Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Controlli Automatici A
13 Aprile 2012 - Esercizi

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

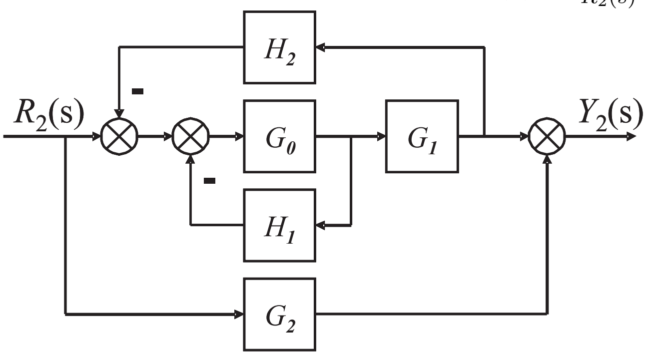
$$x_1(t) = [3\,t^3 + \sin(4\,t)]\,e^{-5\,t}, \qquad\qquad x_2(t) = 4\,\delta(t) + 3\,t^2\,e^{-2\,t}$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{10}{(s+3)(1+2\,s)} \qquad\qquad G_2(s) = 3 + \frac{10}{(s+5)^3}$$

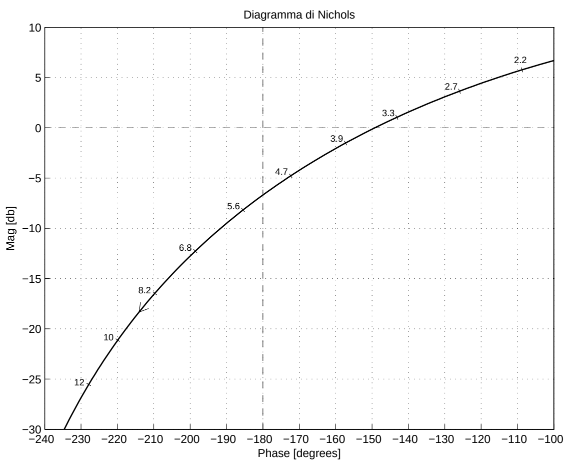
b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y_2(s)}{R_2(s)}$:

$G(s) = \ldots$

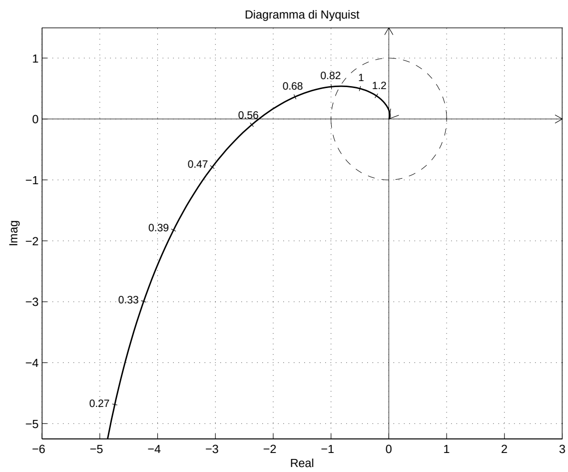


c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;
c.2) il margine di fase M_φ del sistema;
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 45$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

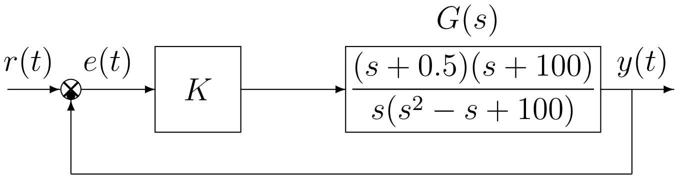
c.3) $K_\varphi =$ ....

