

Controlli Automatici - Prima parte
7 Novembre 2024 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. Elet. Telec. Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

$$x_1(t) = t^4 + 2e^{-7t} \sin(2t),$$

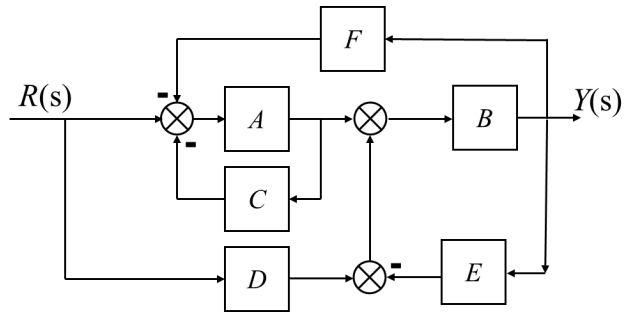
$$x_2(t) = 5te^{2t} + 3\cos(4t)$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G(s)$:

$$G_1(s) = \frac{2}{s(s+1)(1+2s)},$$

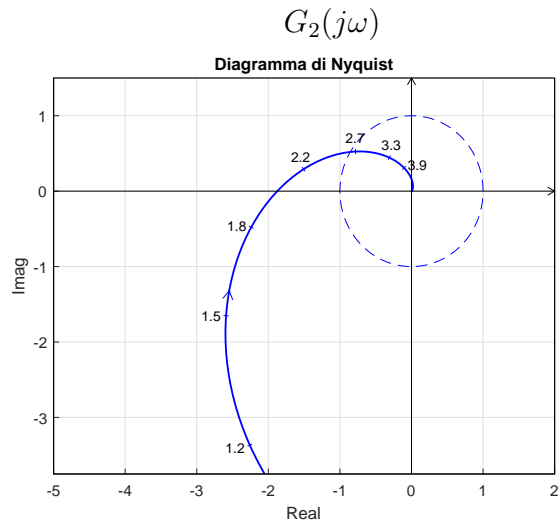
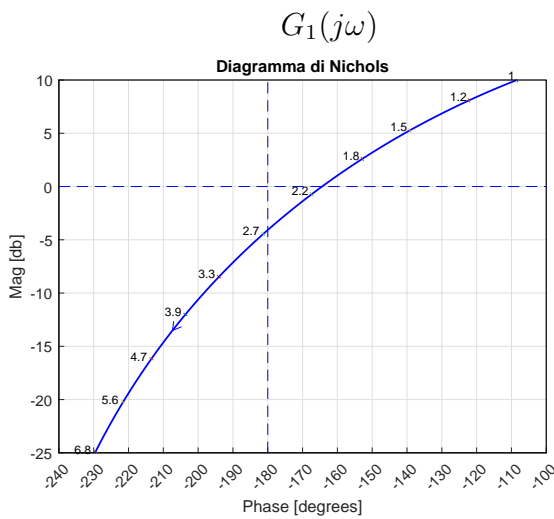
$$G_2(s) = \frac{4e^{-2s}}{s^2 + 16}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$:



$G(s) = \dots$

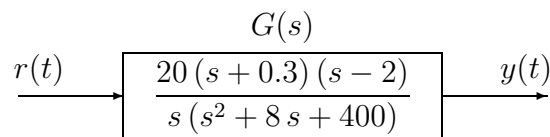
- c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$. Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:
- il margine di ampiezza M_a del sistema;
 - il margine di fase M_φ del sistema;
 - il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 45^\circ$;
 - il guadagno K_a per cui il sistema $K_a G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_a = 10$;



- $M_a = \dots\dots\dots$
- $M_\varphi = \dots\dots\dots$
- $K_\varphi = \dots\dots\dots$
- $K_a = \dots\dots\dots$

- $M_a = \dots\dots\dots$
- $M_\varphi = \dots\dots\dots$
- $K_\varphi = \dots\dots\dots$
- $K_a = \dots\dots\dots$

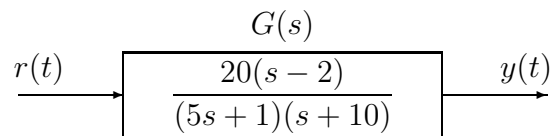
d) Sia dato il seguente sistema ad anello aperto:



d.1) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.2) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale.

