Controlli Automatici - Prima parte
13 Aprile 2026 - Esercizi - ELE

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

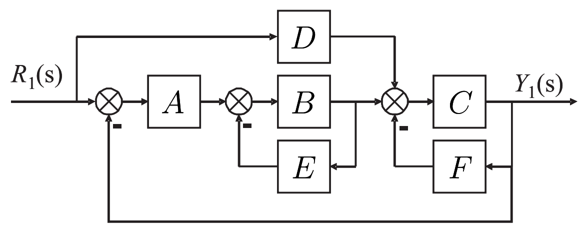
$$x_1(t) = [t^3 + \cos(4t)]\, e^{-3\,t}, \qquad\qquad x_2(t) = 2\,t^3 + 3\,\delta(t-5)$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G(s)$:

$$G_1(s) = 4 + \frac{12}{s(s+2)(s+3)}, \qquad\qquad G_2(s) = \frac{16\,e^{-2\,s}}{s^2+64}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y_1(s)}{R_1(s)}$:

$G(s) = \ldots$



c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

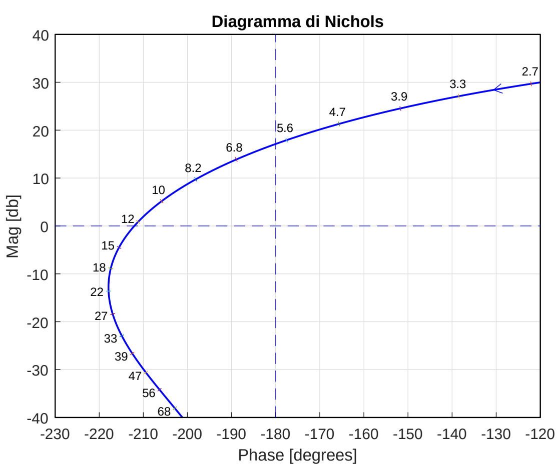
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

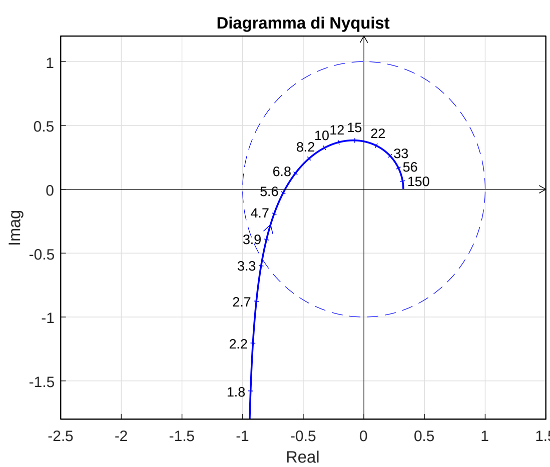
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\, G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 50$;

c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\, G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_a =$ ....

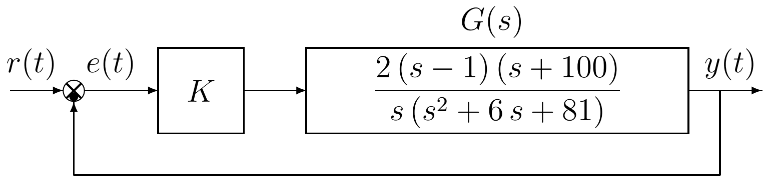
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_a =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



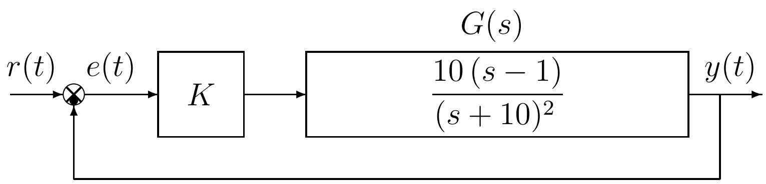
d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con il semiasse reale negativo e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

d.4) Calcolare il valore di K necessario per avere un errore a regime $|e_v| = 0.01$ per ingresso a rampa $x(t) = 2\,t$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