c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

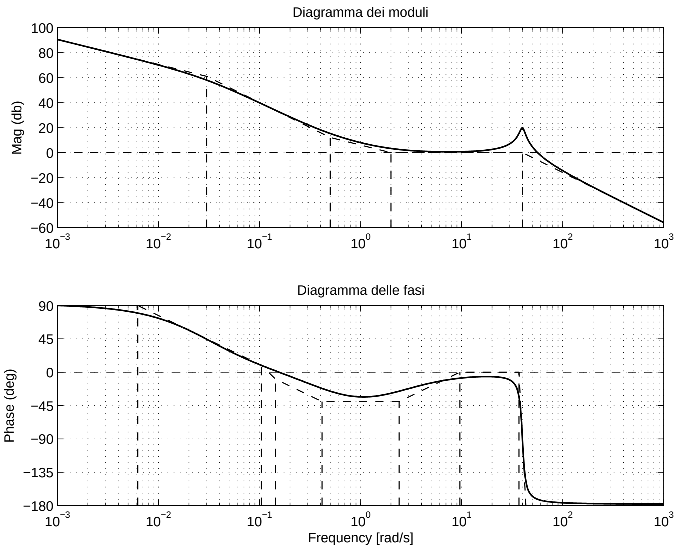
d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

e) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

e.1) Calcolare la risposta a regime $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:

$$x(t) = 3\,\sin(0.3\,t + \tfrac{\pi}{4}).$$

e.2) Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$. Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.



Soluzione:

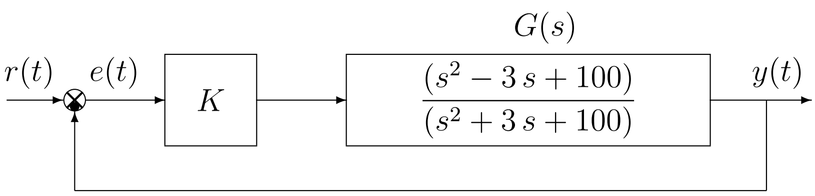
e.1) La risposta a regime del sistema $G(s)$ al segnale dato è la seguente:

$$y_\infty(t) =$$

e.2) La funzione di trasferimento del sistema è la seguente:

$$G(s) =$$

f) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



f.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

f.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

f.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$.

Controlli Automatici A

13 Aprile 2012 - Domande

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Sia $F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$ la trasformata di Laplace del segnate $f(t)$. Il teorema della traslazione in s afferma che:

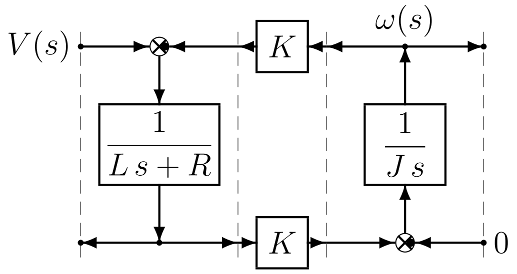
$$\mathcal{L}[e^{-a\,t} f(t)] =$$

2. L'equazione differenziale $\ddot{y} = -2\,y^3 + 2\,x$, dove x è l'ingresso e y è l'uscita, è:

○ stazionaria ○ lineare

○ non stazionaria ○ non lineare

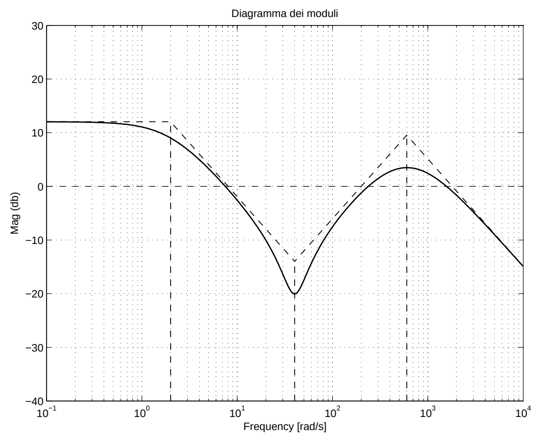
3. Dato il seguente schema a blocchi, calcolare la funzione $G(s)$ che lega l'ingresso $V(s)$ all'uscita $\omega(s)$ e scrivere la corrispondente equazione differenziale che lega i segnali $V(t)$ e $\omega(t)$:



$$G(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} =$$

......