e) Sia dato il seguente sistema ad anello aperto:



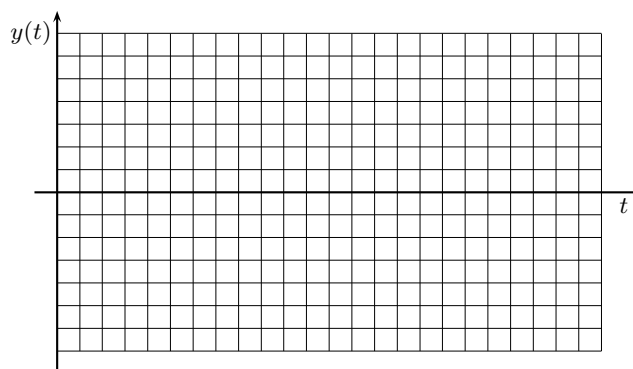
e.1) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

e.2) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$.

e.3) Disegnare l'andamento qualitativo $y(t)$ della risposta al gradino unitario del sistema $G(s)$.

Valore a regime y_∞ per $t \rightarrow \infty$:

$$y_\infty =$$



Tempo di assestamento T_a :

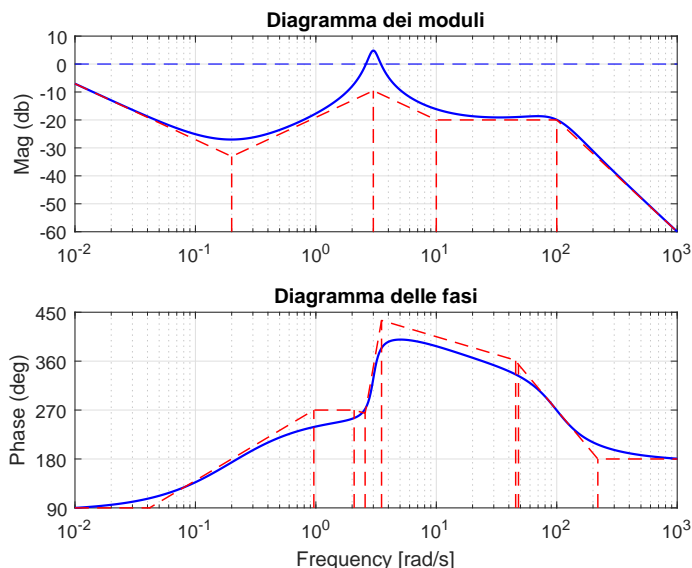
$$T_a \simeq$$

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$$G(s) = \dots$$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ .



Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. Elet. Telecom. Altro.

Si risponde alle seguenti domande.

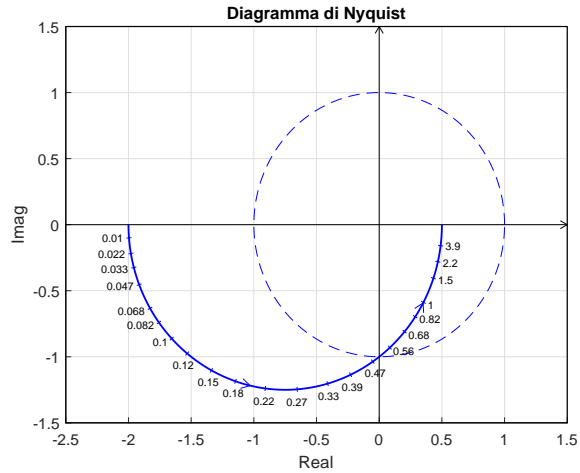
1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente l'equazione differenziale:

$$\ddot{y} + 2\dot{y} + 3y + 5\dot{y} + 4y = 3\ddot{x} + 2\dot{x} + 5x \quad \rightarrow \quad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

2. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{2(s+1)}{(4s-1)}$.

Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K :

- $-\frac{1}{2} < K < 2$;
- $-2 < K < \frac{1}{2}$;
- $(K < -\frac{1}{2}) \cup (K > 2)$;
- $(K < -2) \cup (K > \frac{1}{2})$;



3. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

$$x(t) = 8 + 10 \sin(4t) \quad \xrightarrow{\begin{matrix} G(s) \\ \frac{18}{(s+3)^2} \end{matrix}} \quad y(t) \simeq \dots$$

4. Completare la seguente formulazione del criterio di Nyquist (quella valida anche per sistemi instabili ad anello aperto).

