

Controlli Automatici - Prima parte
6 Settembre 2024 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. Elet. Telec. Altro.

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

$$x_1(t) = [t^3 - 4 \sin(3t)] e^{-2t},$$

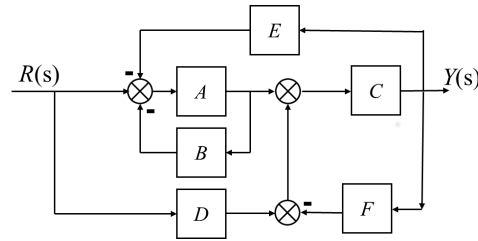
$$x_2(t) = 5\delta(t) + 2 e^{-3t} \cos(5t)$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{8}{s^2(s+2)},$$

$$G_2(s) = 4 e^{-5s} + \frac{3}{s^2 + 81}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$:

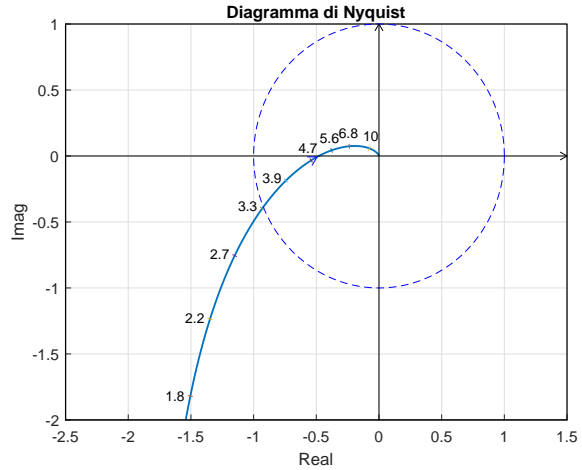
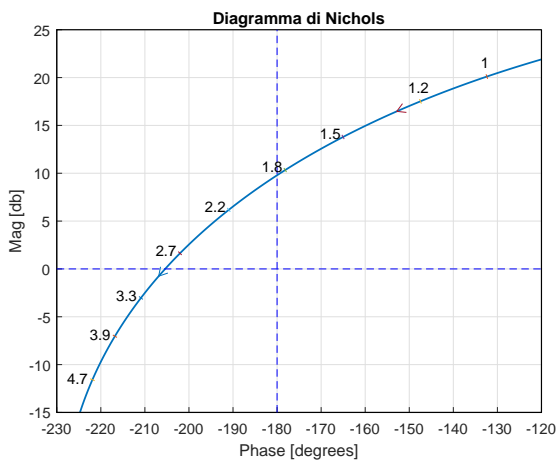


$G(s) = \dots$

c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.

Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

- c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;
- c.2) il margine di fase M_φ del sistema;
- c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 50$;
- c.4) la risposta a regime $y_r(t)$ del sistema $G(s)$ ad un ingresso sinusoidale $x(t) = 3 \sin(2.7t)$;



c.1) $M_a = \dots\dots\dots$

c.1) $M_a = \dots\dots\dots$

c.2) $M_\varphi = \dots\dots\dots$

c.2) $M_\varphi = \dots\dots\dots$

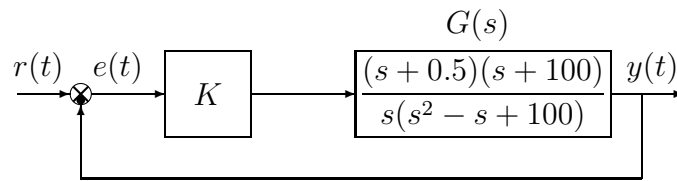
c.3) $K_\varphi = \dots\dots\dots$

c.3) $K_\varphi = \dots\dots\dots$

c.4) $y_r(t) = \dots\dots\dots$

c.4) $y_r(t) = \dots\dots\dots$

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:

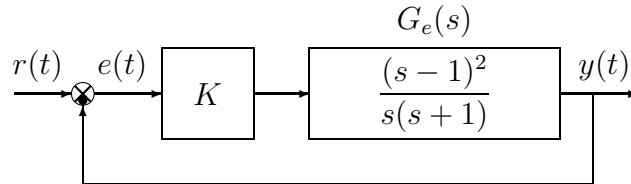


d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist “completo” della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a di un eventuale asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l’asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^* .

