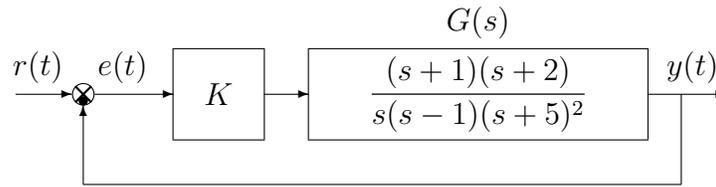


Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



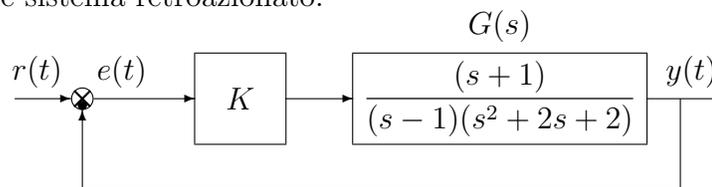
a.1) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $K > 0$ . Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.

a.2) Sia data la seguente equazione caratteristica:

$$\alpha s^3 + (1 + 2\alpha)s^2 + 5s + 4 = 0$$

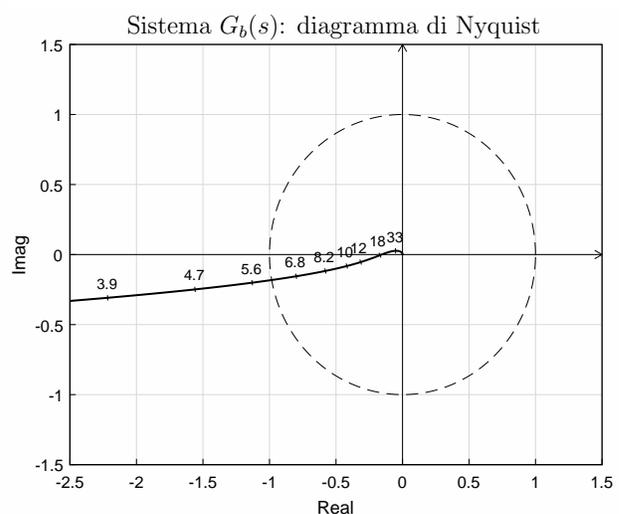
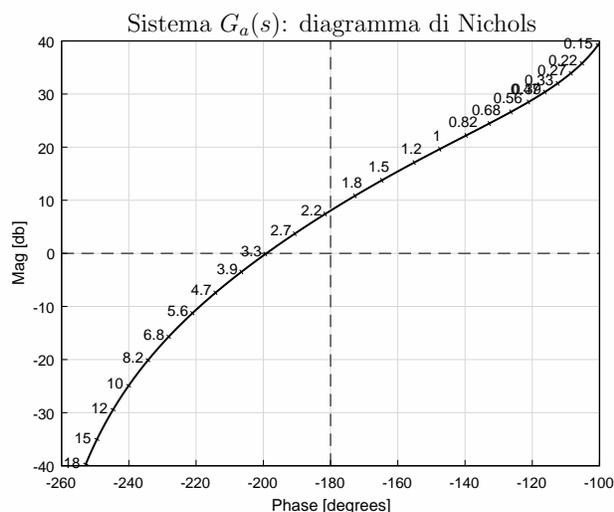
Utilizzando la metodologia del contorno delle radici mostrare come si spostano sul piano complesso le radici dell'equazione caratteristica al variare di  $\alpha > 0$ . Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.

a.3) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $K > 0$ . Determinare esattamente la posizione degli asintoti, le intersezioni  $\omega^*$  con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno  $K^*$ . Determinare per quale valore di  $K$  il sistema retroazionato presenta il minimo tempo di assestamento.

