

Controlli Automatici - Prima parte
16 Aprile 2025 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. Elet. Telec. Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

$$x_1(t) = (2 + 3 e^{-5t}) \cos(6t),$$

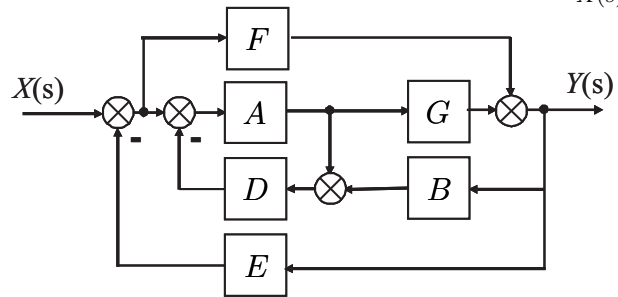
$$x_2(t) = (4 + 5 t^2) e^{3t}$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{4}{(s + 3)(2s + 1)}$$

$$G_2(s) = 5 + \frac{12}{(s + 6)^4}$$

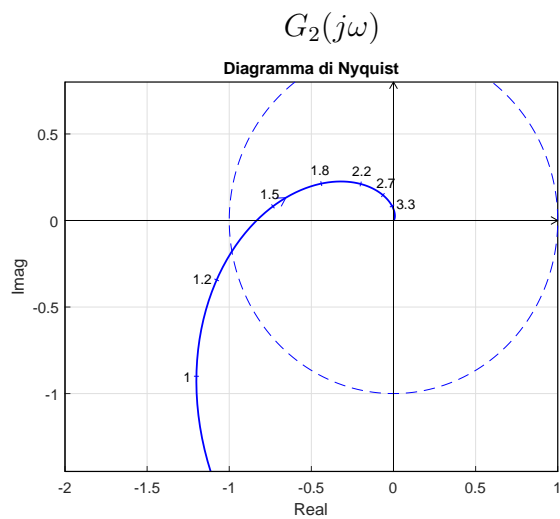
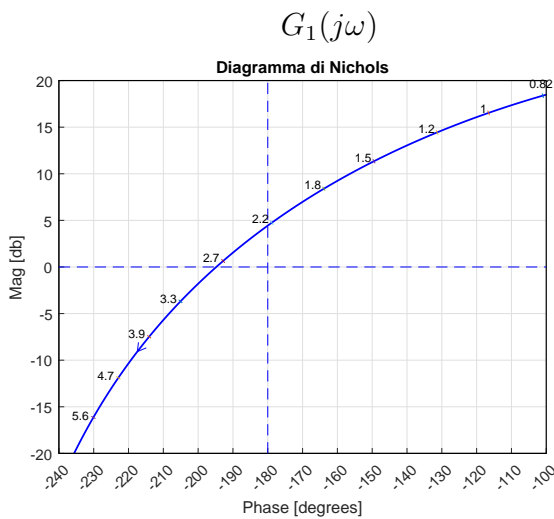
b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$:



$G_1(s) = \dots$

c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$. Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

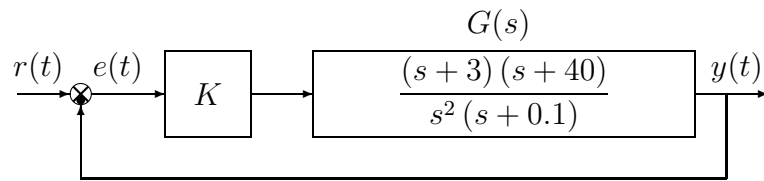
- c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;
- c.2) il margine di fase M_φ del sistema;
- c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 50$;
- c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$;



- c.1) $M_a = \dots\dots\dots$
- c.2) $M_\varphi = \dots\dots\dots$
- c.3) $K_\varphi = \dots\dots\dots$
- c.4) $K_\alpha = \dots\dots\dots$

- c.1) $M_a = \dots\dots\dots$
- c.2) $M_\varphi = \dots\dots\dots$
- c.3) $K_\varphi = \dots\dots\dots$
- c.4) $K_\alpha = \dots\dots\dots$

