Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Controlli Automatici - Prima parte
4 Settembre 2025 - Esercizi

Si risolvano i seguenti esercizi.

a.1) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

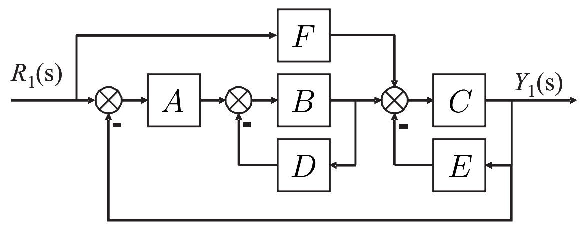
$$x_1(t) = [4 - 3\cos(5\,t)]\,e^{-2\,t}, \qquad\qquad x_2(t) = t^2\,e^{-3\,t}$$

a.2) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{2}{s(s+1)(1+2\,s)}, \qquad\qquad G_2(s) = 2 + \frac{5}{(s+3)^2 + 25}$$

b) Relativamente allo schema a blocchi di figura, calcolare la funzione di trasferimento $G(s) = \frac{Y_1(s)}{R_1(s)}$:

$G(s) = \ldots$



c) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici, calcolare:

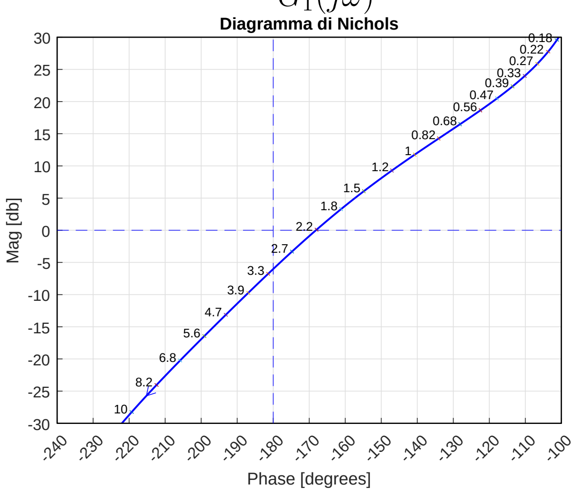
c.1) il margine di ampiezza M_a del sistema;

c.2) il margine di fase M_φ del sistema;

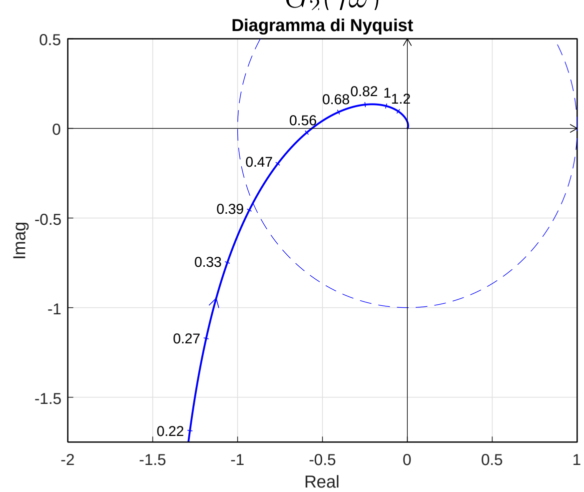
c.3) il guadagno K_φ per cui il sistema $K_\varphi\,G(s)$ ha un margine di fase $M_\varphi = 45$;

c.4) il guadagno K_α per cui il sistema $K_\alpha\,G(s)$ ha un margine di ampiezza $M_\alpha = 5$;

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

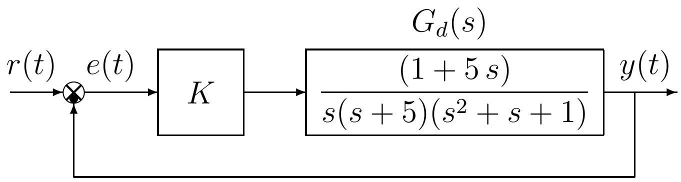
c.1) $M_a =$.........

c.2) $M_\varphi =$ ....

c.3) $K_\varphi =$ ....

c.4) $K_\alpha =$ ....