Criterio di Nyquist. Nell'ipotesi che la funzione $F(s)$...

condizione *solo necessaria* *solo sufficiente* *necessaria e sufficiente*

affinché ...

è che ...

5. In un sistema del 2° ordine privo di zeri, la distanza dei poli dall'origine (a parità di direzione) influisce sui seguenti parametri della risposta al gradino

- pulsazione naturale ω_n massima sovralongazione $S\%$
- coefficiente di smorzamento δ tempo di assestamento T_a

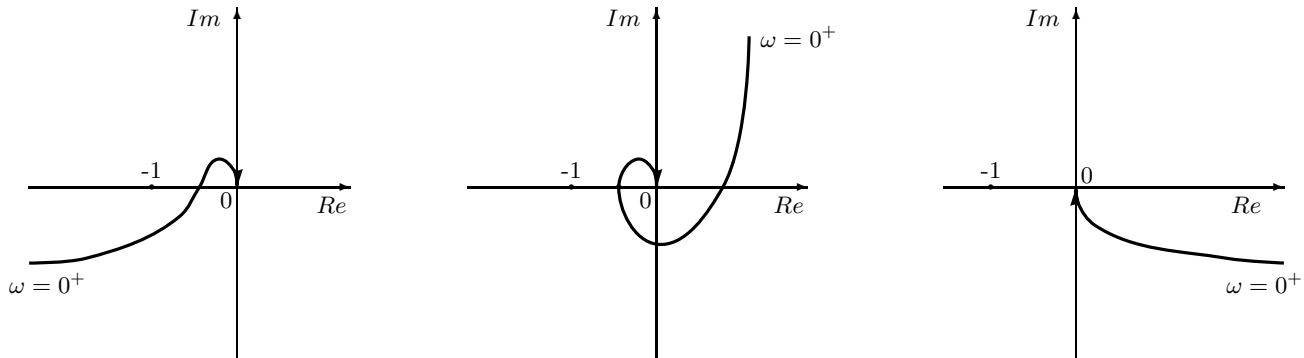
6. Calcolare i parametri a e b della funzione di trasferimento $G(s) = \frac{a}{s+b}$ caratterizzata da un guadagno statico $G(0) = 6$ e da un tempo di assestamento $T_a = 0.3$ s alla risposta al gradino:

$$G(s) = \frac{a}{s+b} \quad \rightarrow \quad a = \dots \quad b = \dots$$

7. La pulsazione di risonanza ω_R di un sistema del 2° ordine privo di zeri è:

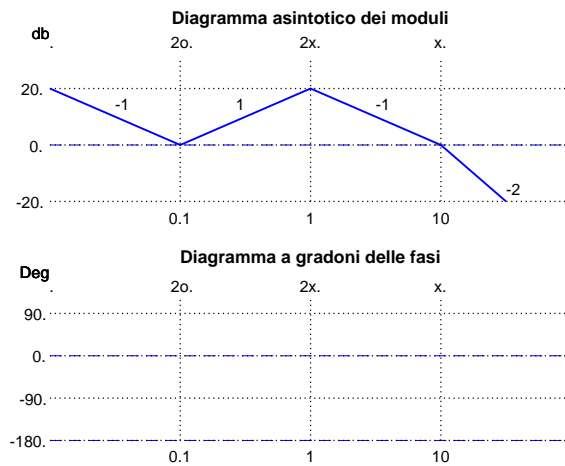
- $\omega_R = \omega_n \delta \sqrt{1 - \delta^2}$
 $\omega_R = \omega_n \delta \sqrt{1 - 2\delta^2}$
 $\omega_R = \omega_n \sqrt{1 - \delta^2}$
 $\omega_R = \omega_n \sqrt{1 - 2\delta^2}$

8. Chiudere all'infinito i seguenti diagrammi di Nyquist. Nota: i diagrammi di Nyquist fanno riferimento a sistemi con tutti i poli a parte reale negativa eccezion fatta per un polo semplice o doppio nell'origine.



9. Si faccia riferimento al diagramma asintotico di Bode dei moduli riportato a fianco, relativo ad un sistema $G(s)$ a fase minima.

