Controlli Automatici - Prima parte
6 Novembre 2025 - Esercizi - ELE

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

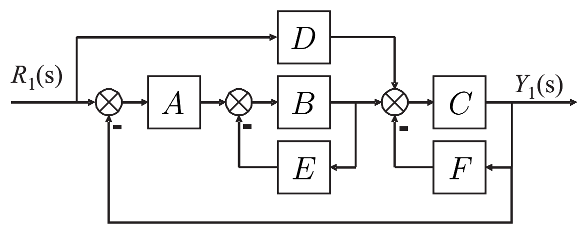
$$x_1(t) = (3 + 2\,e^{-5t})\sin(6t), \qquad\qquad x_2(t) = (6 + 2\,t^3)\,e^{-2\,t}$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{30}{s(s+2)(s+5)} \qquad\qquad G_2(s) = 2 + \frac{6}{(s+5)^3}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y_1(s)}{R_1(s)}$:

$G(s) = \ldots$



c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$. Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

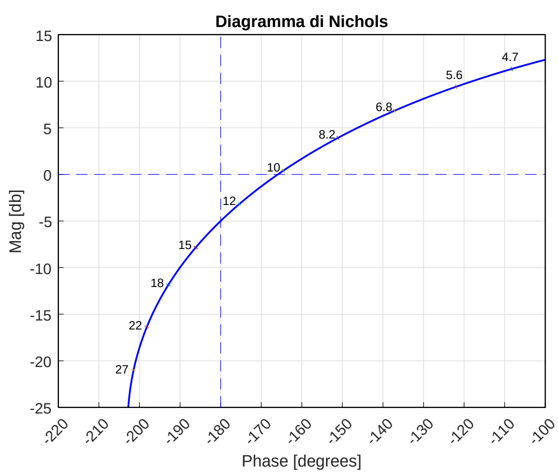
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

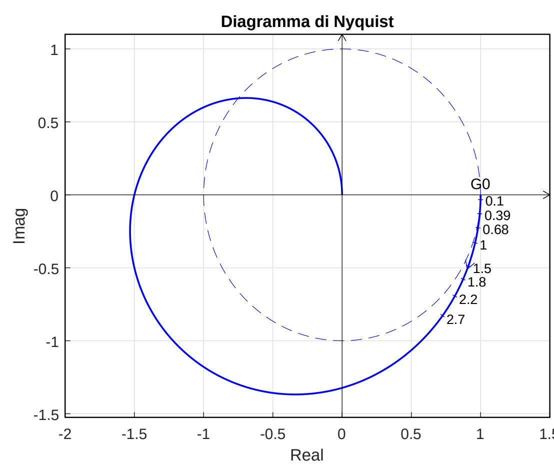
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 50$;

c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\,G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_a =$ ....

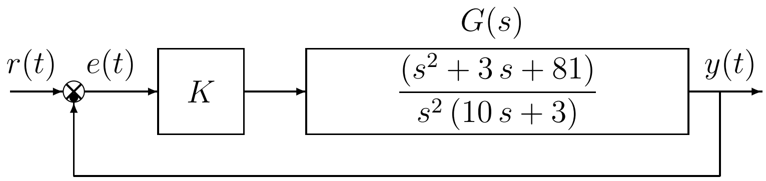
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_a =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:

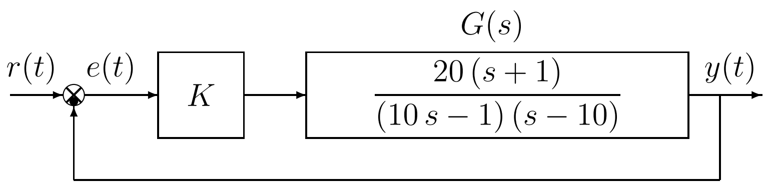


d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:

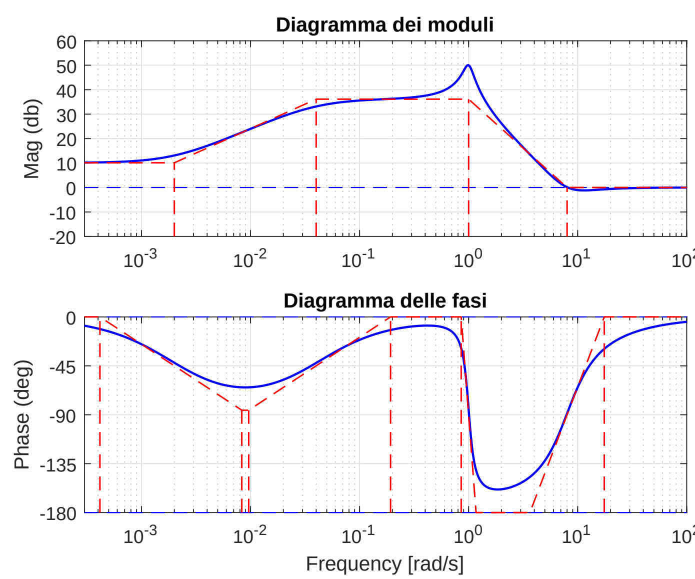


e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrata in figura.



Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.

$G(s) = \dots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

Controlli Automatici - Prima parte

6 Novembre 2025 - Domande - ELE

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

1. Scrivere, in funzione dei segnali $x(t)$ e $y(t)$, l'equazione differenziale corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

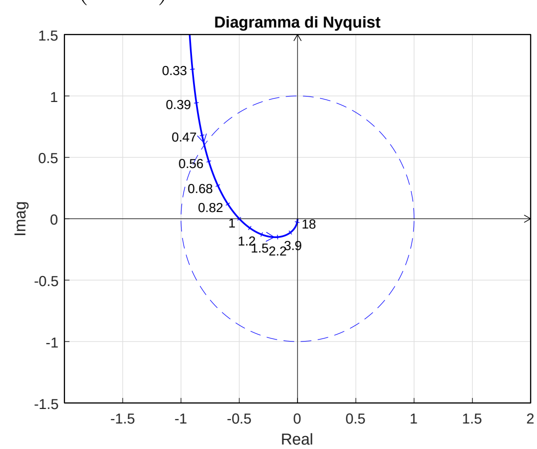
$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s^2 + 2\,s + 3}{s^4 + 3\,s^3 + 5\,s^2 + 2\,s + 4} \qquad \rightarrow \qquad \dots$$

2. Sia dato il diagramma di Nyquist della funzione $G(s) = \dfrac{0.5(s+1)}{s(s-1)}$.

In base al criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

$$\dots \quad K \quad \dots$$

Calcolare dal grafico, in modo approssimato, i valori limite dell'intervallo di ammissibilità del parametro K.



3. Calcolare la risposta a regime $y(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il seguente segnale sinusoidale $x(t)$:

$$x(t) = 12 + 4\cos(8t) \longrightarrow \boxed{G(s) = \frac{5}{s+6}} \longrightarrow y(t) \simeq \dots$$

4. Enunciare il criterio di Nyquist nella formulazione valida anche per sistemi instabili ad anello aperto. Fornire sia l'ipotesi che la tesi del criterio.

Criterio di Nyquist. Nell'ipotesi ...

5. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema del secondo ordine caratterizzato da un guadagno statico $G(0) = 3$, da una pulsazione naturale $\omega_n = 4$ e da un tempo di assestamento $T_a = 2$ s alla risposta al gradino:

$$G(s) =$$

6. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $3\dot{y}(t) + 2\,y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = 4$.

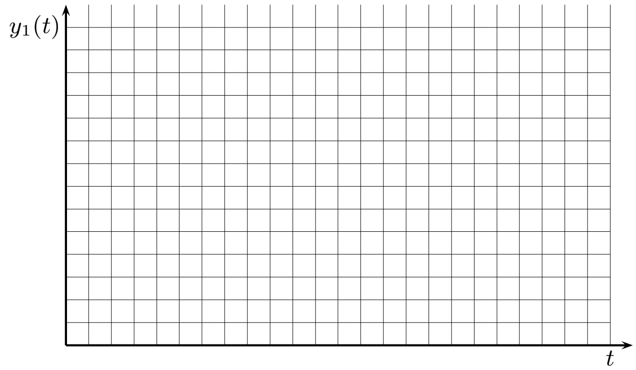
$$Y(s) = \qquad\qquad\qquad y(t) =$$

7. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

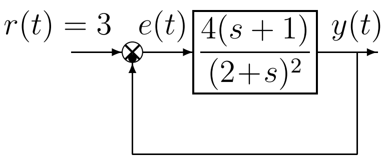
$$G(s) = \frac{20(12+s)(3s+30)}{(2s+12)(0.4s+5)(s^2+0.6s+4)}$$

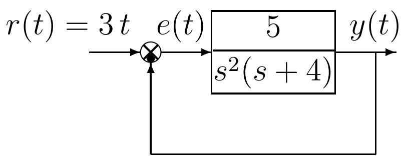
Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \to \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