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato:

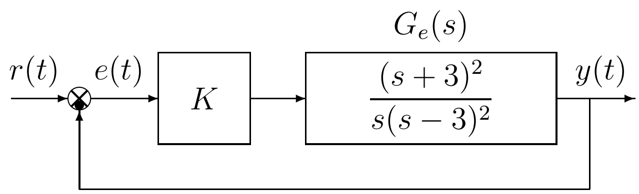


d.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

d.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_d(s)$.

d.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_d(s)$.

e) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



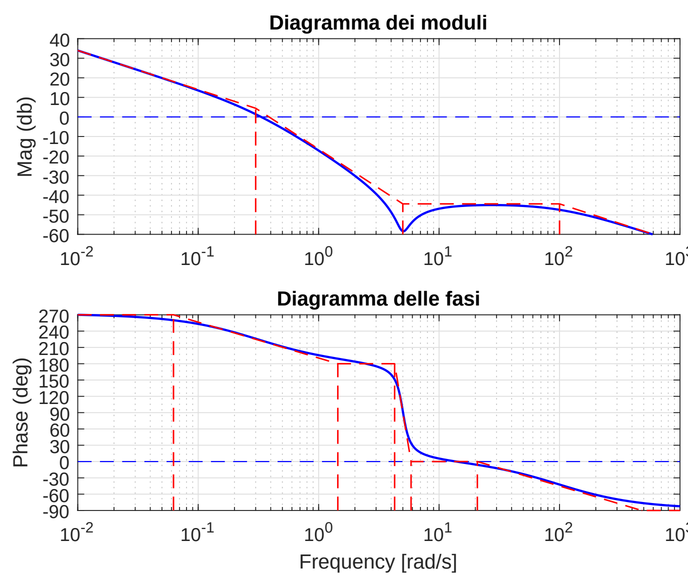
e.1) Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

e.2) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G_e(s)$.

e.3) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G_e(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a dell'asintoto verticale.

f) Si faccia riferimento ai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ mostrati in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico, ricavare l'espressione analitica della funzione $G(s)$.



$G(s) = \ldots$

Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

Controlli Automatici - Prima parte

4 Settembre 2025 - Domande

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Si risponda alle seguenti domande.

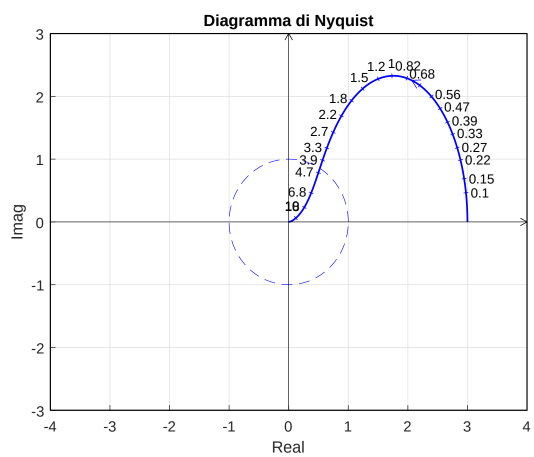
1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente l'equazione differenziale:

$$\dddot{y} + 2\ddot{y} + \alpha\,\dot{y} + 4\,y = \ddot{x} + 5\,\dot{x} + 3\,x \qquad \rightarrow \qquad G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} =$$

2. Un sistema $G(s)$ retroazionato è asintoticamente stabile se e solo se :

◯ il margine di fase $M_\varphi > 0$; ◯ il margine di ampiezza $M_a > 0$;
◯ il margine di fase $M_\varphi > 1$; ◯ il margine di ampiezza $M_a > 1$;

3. Sia dato il diagramma di Nyquist (vedi figura) della seguente funzione $G(s) = \frac{50(s+0.6)}{(1-s)(s+1)(s+10)}$. Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