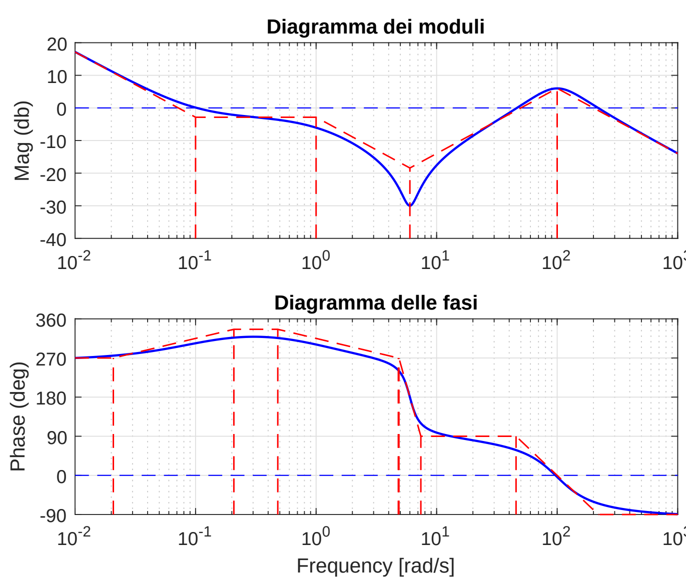
e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con il semiasse reale negativo e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \ldots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.



Controlli Automatici - Prima parte

13 Aprile 2026 - Domande - ELE

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente equazione differenziale:

$$3\,\dddot{y}(t)+2\,\dot{y}(t)+5\,y(t) = 4\,\ddot{x}(t)+3\,x(t) \qquad \rightarrow \qquad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

2. Per un sistema del 2^o ordine privo di zeri e caratterizzato da una coppia di poli complessi coniugati, scrivere le funzioni $S(\delta)$ e $M_R(\delta)$ che legano la massima sovraelongazione $S\%$ e il picco di risonanza M_R al coefficiente di smorzamento δ:

$$S(\delta) = \qquad\qquad\qquad\qquad M_R(\delta) =$$

3. *Criterio di Nyquist per sistemi $G(s)$ stabili ad anello aperto.* *Nell'ipotesi che la funzione guadagno di anello $F(s)$...*

condizione ◯ *solo necessaria* ◯ *solo sufficiente* ◯ *necessaria e sufficiente*

affinché il sistema in retroazione sia asintoticamente stabile è che: ...

4. Sia $F(s)$ la trasformata di Laplace del segnate $f(t)$. Fornire l'enunciato del Teorema della traslazione in s:

$$\mathcal{L}[e^{-a\,t}f(t)] =$$

5. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{6\,(s^2+3s+1)}{s(s+2)(s+4)(s+3)} \qquad \rightarrow \qquad y_0 = \qquad\qquad y_\infty =$$

6. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{60(s-3)}{(9-s)(20-s)}$. Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

◯ $0 < K < \bar{K}_2 < \infty$;

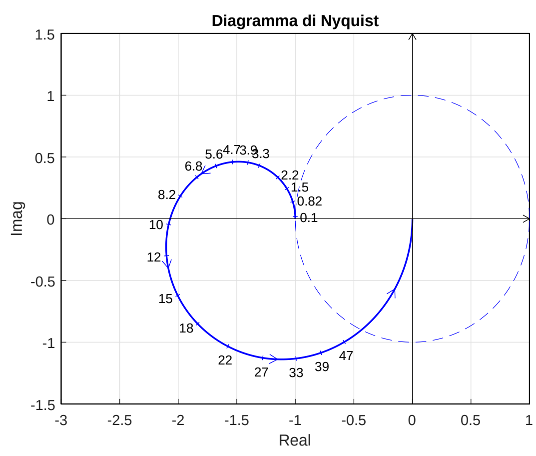
◯ $0 < \bar{K}_1 < K < \infty$;