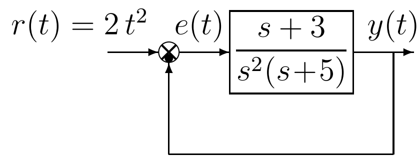
$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$



8. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:







$e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) == \dfrac{20}{3} = 6.66$

9. Un sistema caratterizzato da funzione di trasferimento $G(s)$ è asintoticamente stabile se:

- ◯ tutti i modi temporali di $G(s)$ rimangono limitati per $t \to \infty$
- ◯ almeno un modo temporale di $G(s)$ tende a zero per $t \to \infty$
- ◯ tutti i modi temporali di $G(s)$ tendono a zero per $t \to \infty$
- ◯ la $G(s)$ non presenta modi temporali

10. Dato uno schema a blocchi caratterizzato da un ingresso X e da un'uscita Y, scrivere la formula di Mason per calcolare la funzione di trasferimento $G = \frac{Y}{X}$:

11. Si faccia riferimento al diagramma di Bode dei moduli di un sistema $G(s)$ a fase minima.

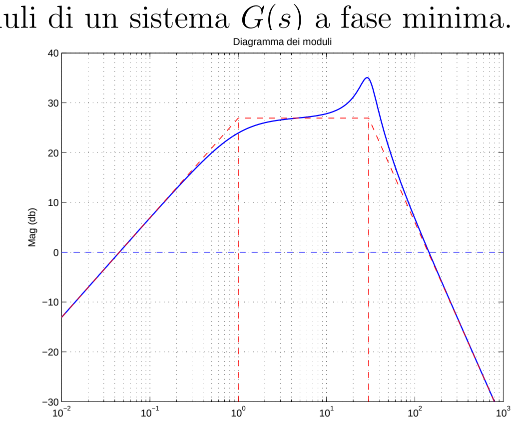
Utilizzando la formula di Bode, calcolare in modo approssimato la fase φ del sistema $G(s)$ in corrispondenza delle seguenti pulsazioni ω:

$\omega_1 = 0.04 \quad \to \quad \varphi_1 \simeq$

$\omega_2 = 1 \quad \to \quad \varphi_2 \simeq$

$\omega_3 = 30 \quad \to \quad \varphi_3 \simeq$

$\omega_4 = 400 \quad \to \quad \varphi_4 \simeq$



12. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s+3)(3\,s+1)}{s(2\,s-1)}\, e^{-3s} \quad \to \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