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



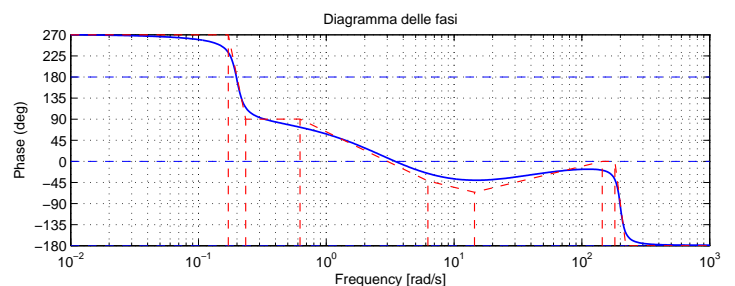
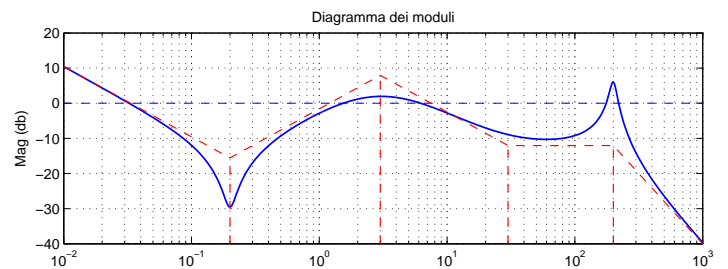
e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist “completo” della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a dell’eventuale asintoto verticale e le eventuali intersezioni σ_i^* con il semiasse reale negativo.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l’espressione analitica della funzione $G(s)$.



$G(s) = \dots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ .

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. Elet. Telec. Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

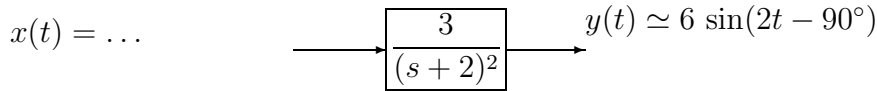
1. Scrivere, in funzione dei segnali $x(t)$ e $y(t)$, l'equazione differenziale corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{(s+2)^2}{s^3 + 3s^2 + 5s + 2} \rightarrow \dots$$

2. Sia $F(s)$ la trasformata di Laplace del segnale $f(t)$. Fornire l'enunciato del "Teorema della traslazione in s ":

$$\mathcal{L}[e^{-at}f(t)] =$$

3. Calcolare il segnale sinusoidale in ingresso $x(t)$ del seguente sistema quando in uscita, a regime, è presente il segnale sinusoidale $y(t)$:



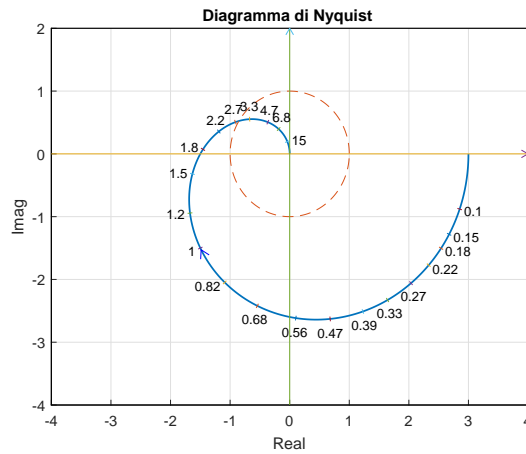
4. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $\frac{3(1-s)}{(s+1)^2}$.

Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K :

- $K_1^* < K < K_2^* < 0$;
- $K_1^* < K < K_2^*$;
- $0 < K_1^* < K < K_2^*$;
- $(K < K_1^*) \cup (K > K_2^*)$;