◯ $0 < \bar{K}_1 < K < \bar{K}_2$;

◯ nessuno dei precedenti;

Calcolare (se esistono) i valori $\bar{K}_1$ e $\bar{K}_2$:

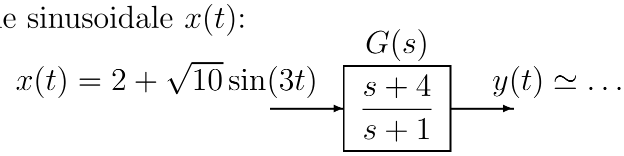
$\bar{K}_1 \simeq \ldots \qquad , \qquad \bar{K}_2 \simeq \ldots \qquad .$



7. Calcolare l'evoluzione forzata del sistema $2\dot{y}(t) + 3\,y(t) = 4\delta(t)$.

$$Y(s) = \qquad\qquad\qquad\qquad y(t) =$$

8. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:



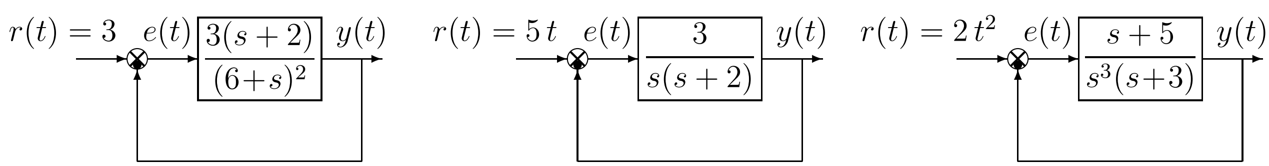
9. Scegliere le opzioni corrette fra le seguenti relative alla scomposizione in fratti semplici:

- ◯ nel caso di poli multipli, tutte le costanti a numeratore della scomposizione sono residui;
- ◯ nel caso di solo poli semplici, tutte le costanti a numeratore della scomposizione sono residui;
- ◯ nel caso di poli semplici, i modi divergono per $t \to \infty$ solo se la parte reale del polo è positiva;
- ◯ nel caso di poli multipli, i modi divergono per $t \to \infty$ solo se la parte reale del polo è positiva;

10. Calcolare i parametri a e b della funzione di trasferimento $G(s) = \frac{a}{s+b}$ caratterizzata da un guadagno statico $G(0) = 3$ e da un tempo di assestamento $T_a = 0.2$ s alla risposta al gradino:

$$G(s) = \frac{a}{s+b} \qquad \to \qquad a = \ldots \qquad\qquad b = \ldots$$

11. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:



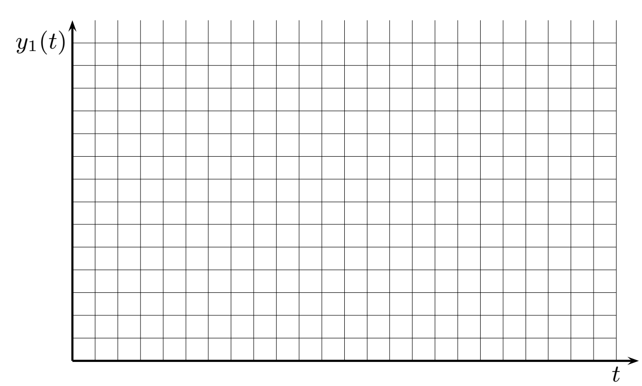
$$e(\infty) = \qquad\qquad\qquad e(\infty) = \qquad\qquad\qquad e(\infty) =$$

12. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{300(15 + 0.5s)(s^2 + 12s + 900)}{(5s + 20)(0.3s + 4)(s^2 + 18s + 400)(s^2 + 0.4s + 9)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$$y_\infty = \qquad\qquad T_a \simeq \qquad\qquad T_\omega \simeq$$



13. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$ supponendo $t_0 > 0$:

$$G(s) = \frac{(10 - s)(s + 2)}{s(s + 3)^2}\, e^{-2\,t_0 s} \qquad \to \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

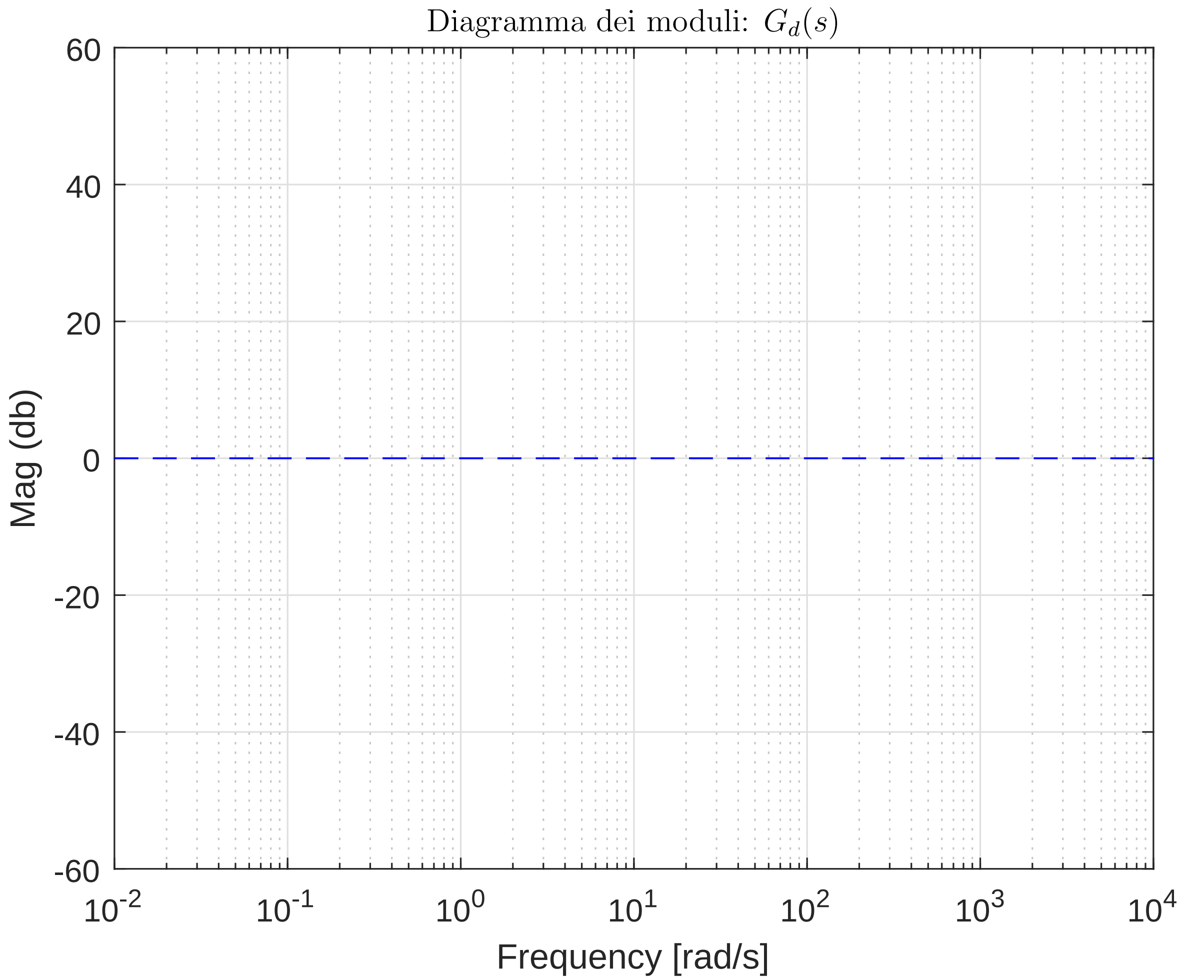


Diagramma dei moduli: $G_d(s)$
Mag (db)
60
40
20
0
-20
-40
-60
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
10^{4}
Frequency [rad/s]

