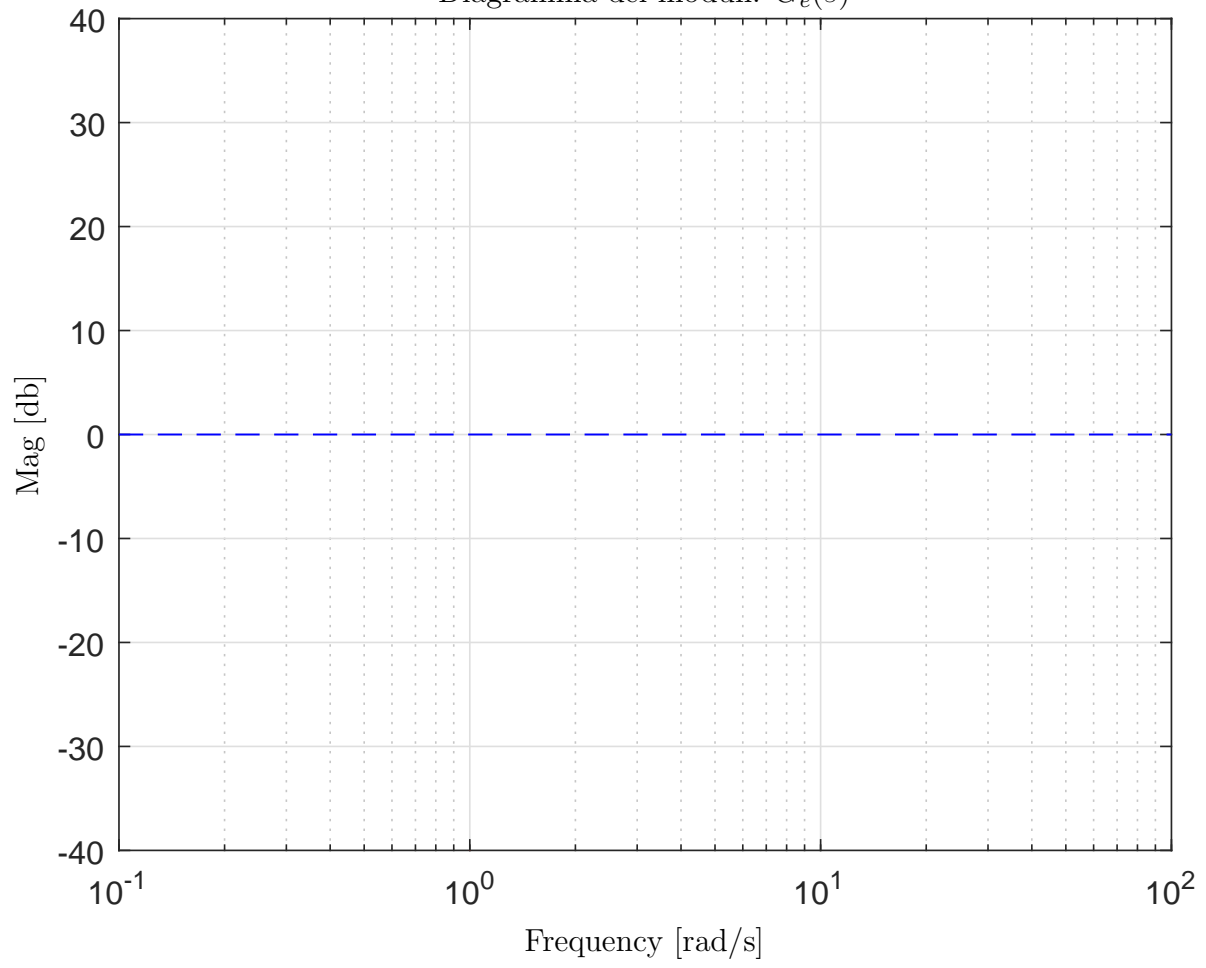


Diagramma delle fasi:  $G_e(s)$