Indicare i valori dei parametri K_1^* e K_2^* :

$$K_1^* = \dots \quad K_2^* = \dots$$



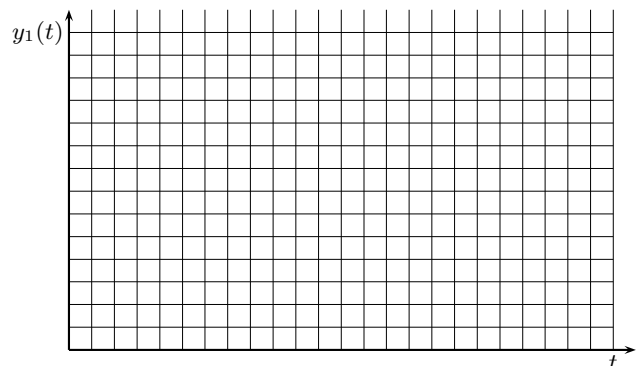
5. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{100(15 + 0.7s)(s^2 + 12s + 400)}{(5s + 23)(0.3s + 4)(s^2 + 18s + 225)(s^2 + 0.5s + 25)}$$

Calcolare inoltre:

- a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \rightarrow \infty$;
- b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
- c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$;

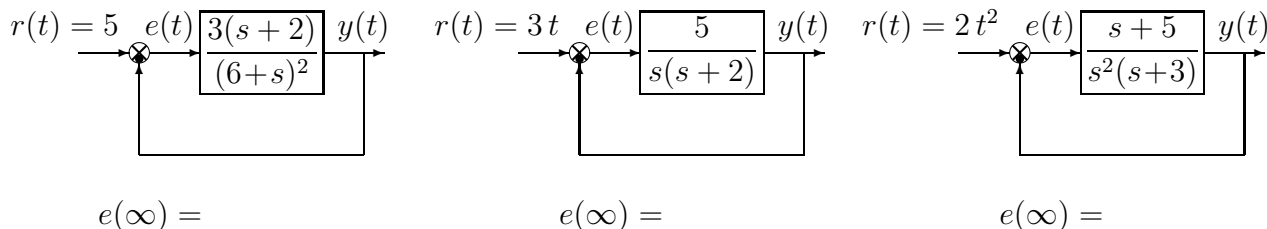
$$y_\infty = \quad T_a \simeq \quad T_\omega \simeq$$



6. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t \rightarrow 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{5(s-3)(2s+1)}{s(s^2+4s+6)} \quad \rightarrow \quad y_0 = \quad \quad \quad y_\infty =$$

7. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:



8. In figura sono mostrati i diagrammi di Bode di un sistema lineare $G(s)$. Nei limiti della precisione del grafico, calcolare:

- a) la posizione dei poli dominanti $p_{1,2}$ del sistema $G(s)$:

$$p_{1,2} \simeq \dots\dots$$

- b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino del sistema $G(s)$:

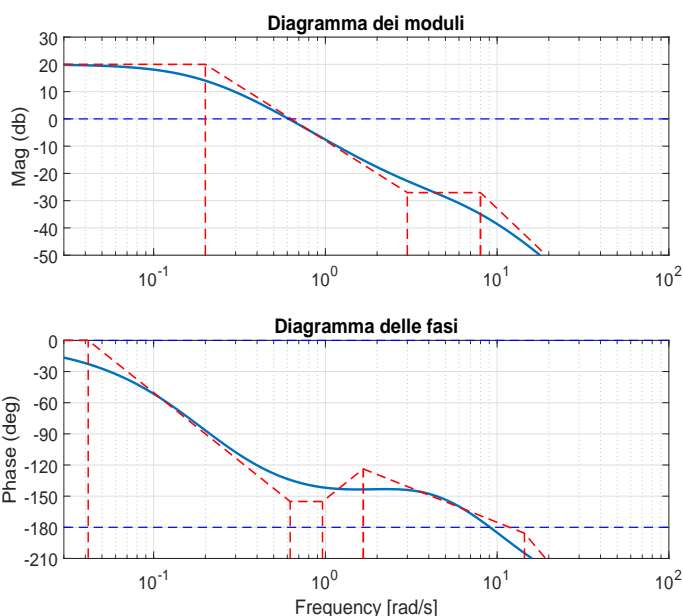
$$T_a \simeq \dots\dots$$

- c) i margini di stabilità del sistema $G(s)$:

$$M_\varphi \simeq \dots\dots, \quad M_a \simeq \dots\dots$$

- d) l'errore a regime e_p del sistema retroazionato per ingresso a gradino unitario:

$$e_p = \dots\dots$$



9. Il picco di risonanza M_R di un sistema del 2° ordine è:

$$\textcircled{\hspace{1cm}} M_R = \frac{\delta}{2\sqrt{1-\delta^2}} \quad \textcircled{\hspace{1cm}} M_R = \frac{1}{2\delta\sqrt{1-\delta^2}} \quad \textcircled{\hspace{1cm}} M_R = \frac{1}{2\delta\sqrt{1-2\delta^2}} \quad \textcircled{\hspace{1cm}} M_R = \frac{\delta}{2\sqrt{1-2\delta^2}}$$