4. In figura è mostrato il diagramma di Bode dei moduli di un sistema lineare $G(s)$ a fase minima.



a) Calcolare il guadagno statico del sistema:

$$G(0) =$$

b) Calcolare la posizione del polo dominante:

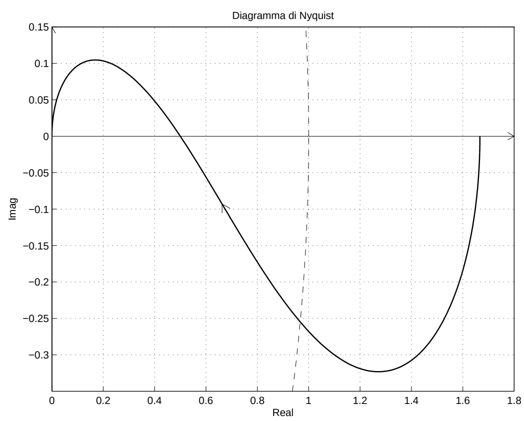
$$p_1 \simeq$$

c) Calcolare il tempo di assestamento del sistema:

$$T_a =$$

5. Sia dato il diagramma di Nyquist della funzione $G(s) = \dfrac{-(s+5)}{(s+1)(s-3)}$.

In base al criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:



○ $(K > 0,\ |K| << 1)$;

○ $(K > 0,\ |K| >> 1)$;

○ $(K < 0,\ |K| >> 1)$;

○ $(K < 0,\ |K| << 1)$;

Calcolare inoltre il valore limite K^*:

$$K^* =$$

6. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t \to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t \to \infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{(2\,s+1)(s+4)^2}{s(s+1)(3\,s+1)(s+5)} \qquad \to \qquad y_0 = \qquad\qquad\qquad y_\infty =$$

7. Nella scomposizione in fratti semplici, quali sono i *modi* $g_1(t)$, $g_2(t)$ e $g_3(t)$ corrispondenti ad un polo reale in $p_1 = -2$ con grado di molteplicità $\nu = 3$:

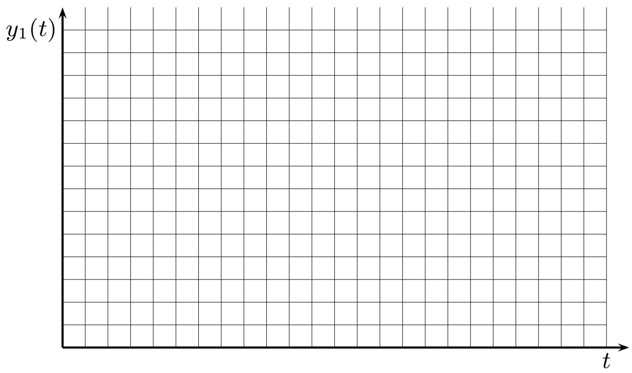
$$g_1(t) = \qquad\qquad\qquad g_2(t) = \qquad\qquad\qquad g_3(t) =$$

8. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{300\,(2+0.1\,s)(s^2+200s+40000)}{(0.5\,s+25)(0.1\,s+20)(s^2+4s+400)(s^2+60s+925)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad\qquad$ $T_\omega \simeq$



9. Completare la seguente formulazione del criterio di Nyquist (quella valida anche per sistemi instabili ad anello aperto).
Criterio di Nyquist. Nell'ipotesi che la funzione $F(s)$ ...

condizione ◯ *solo necessaria* ◯ *solo sufficiente* ◯ *necessaria e sufficiente*

affinché ...

è che ...

10. In un sistema del 2^o ordine la distanza del poli dall'origine (a parità di direzione) influisce sui seguenti parametri della risposta al gradino

◯ tempo di salita ◯ tempo di ritardo
◯ coefficiente di smorzamento ◯ tempo di assestamento

11. Per un sistema del 2^o ordine privo di zeri e caratterizzato da una coppia di poli complessi coniugati, scrivere l'espressione della funzione $S(\delta)$ che lega la massima sovraelongazione $S\%$ al coefficiente di smorzamento δ:

$$S(\delta) =$$

12. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$ supponendo $t_0 > 0$:

$$G(s) = \frac{(s+3)(s-3)}{s(2-5\,s)}\, e^{-3\,t_0 s} \qquad \to \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$