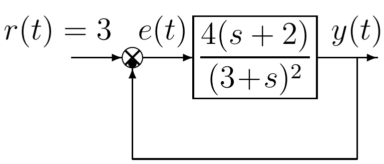


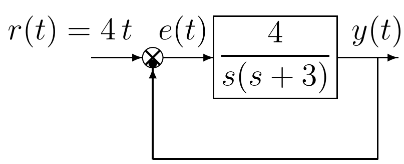
◯ $(K^* < K < 0)$;
◯ $(0 < K < K^*)$;
◯ $(K < K^*,\ K^* < 0)$;
◯ $(K > K^*,\ K^* > 0)$;

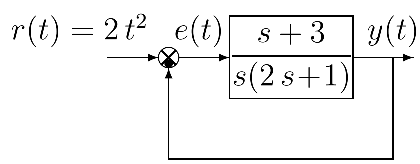
Calcolare il valore limite K^*:

$$K^* = \dots$$

4. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:



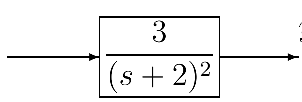




$e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$

5. Calcolare il segnale sinusoidale in ingresso $x(t)$ del seguente sistema quando in uscita, a regime, è presente il segnale sinusoidale $y(t)$:

$x(t) = \dots$



$y(t) \simeq 6\,\sin(2t - 90°)$

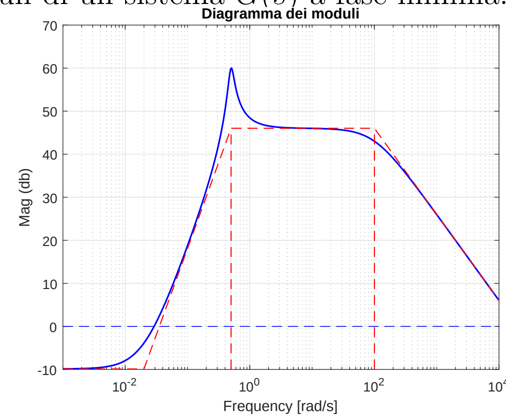
6. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+} y(t)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{5\,(s-3)(2s+1)}{s(s^2+4s+6)} \qquad \rightarrow \qquad y_0 = \qquad\qquad y_\infty =$$

7. Calcolare i parametri a, b e c della funzione di trasferimento $G(s)$ caratterizzata da un guadagno statico $G(0) = 2$, da una pulsazione naturale $\omega_n = 5$ e da un tempo di assestamento $T_a = 2$ s alla risposta al gradino:

$$G(s) = \frac{a}{s^2 + b\,s + c} \qquad \rightarrow \qquad a = \dots \qquad b = \dots \qquad c = \dots$$

8. Si faccia riferimento al diagramma di Bode dei moduli di un sistema $G(s)$ a fase minima.



Utilizzando la formula di Bode, calcolare in modo approssimato la fase φ del sistema $G(s)$ in corrispondenza delle seguenti pulsazioni ω:

$\omega_1 = 0.02 \quad \rightarrow \quad \varphi_1 \simeq$

$\omega_2 = 0.5 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 \simeq$

$\omega_3 = 100 \quad \rightarrow \quad \varphi_3 \simeq$

$\omega_4 = 2000 \quad \rightarrow \quad \varphi_4 \simeq$

9. Sia $F(s)$ la trasformata di Laplace del segnate $f(t)$. Fornire l'enunciato del "Teorema della traslazione in s":

$$\mathcal{L}[e^{-a\,t} f(t)] =$$

10. Calcolare l'evoluzione libera del sistema $5\dot{y}(t) + 2\,y(t) = 0$ con condizione iniziale $y(0) = 3$.

$Y(s) =$ $\qquad\qquad$ $y(t) =$

11. L'equazione differenziale $\ddot{y} + 3\,y^2 = 5\,x$, dove x è l'ingresso e y è l'uscita, è:

◯ stazionaria $\qquad$ ◯ lineare

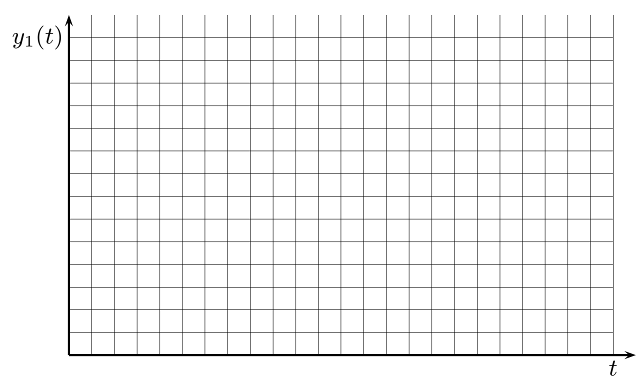
◯ non stazionaria $\qquad$ ◯ non lineare

12. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del seguente sistema:

$$G(s) = \frac{160(2 + 0.3s)(s^2 + 10s + 40^2)}{(2s + 16)(2s + 15)^2(s^2 + 12s + 100)(s^2 + 0.6s + 16)}$$

Calcolare inoltre:
a) il valore a regime y_∞ della risposta al gradino per $t \rightarrow \infty$;
b) il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino $y_1(t)$;
c) il periodo T_ω dell'eventuale oscillazione smorzata presente sul segnale $y_1(t)$:

$y_\infty =$ $\qquad$ $T_a \simeq$ $\qquad$ $T_\omega \simeq$



13. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s-3)(2\,s+5)}{s(s+4)}\, e^{-3\,s} \qquad \rightarrow \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