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:

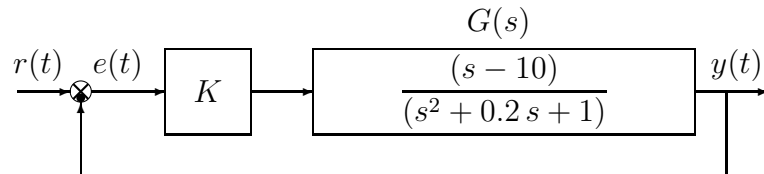


d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist “completo” della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

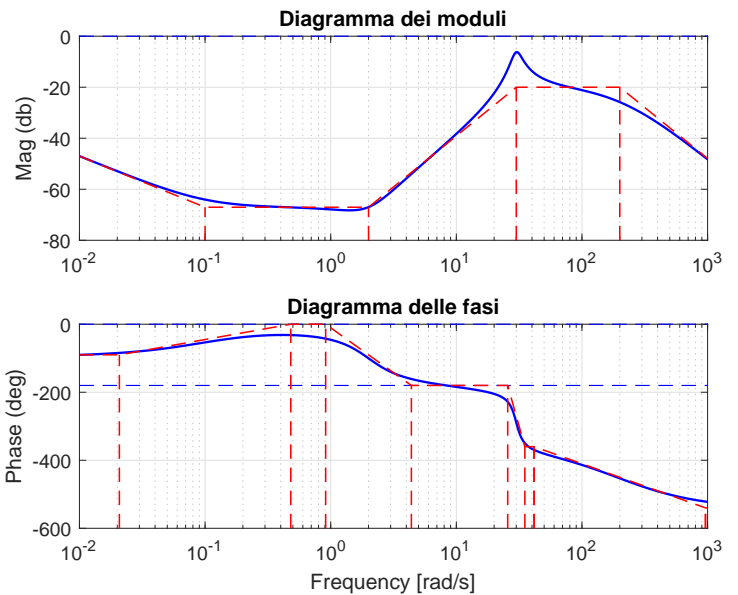
e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist “completo” della funzione $G(s)$.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \dots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ .



Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. Elet. Telec. Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

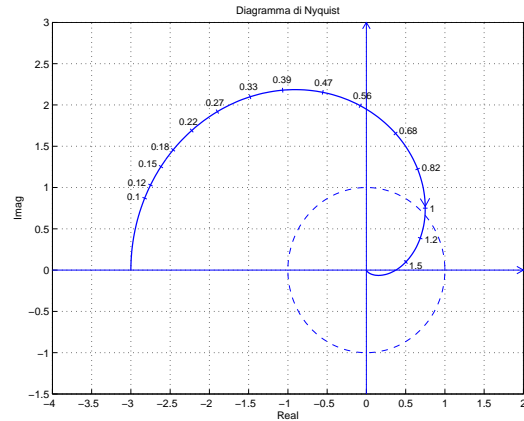
$$2\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 5y(t) = 6\ddot{x}(t) + 7x(t) \quad \rightarrow \quad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

2. Sia dato il diagramma di Nyquist della funzione $G(s) = \frac{-3}{(s+1)^3}$.

In base al criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K :

$$\dots \quad K \quad \dots$$

Calcolare dal grafico, in modo approssimato, i valori limite dell'intervallo di ammissibilità del parametro K .



3. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

$$x(t) = 6 + 5 \cos(3t) \quad \xrightarrow{G(s)} \quad \boxed{\frac{s+1}{s+4}} \quad \xrightarrow{y(t)} \quad y(t) \simeq \dots$$

4. Posto $a_0 \neq 0$, l'equazione ausiliaria che si ottiene dalla tabella di Routh quando tutti gli elementi di una riga si annullano:

- ha radici simmetriche rispetto all'origine
- è composta solo da termini di grado pari in s
- è composta solo da termini di grado dispari in s
- ha radici simmetriche rispetto all'asse immaginario

5. Nella graficazione qualitativa del diagramma di Nyquist di una funzione $G(s)$, il parametro Δ_τ :

- quando è maggiore di 0 indica che il diagramma di Nyquist parte in ritardo rispetto a φ_0
- quando è maggiore di 0 indica che il diagramma di Nyquist parte in anticipo rispetto a φ_0
- si calcola come $\Delta_\tau = \sum_{i=1}^m \tau'_i - \sum_{j=1}^{n-h} \tau_j$, dove τ'_i e τ_j sono le costanti di tempo, rispettivamente, degli zeri e dei poli di $G(s)$
- si calcola come $\Delta_\tau = \sum_{i=1}^m \tau'_i - \sum_{j=1}^{n-h} \tau_j$, dove τ'_i e τ_j sono costanti di tempo, rispettivamente, dei poli e degli zeri di $G(s)$

6. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t \rightarrow 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{2(5-3s)(s+3)}{s(4s+1)(5s+10)} \quad \rightarrow \quad y_0 = \quad \quad \quad y_\infty =$$

7. Nella graficazione qualitativa del diagramma di Nyquist di una funzione $G(s)$, il parametro Δ_φ :
- si calcola a partire da tutti i poli e gli zeri del sistema, inclusi quelli nell'origine
 - indica di quanto ruotare rispetto all'origine nel collegare il punto iniziale $G(j0^+)$ al punto finale $G(j\infty)$
 - indica quante semicirconferenze all'infinito vanno tracciate
 - indica di quanto ruotare rispetto all'origine nel collegare il punto finale $G(j\infty)$ al punto iniziale $G(j0^+)$

8. Calcolare l'evoluzione forzata del sistema $5\dot{y}(t) + 3y(t) = 10x(t)$, con $x(t) = \delta(t)$.

$$Y(s) = \qquad \qquad \qquad y(t) =$$

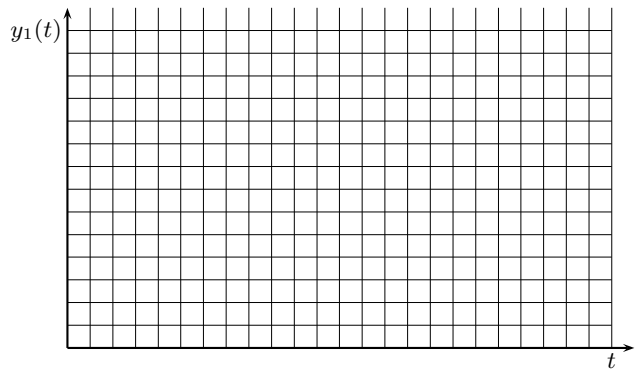
9. a) Scrivere, in funzione dei segnali $F(t)$ e $y(t)$, l'equazione differenziale corrispondente alla seguente funzione di trasferimento $G(s)$:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{50}{s^2 + 2s + 100} \quad \rightarrow \quad \dots$$

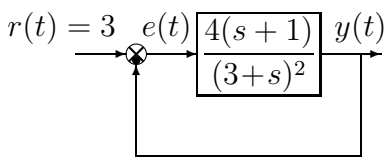
b) Nel riquadro a fianco disegnare l'andamento qualitativo $y(t)$ della risposta al gradino unitario.

c) Calcolare il valore a regime y_∞ , il tempo di assestamento T_a e il periodo di oscillazione T_ω della risposta al gradino $y(t)$:

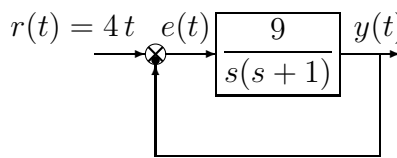
$$y_\infty = \dots \qquad T_a \simeq \dots \qquad T_\omega \simeq \dots$$