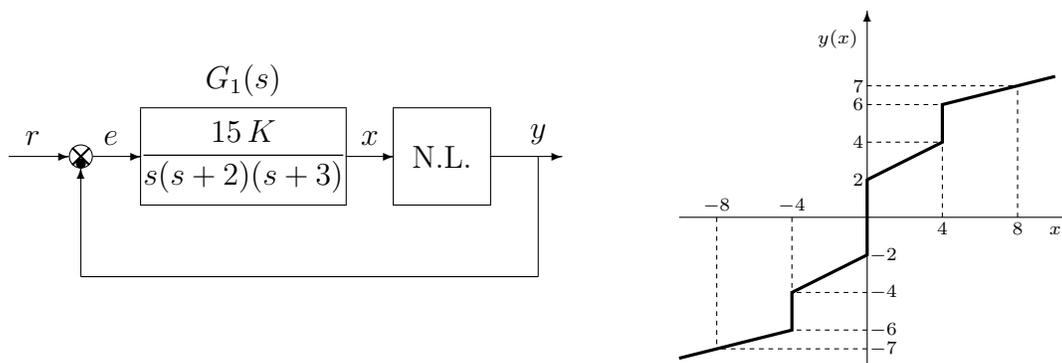
b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi  $G_a(s)$  e  $G_b(s)$ :



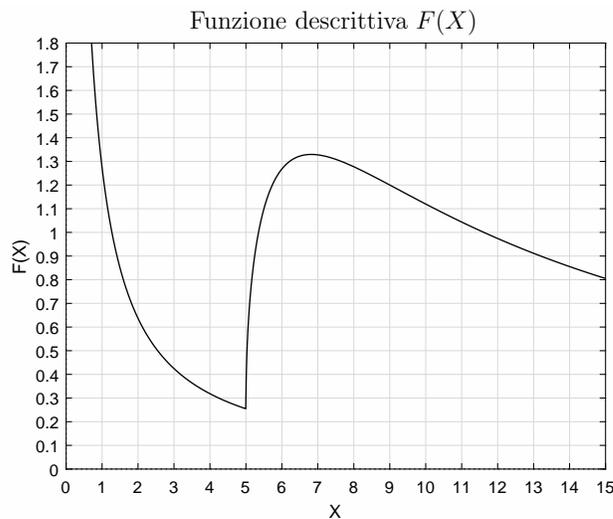
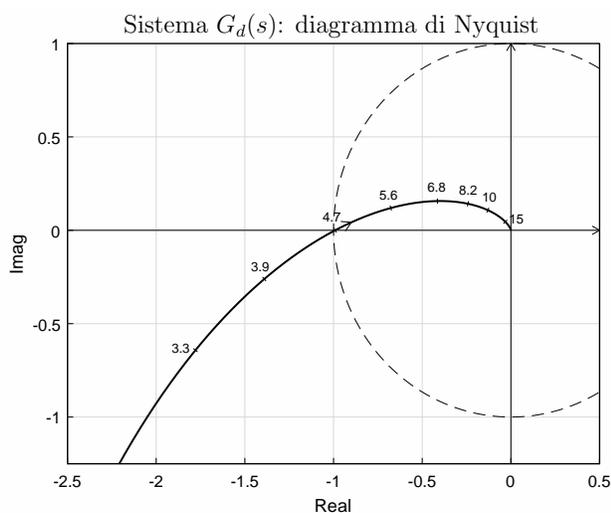
b.1) Per il sistema  $G_a(s)$ , progettare una rete ritardatrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza  $M_a = 10$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno.

b.2) Per il sistema  $G_b(s)$ , progettare una rete correttiva in modo da garantire al sistema compensato un margine di fase  $M_\varphi = 45^\circ$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno.

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



- c.1) Posto  $K = 1$ , determinare per quali valori  $r_1$  ed  $r_2$  dell'ingresso  $r$  i punti di lavoro del sistema retroazionato sono posizionati in  $(x_0, y_0) = (0, 0)$  e in  $(x_1, y_1) = (-2, -3)$ .
  - c.2) Posto  $K = 1$  ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile o meno nell'intorno del punto  $(x_1, y_1) = (-2, -3)$ .
  - c.3) Fornire l'espressione esatta della funzione descrittiva  $F(X)$  della non linearità  $y(x)$  nell'intorno del punto  $(0, 0)$  per  $X \leq 4$ . Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva  $F(X)$  per  $X > 0$ . Utilizzare le variabili  $m_1, m_2, \dots$  per rappresentare gli eventuali valori minimi e massimi "non noti" della funzione  $F(X)$ .
  - c.4) Discutere "qualitativamente", in funzione dei parametri  $m_1, m_2, \dots$ , l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno  $K > 0$ .
- d) Sia dato il diagramma di Nyquist di un sistema  $G_d(s)$  posto in retroazione negativa su di una non linearità  $y = y(x)$  di cui viene fornita la funzione descrittiva  $F(X)$ .