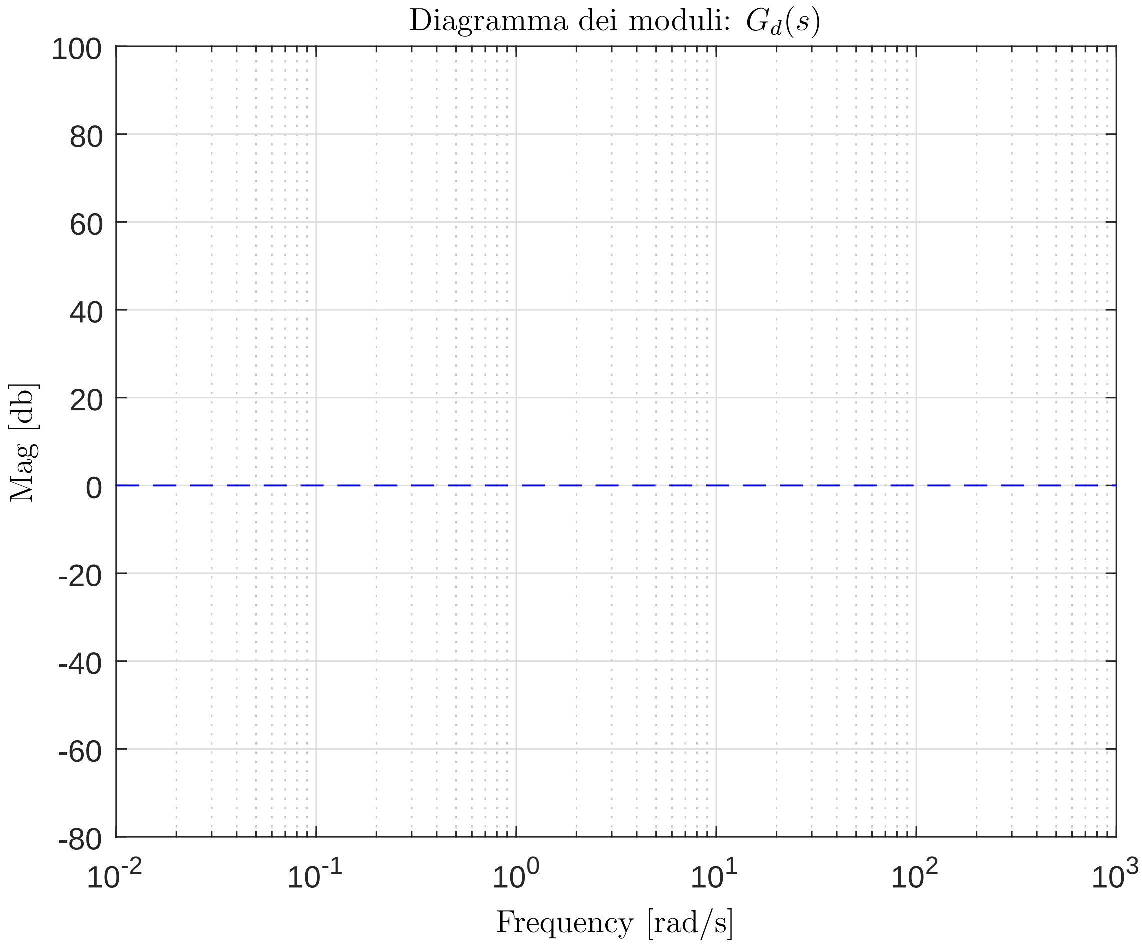


Diagramma dei moduli: $G_d(s)$
100
80
60
40
20
0
-20
-40
-60
-80
Mag [db]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