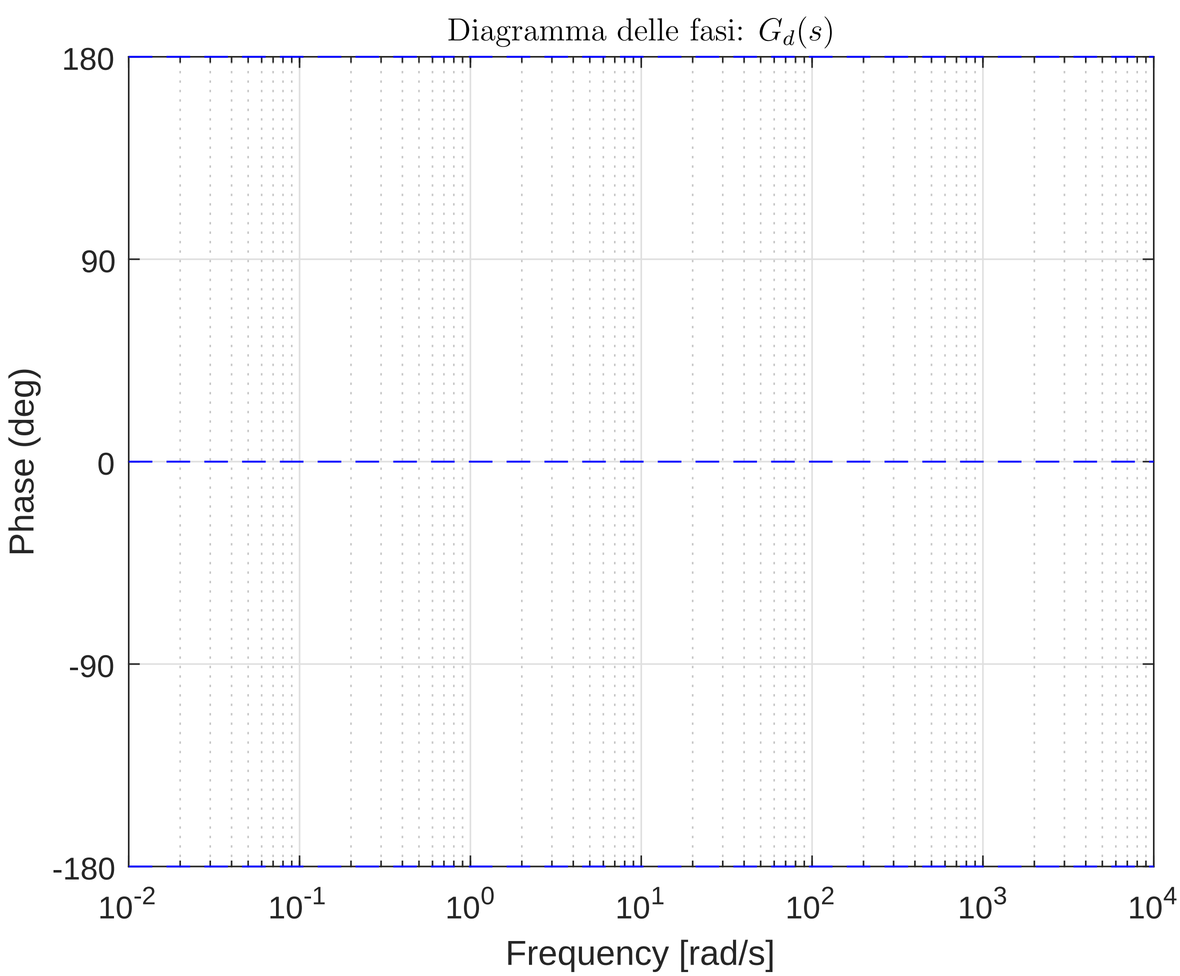


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$
Phase (deg)
180
90
0
-90
-180
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
10^{4}
Frequency [rad/s]