10. La formula di Bode per il calcolo della fase di un sistema a partire dal diagramma delle ampiezze

- è una formula approssimata è valida per i sistemi lineari stabili
 è una formula esatta è valida per i sistemi a fase minima

11. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $5\dot{y}(t) + 3y(t) = 0$ partendo dalla condizione iniziale $y(0) = 2$.

$$Y(s) = \quad \quad \quad y(t) =$$

12. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s-3)(2s+5)}{s(s+4)} e^{-3s} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

Diagramma dei moduli: $G_d(s)$

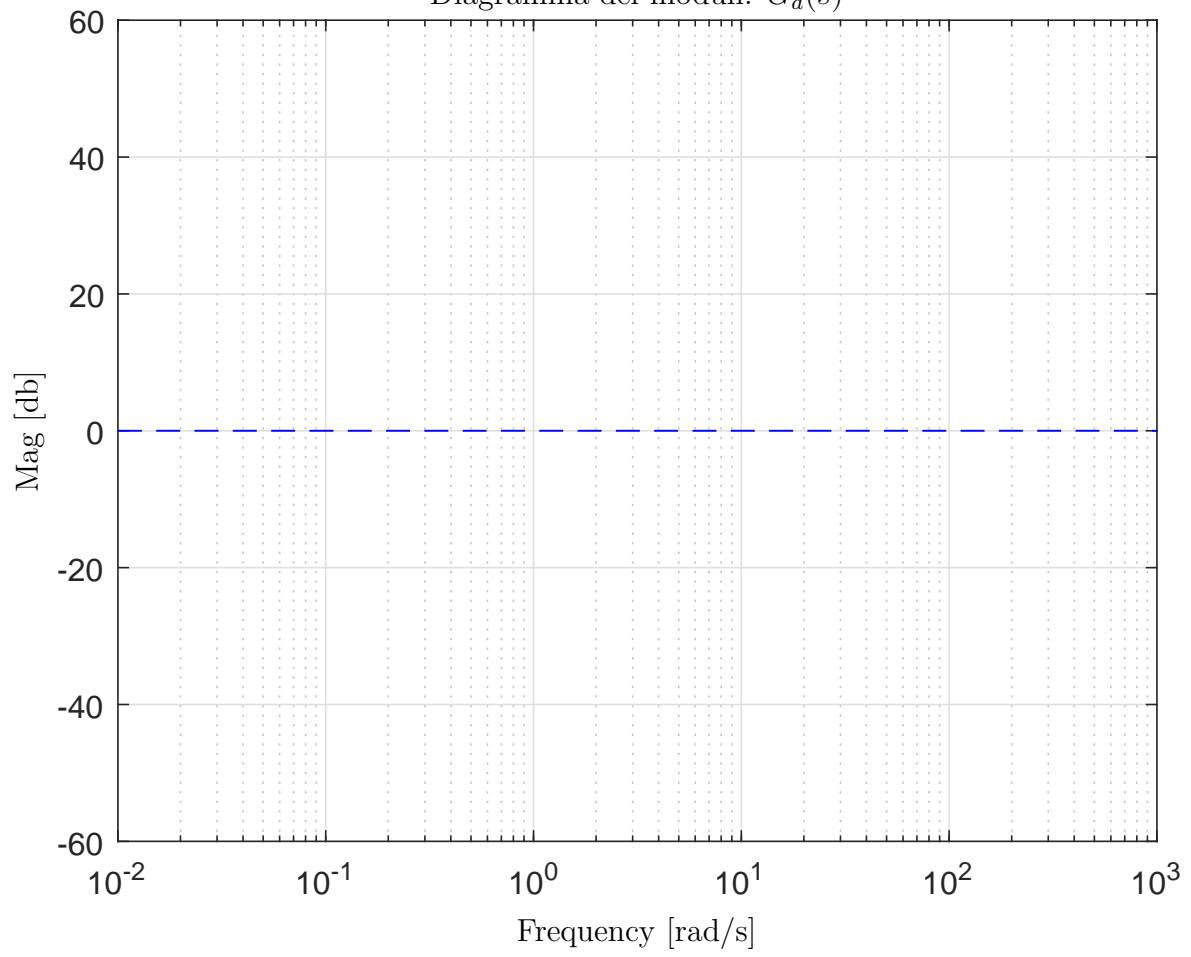


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$

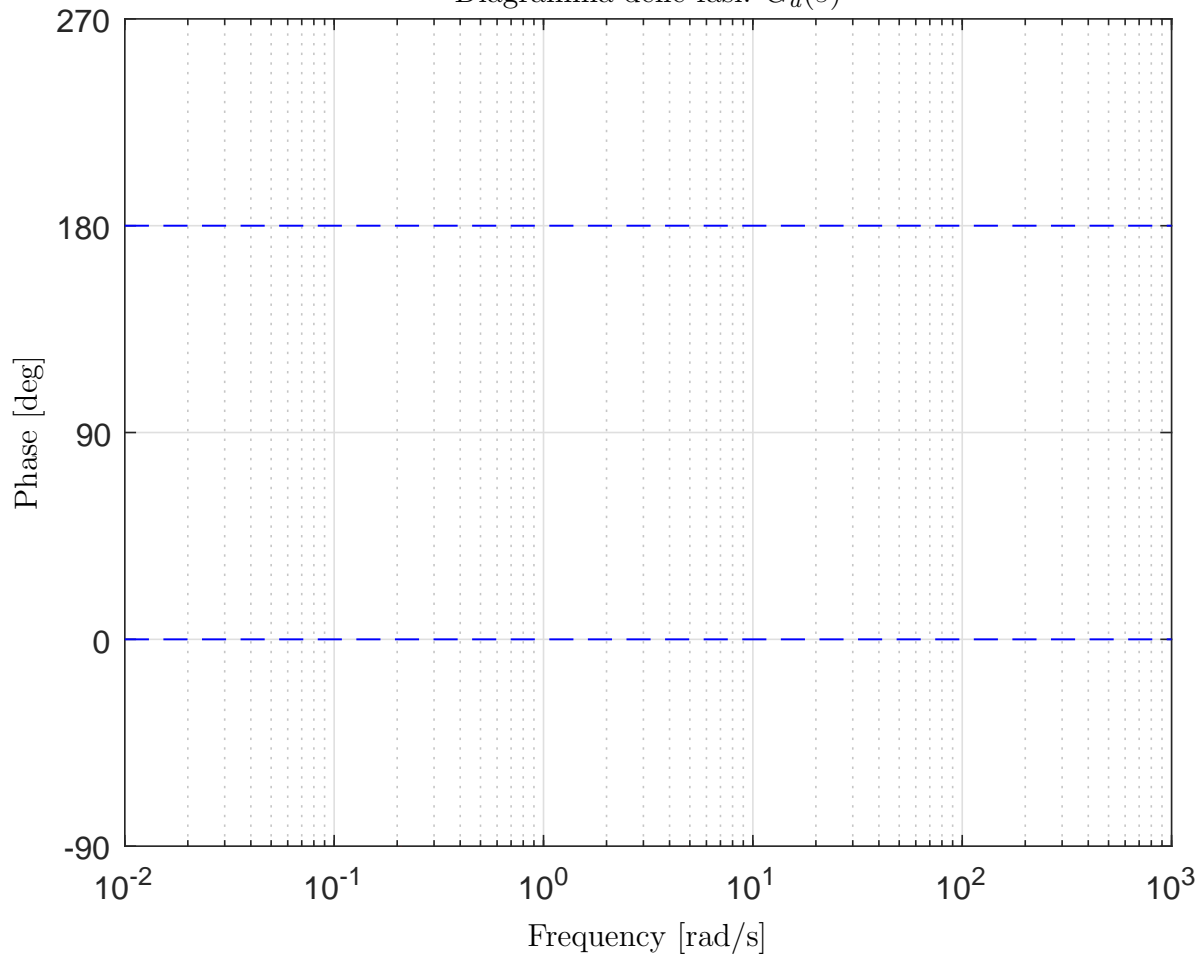


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$

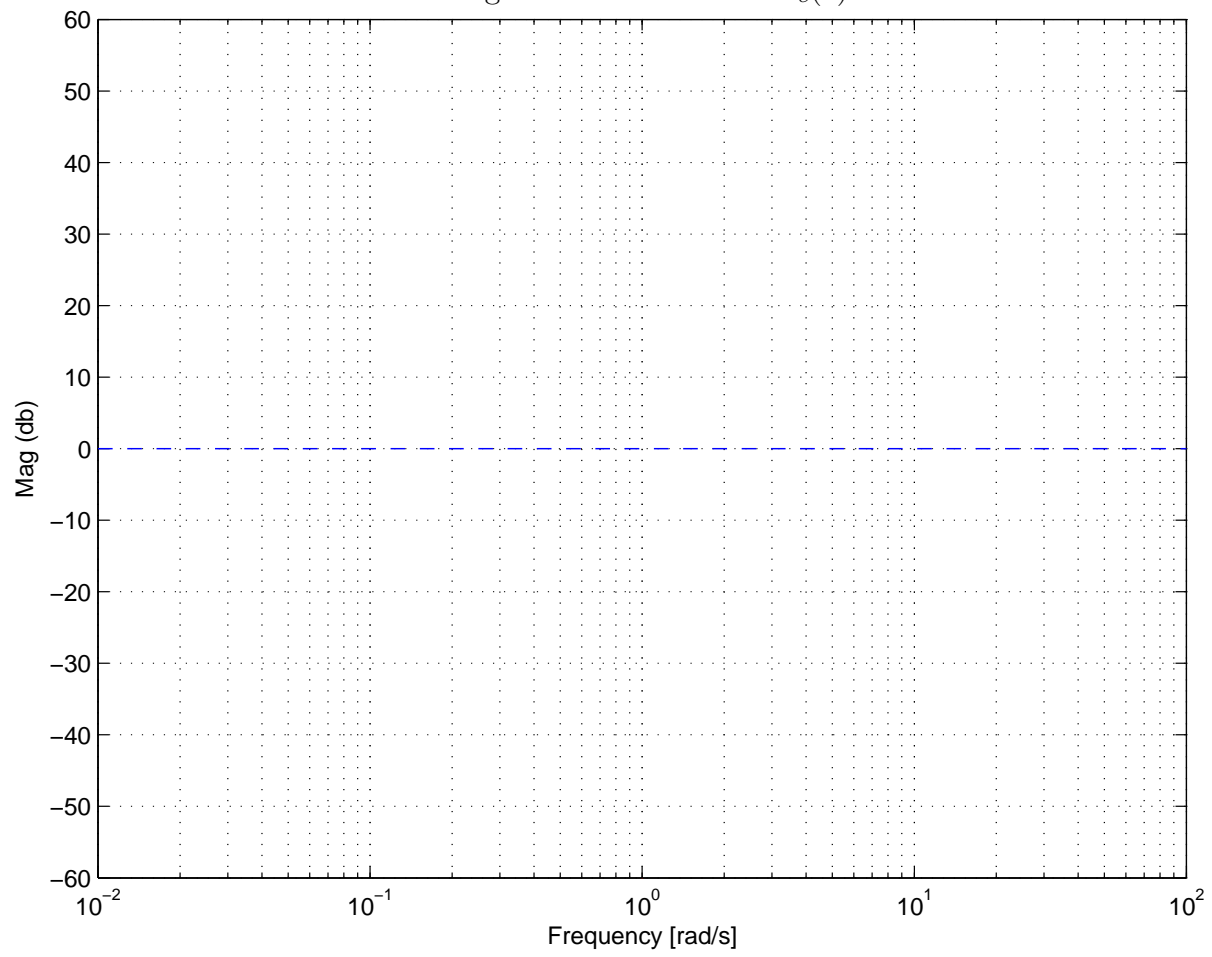


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$