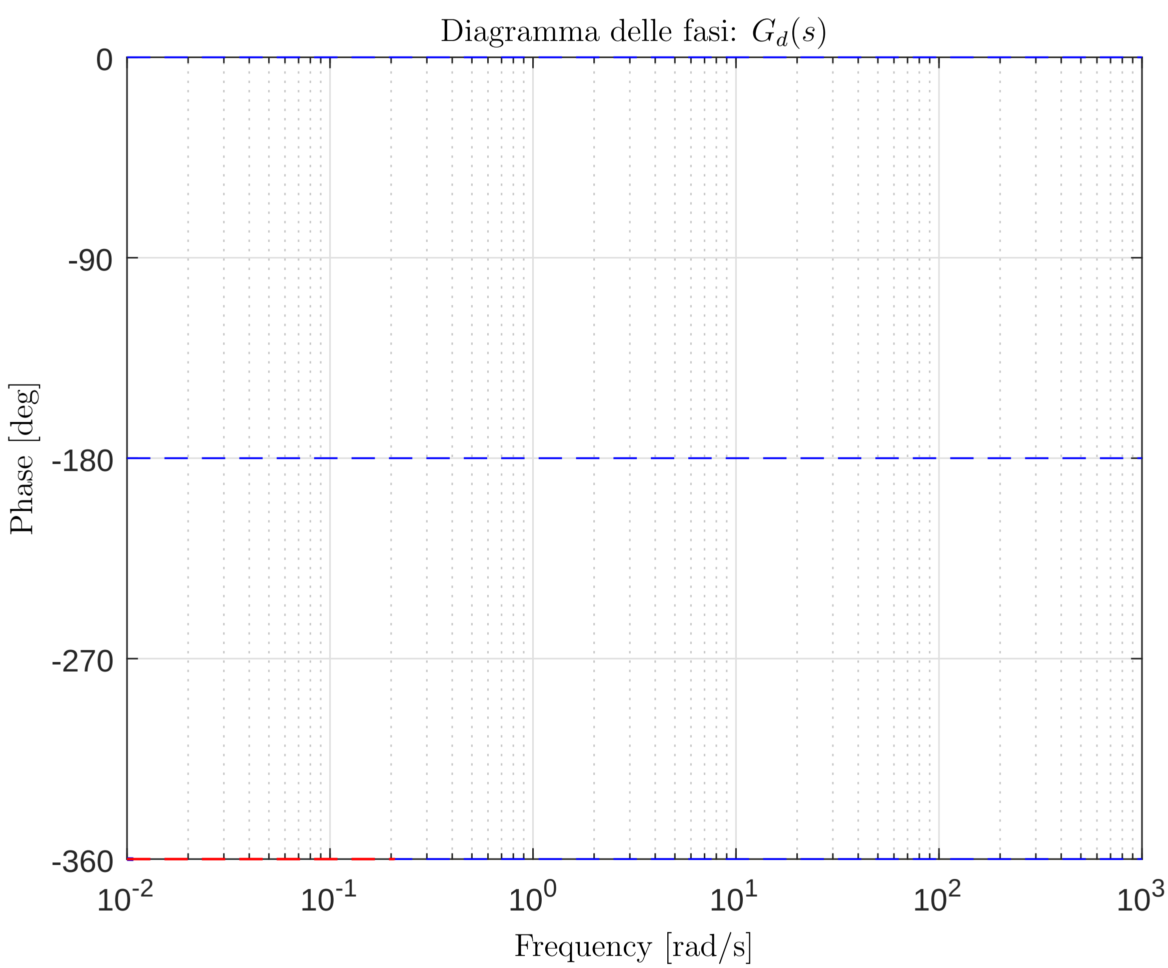


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$
0
-90
-180
-270
-360
Phase [deg]
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency [rad/s]

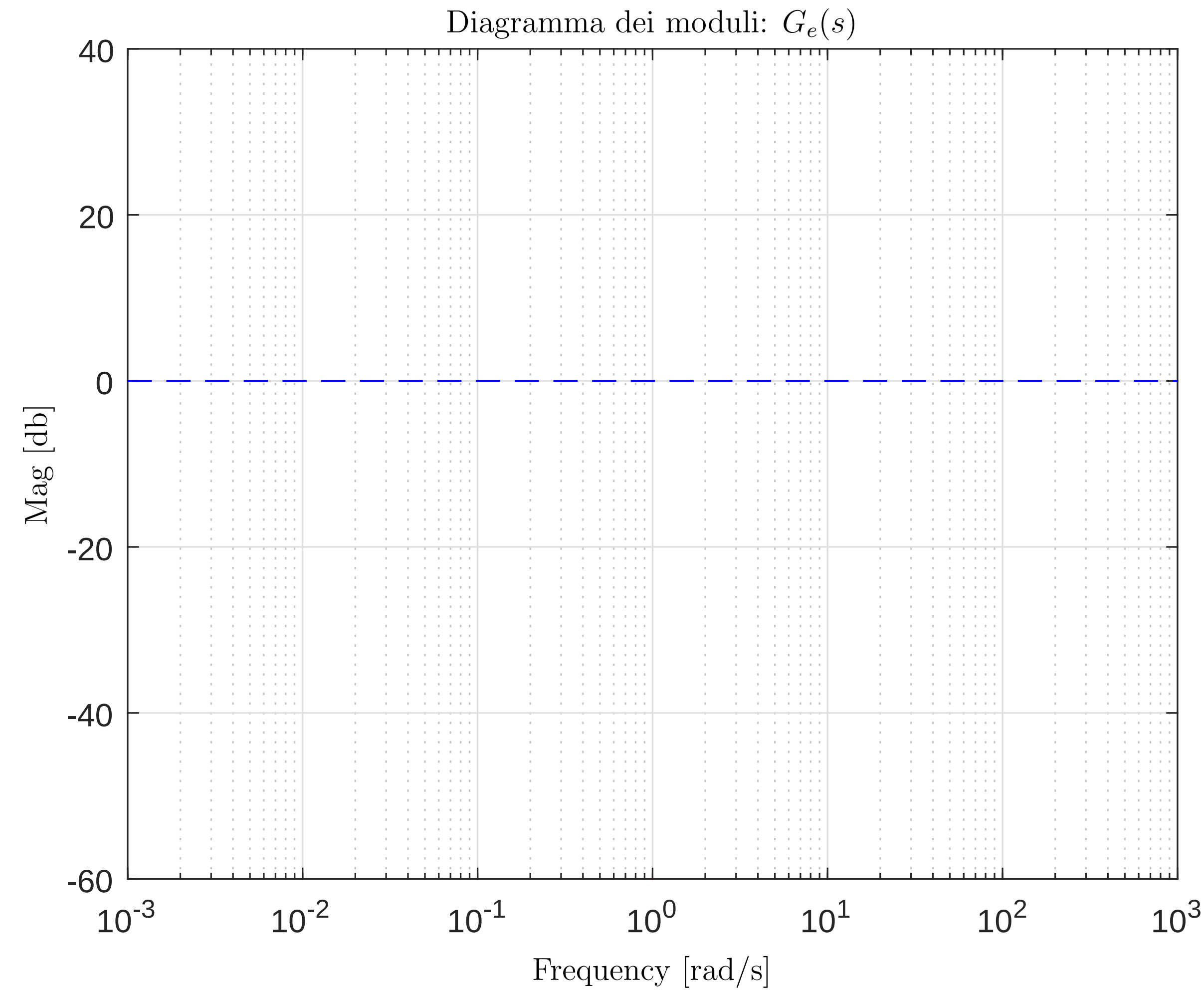


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$
40
20
0
-20
-40
-60
Mag [db]
10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3}
Frequency [rad/s]