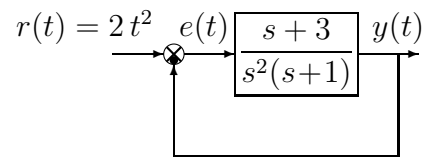
10. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:



$$e(\infty) =$$



$$e(\infty) =$$



$$e(\infty) =$$

11. Nella risposta al gradino di un sistema del secondo ordine, il tempo di ritardo T_r :

- è il tempo che impiega l'uscita per passare dal 10% al 90% del valore finale
- è il tempo che impiega l'uscita per raggiungere il 50% del valore finale
- è il tempo occorrente perchè l'uscita rimanga entro il $\pm 5\%$ del valore finale
- si calcola come $\frac{3}{|\sigma|}$, dove σ è la parte reale dei poli del sistema

12. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s+2)}{s(3s-1)^2} e^{-3s} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

Diagramma dei moduli: $G_d(s)$

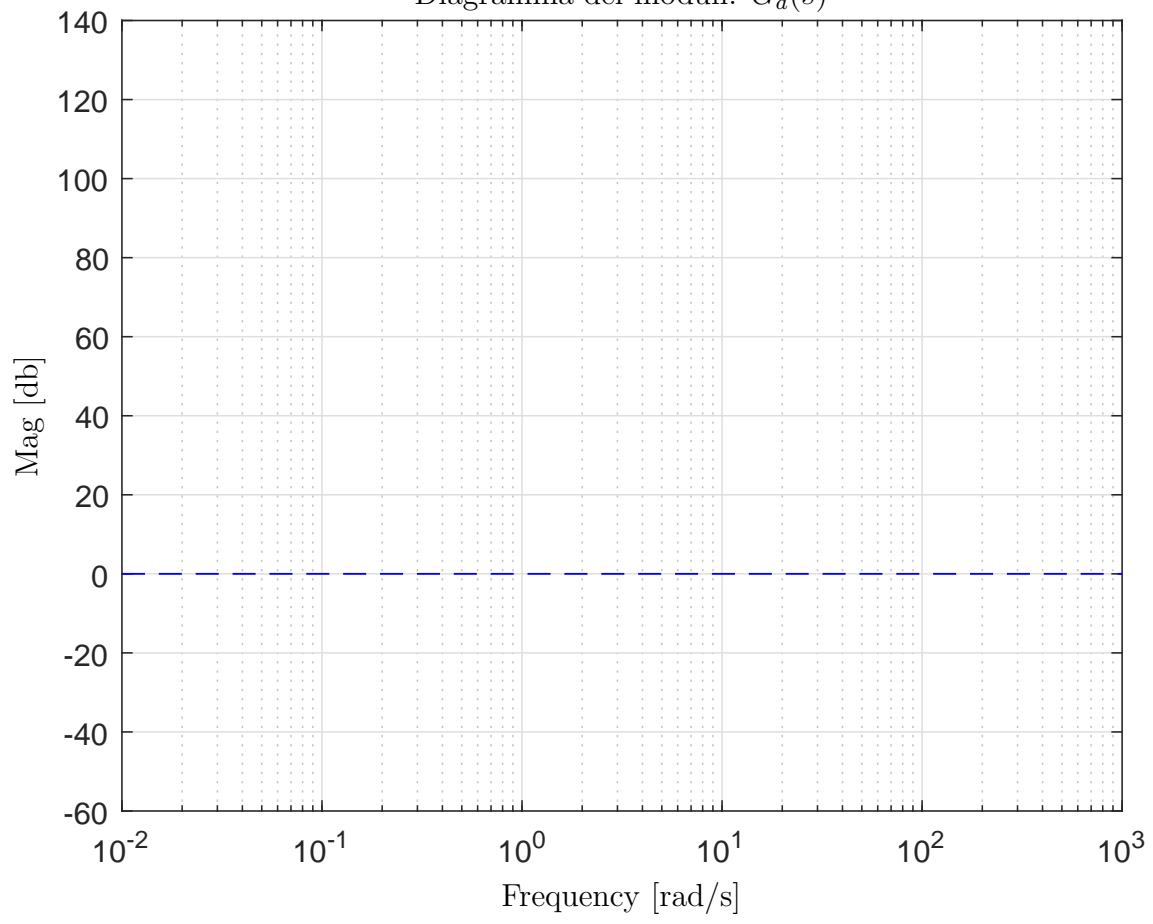


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$

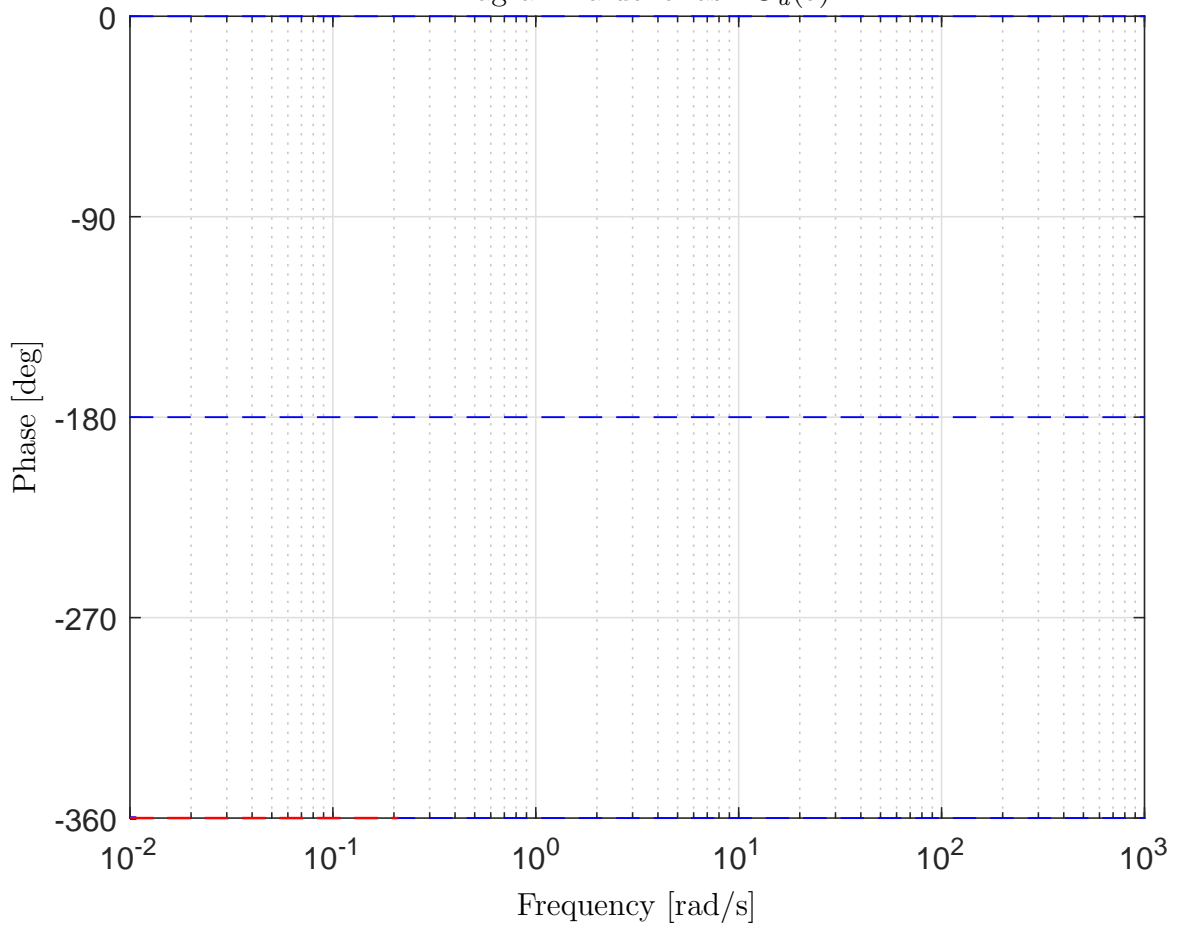


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$

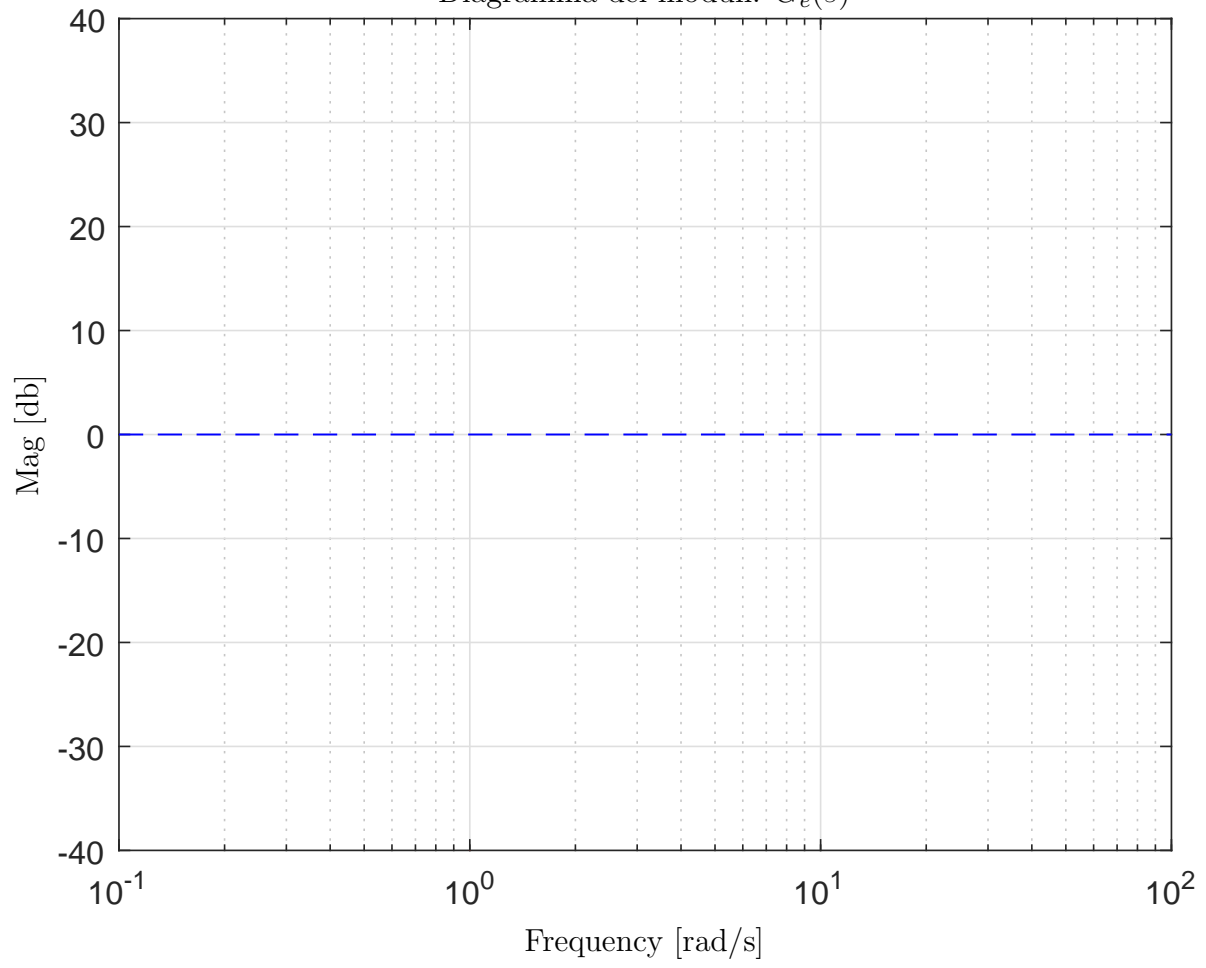


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$