Diagramma dei moduli: $G_d(s)$

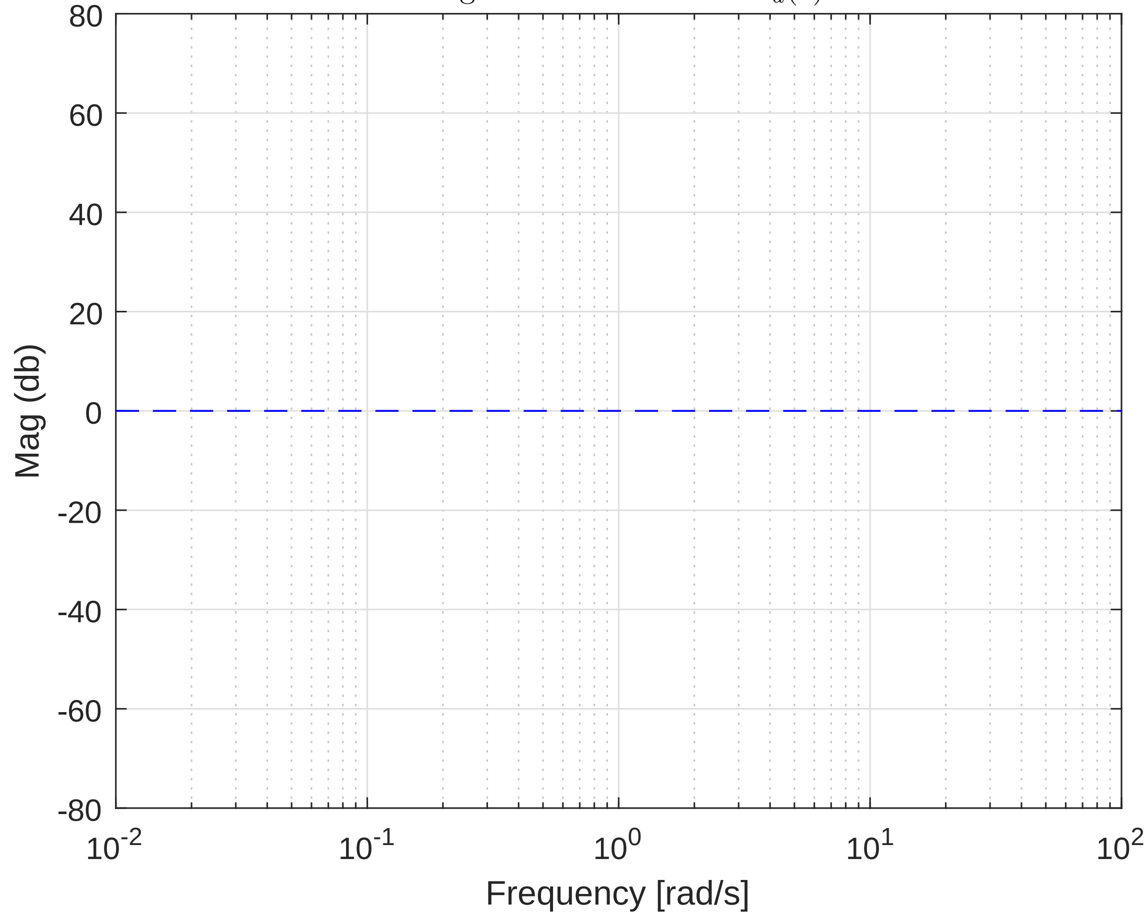


Diagramma delle fasi: $G_d(s)$

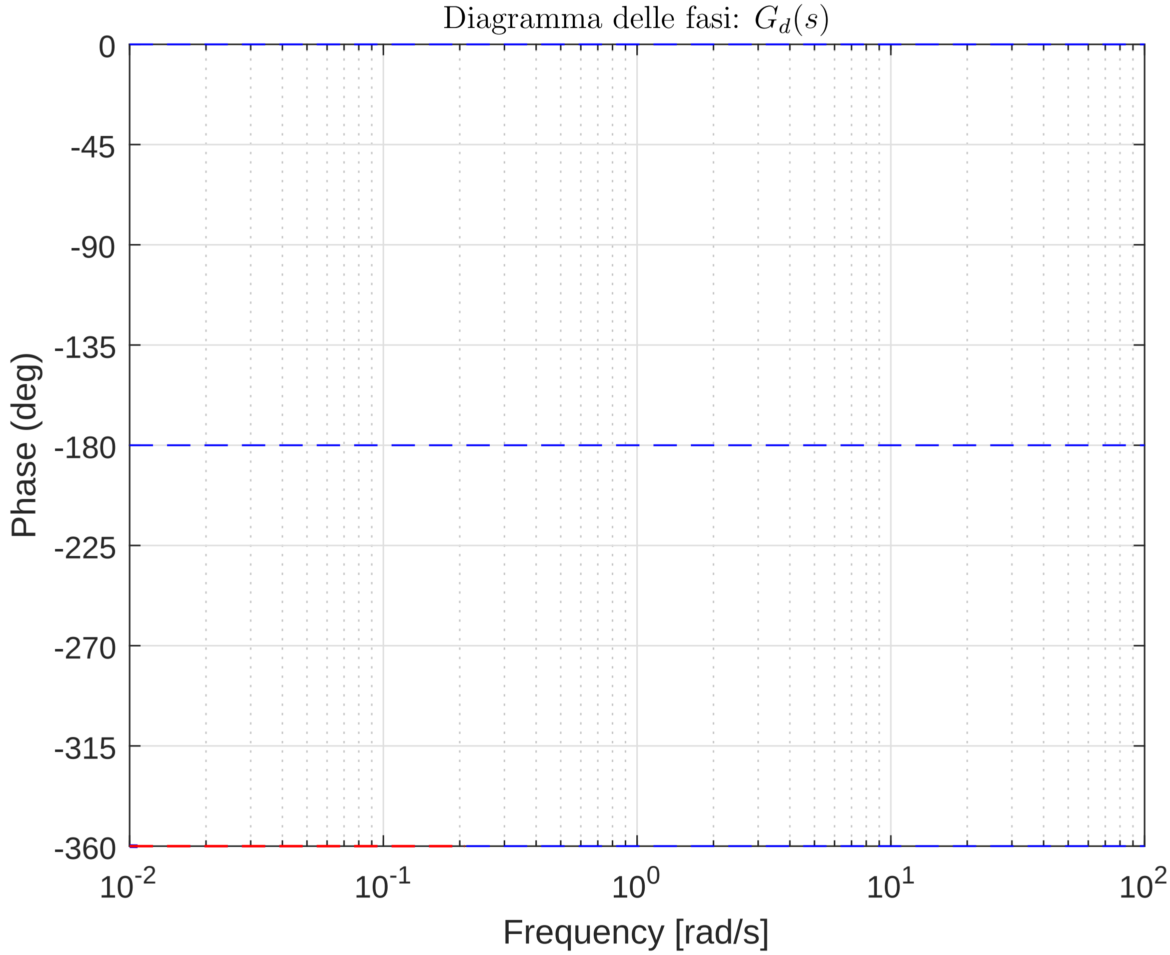