- d.1) Nei limiti della precisione dei grafici forniti, determinare l'ampiezza  $X^*$ , la pulsazione  $\omega^*$  e la stabilità degli eventuali cicli limite presenti nel sistema retroazionato.
  - d.2) Progettare i parametri  $\tau_1$  e  $\tau_2$  di una rete correttiva  $C_d(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$  da mettere in cascata al sistema  $G_d(s)$  in modo che il sistema retroazionato abbia un ciclo limite stabile di ampiezza  $X^* = 1$  in corrispondenza della pulsazione  $\omega^* = 6.8$ .
- e) Utilizzando il metodo della "trasformazione bilineare", discretizzare la funzione

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{2 + s}{1 + 2s}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento  $T = 0.1$ .

- f) Partendo da condizioni iniziali nulle, calcolare la risposta  $y(n)$  della seguente equazione alle differenze

$$y(n + 1) = 0.4y(n) + x(n)$$

quando in ingresso è presente la successione periodica  $x(n) = (-1)^n$ .

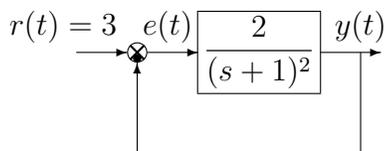
Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

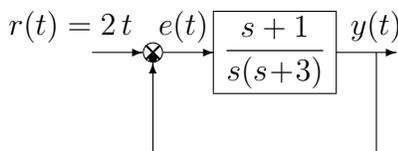
1. Scrivere l'equazione alle differenze corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{5 + 3z^{-1} + z^{-2}}{1 + 2z^{-1} + 4z^{-2} + 6z^{-3}} \quad \rightarrow$$

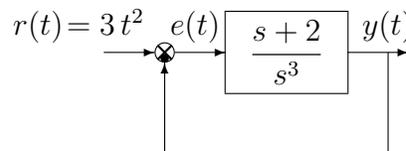
2. Calcolare l'errore a regime  $e(\infty)$  per i seguenti sistemi retroazionati:



$$e(\infty) =$$



$$e(\infty) =$$



$$e(\infty) =$$

3. Sia  $X(z) = \mathcal{Z}[x(k)]$  la  $\mathcal{Z}$ -trasformata della successione  $x(k)$ . Per  $n = 1, 2, \dots$ , enunciare il teorema della traslazione nel tempo nei seguenti 2 casi: a) ritardo e b) anticipo:

$$a) \mathcal{Z}[x(k-n)] =$$

$$b) \mathcal{Z}[x(k+n)] =$$

4. Calcolare le successioni discrete  $x(k)$  corrispondenti alle seguenti funzioni complesse  $X(z)$ :

$$X(z) = \frac{5z}{(z - e^{-2T})} \quad \rightarrow \quad x(k) =$$

$$X(z) = \frac{2Tz}{(z-1)^2} \quad \rightarrow \quad x(k) =$$

5. a) Sia data la seguente equazione caratteristica:

$$1 + \tau G_1(s) = 0, \quad 1 + \tau \frac{(s-2)^2}{s} = 0$$

Disegnare qualitativamente il contorno delle radici di  $G_1(s)$  al variare del parametro  $\tau > 0$ .