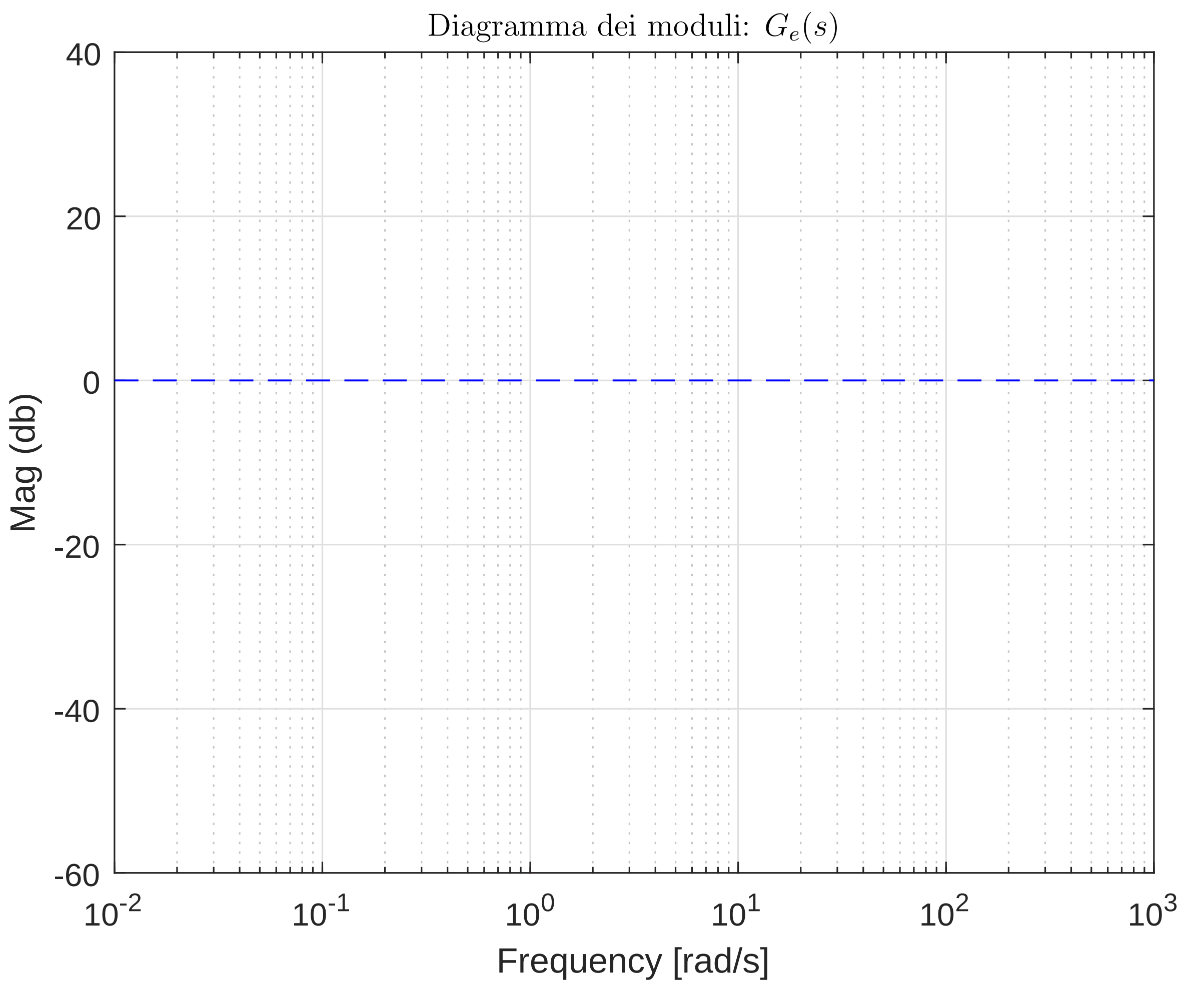


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$
40
20
0
-20
-40
-60
Mag (db)
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