Utilizzando in modo qualitativo la formula di Bode, calcolare in modo approssimato l'andamento a gradoni del diagramma di Bode delle fasi del sistema $G(s)$.



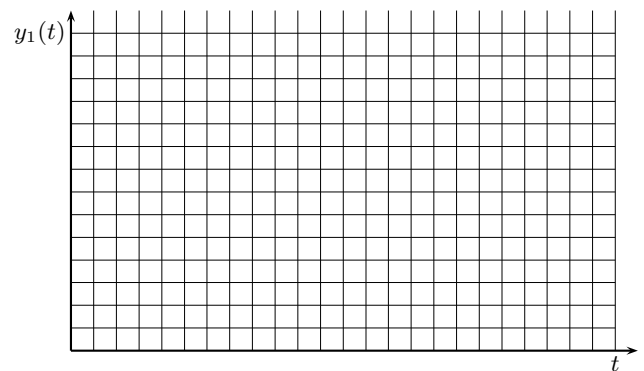
10. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{100(10 + 0.5s)(s^2 + 12s + 400)}{(5s + 25)(0.2s + 5)(s^2 + 20s + 200)(s^2 + 0.5s + 36)}$$

Calcolare inoltre:

- a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \rightarrow \infty$;
- b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
- c) il periodo T_w dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$;

$y_\infty =$ $T_a \simeq$ $T_w \simeq$



11. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s - 4)(5s + 2)}{s(s + 3)} e^{-2s} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