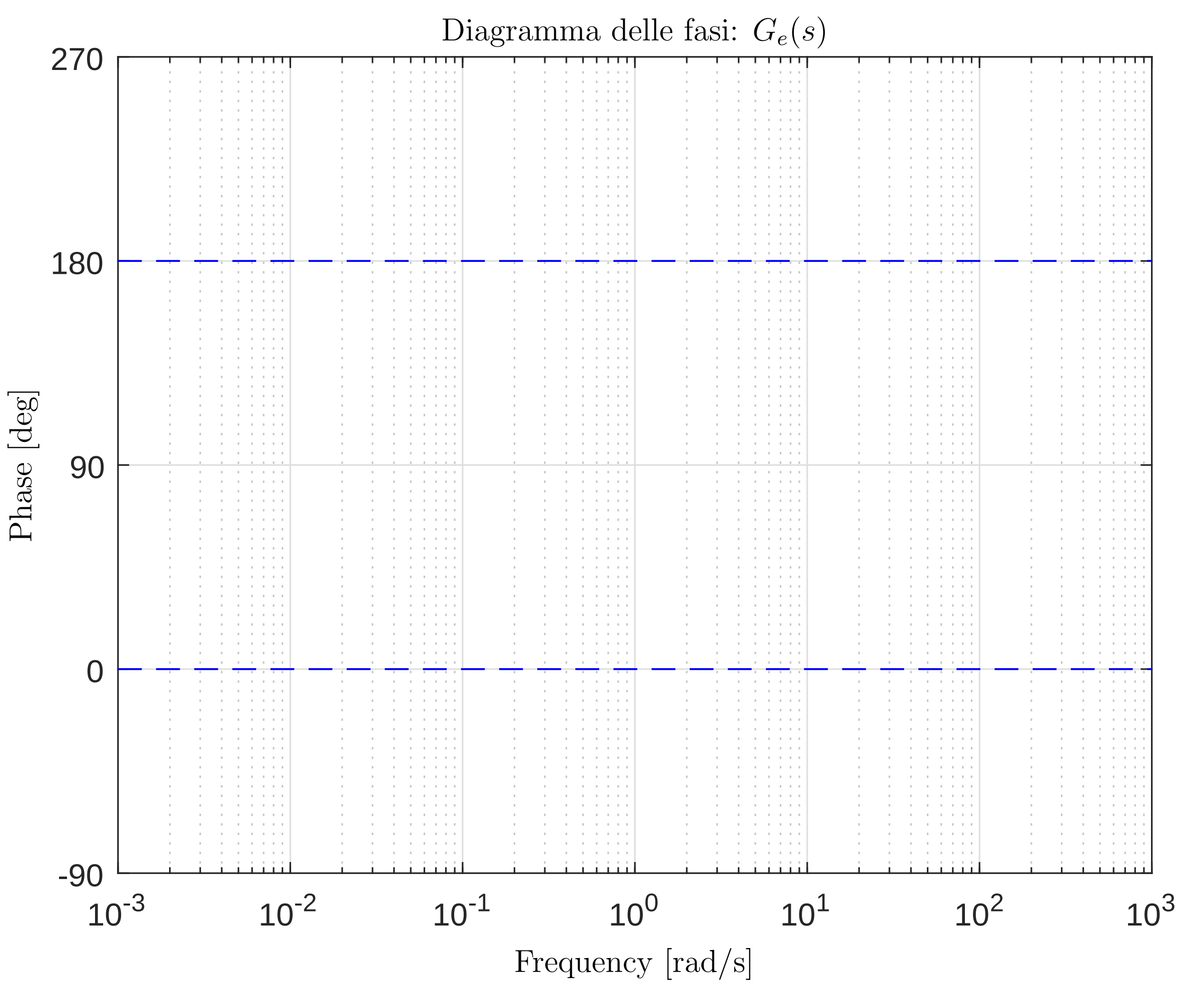


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$
270
180
90
0
-90
Phase [deg]
10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2} 10^{3}
Frequency [rad/s]