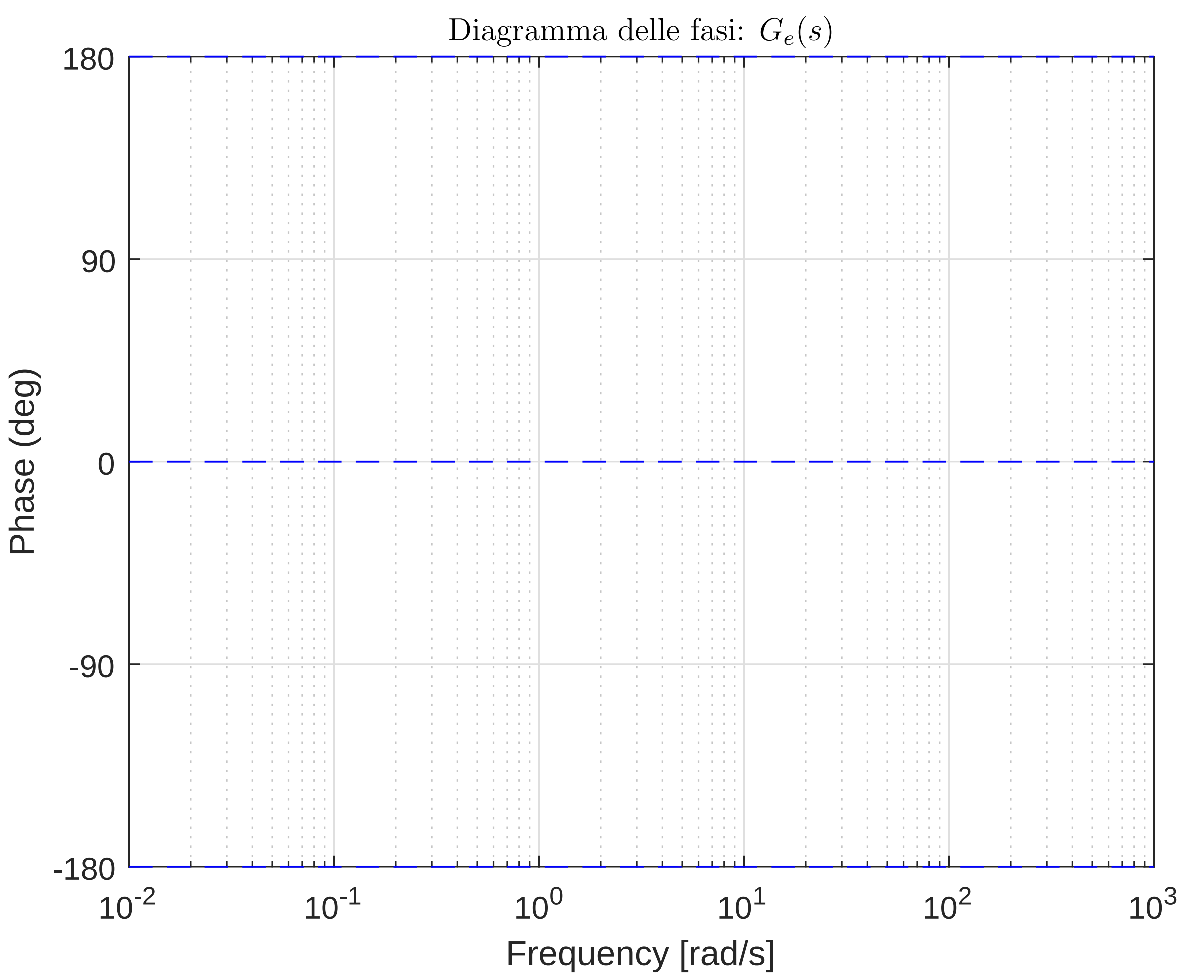


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$
180
90
0
-90
-180
Phase (deg)
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]