Diagramma dei moduli: $G_d(s)$

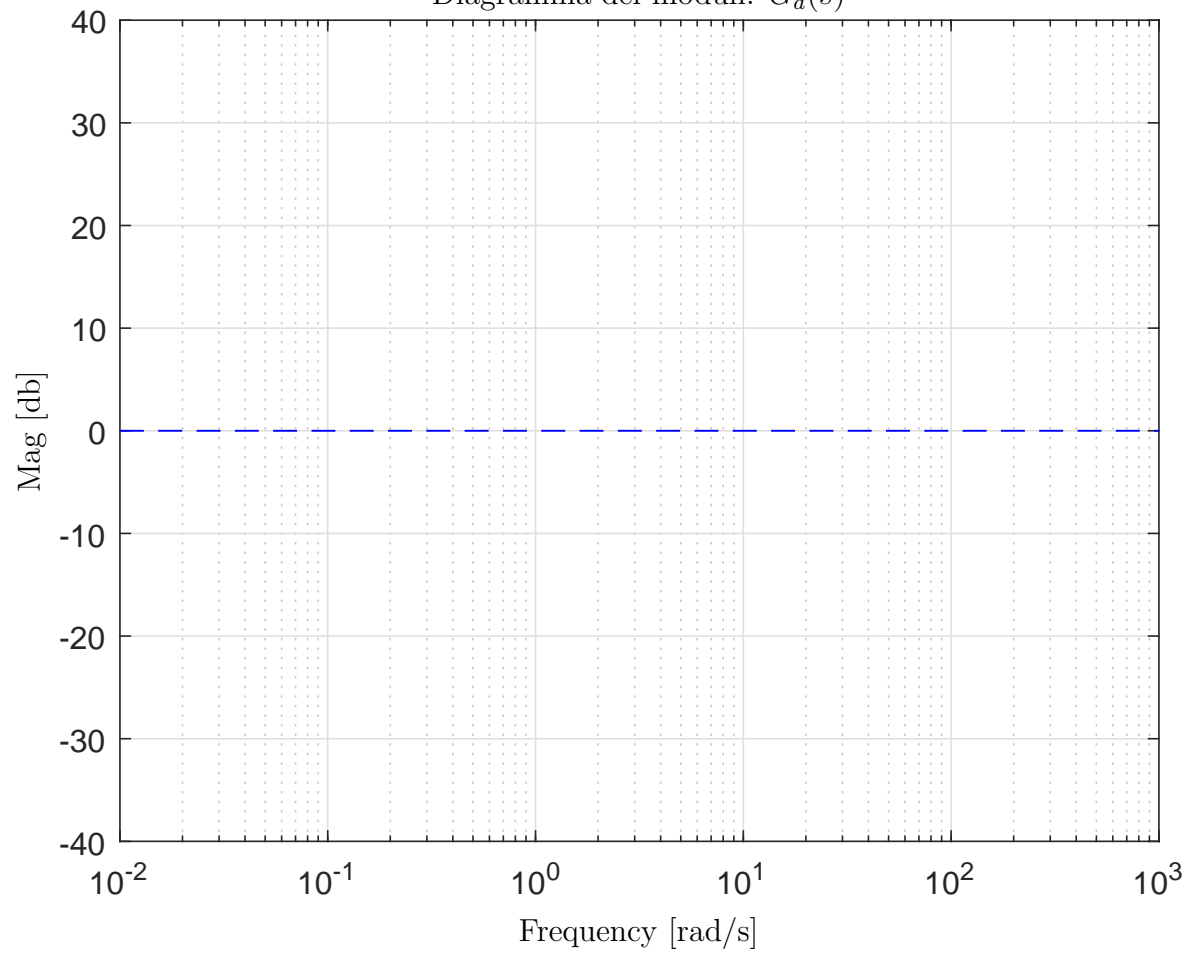


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$

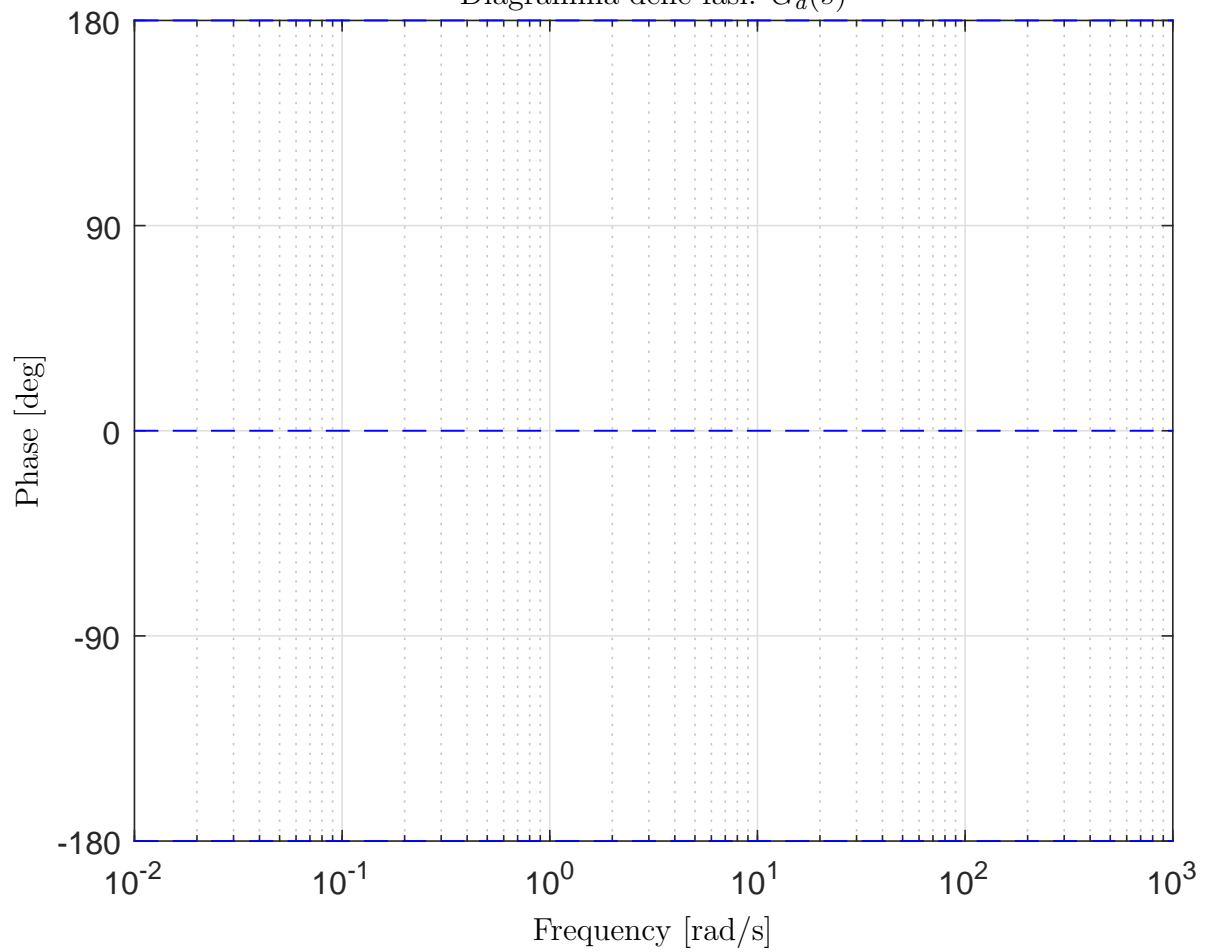