Diagramma dei moduli: $G_e(s)$

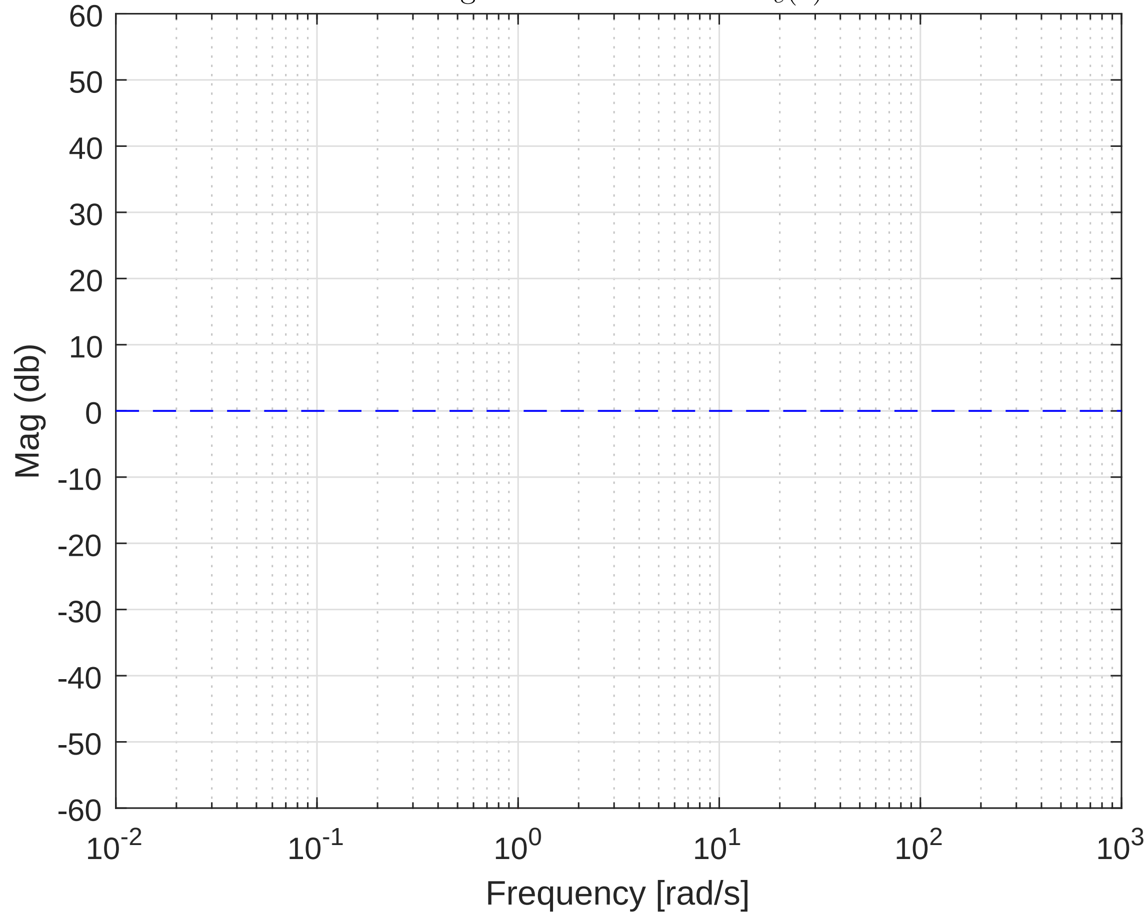


Diagramma delle fasi: $G_e(s)$