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$

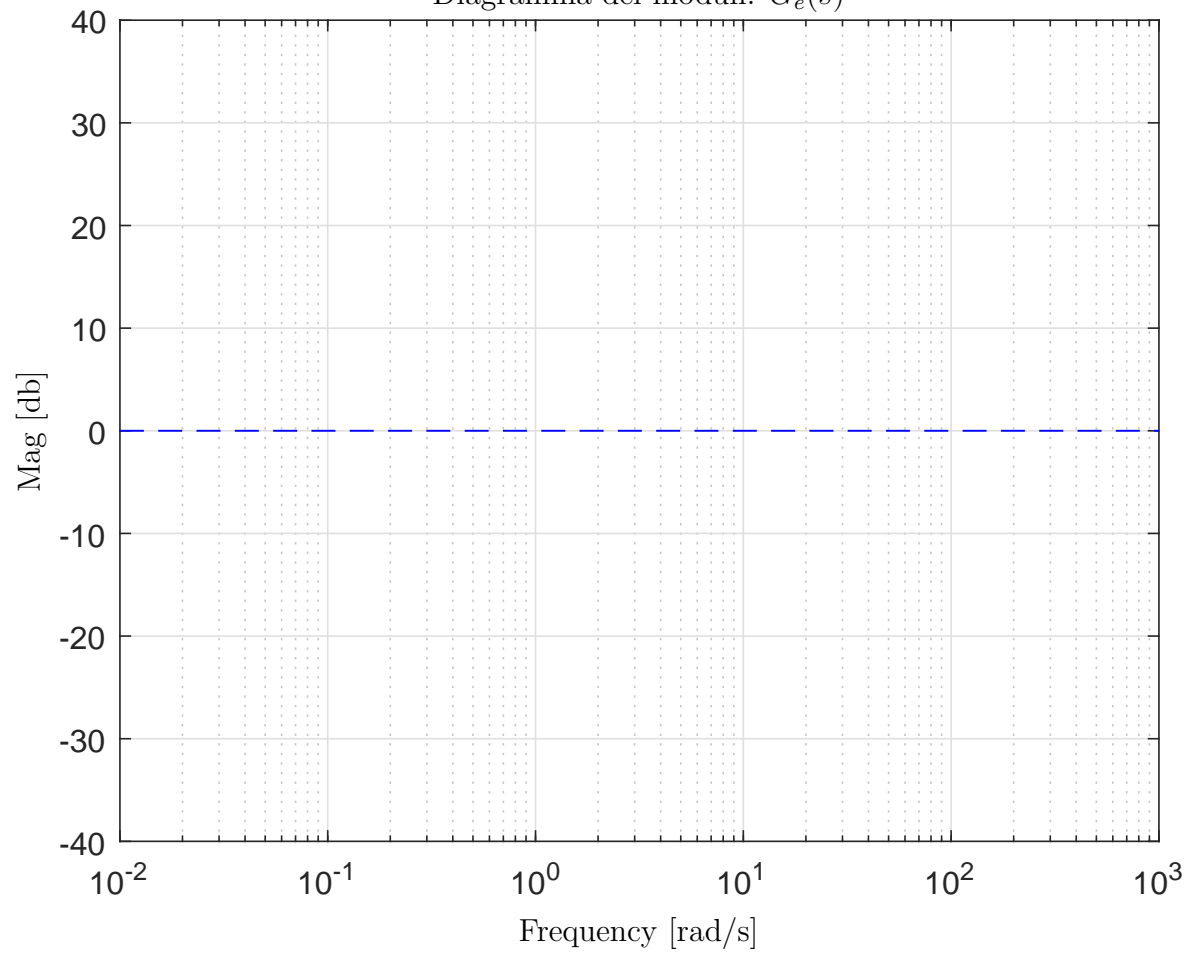


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$