b) Determinare la posizione dei punti di diramazione presenti sull'asse reale:

$$\sigma_1 =$$

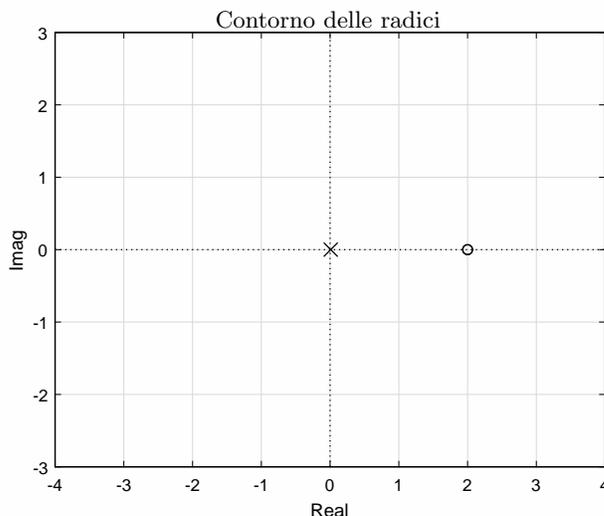
$$\sigma_2 =$$

c) Determinare per quale valore  $\bar{\tau}$  di  $\tau$  almeno una delle due soluzioni dell'equazione caratteristica si trova nella posizione  $p = -2$ :

$$\bar{\tau} =$$

d) Determinare per quali valori di  $\tau$  l'equazione caratteristica ha tutte le radici a parte reale negativa:

$$\dots = \tau_1^* < \tau < \tau_2^* = \dots$$



6. Scrivere il margine di ampiezza  $K^*$  e la pulsazione  $\omega^*$  di attraversamento del semiasse reale negativo del seguente sistema a ritardo finito:

$$G(s) = \frac{e^{-t_0 s}}{\alpha s} \quad \rightarrow \quad K^* = \quad \omega^* =$$

7. Sia  $G(z)$  la  $\mathcal{Z}$ -trasformata della successione numerica  $g(k)$ . Scrivere gli enunciati dei teoremi del valore iniziale e del valore finale:

$$g(0) = g(k)|_{k=0} = \quad \quad \quad g(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} g(k) =$$

8. La funzione discreta  $D(z)$  riportata sotto è stata ottenuta dalla funzione  $D(s)$  utilizzando il metodo della corrispondenza poli-zeri. Calcolare il parametro  $k$  imponendo l'uguaglianza dei guadagni alle alte frequenze:

$$D(s) = \frac{s+3}{s} \quad \rightarrow \quad D(z) = k \frac{z - e^{-3T}}{z - 1} \quad \rightarrow \quad k =$$

9. Per poter applicare il criterio del cerchio, la caratteristica non lineare  $y(x)$  deve:

- essere simmetrica rispetto all'origine       passare per l'origine  
 essere contenuta nel I e nel III quadrante       essere ad un sol valore

10. Il metodo del contorno delle radici studia le curve descritte dalle radici dell'equazione caratteristica al variare (da 0 all'infinito)

- delle sole costanti di tempo relative ad un polo o ad uno zero;  
 di un qualunque parametro che compare nell'equazione caratteristica;  
 di un qualunque parametro che entra linearmente nell'equazione caratteristica.

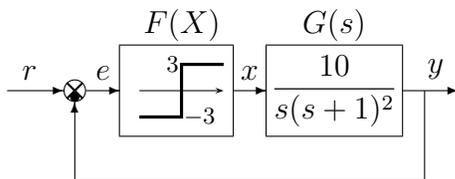
11. Fornire la definizione di larghezza di banda  $\omega_f$  di un sistema dinamico  $G(s)$ :

...

12. Quale dei seguenti parametri della risposta al gradino di un sistema  $G(s)$  è maggiormente influenzato dalla larghezza di banda  $\omega_f$  del sistema stesso:

- tempo di assestamento  $T_a$        tempo di salita  $T_s$   
 massima sovraelongazione  $S$        tempo di ritardo  $T_r$

13. Sia dato il sistema retroazionato riportato qui sotto. Calcolare:



- c) la Funzione descrittiva  $F(X)$  del relé ideale:

$$F(X) =$$

- d) la pulsazione  $\omega^*$  dell'oscillazione autosostenuta presente all'interno del sistema retroazionato:

$$\omega^* =$$

- a) il margine di stabilità  $K^*$  del sistema  $G(s)$ :

$$K^* =$$

- b) L'intersezione  $\sigma_0$  della funzione  $G(j\omega)$  con il semiasse reale negativo:

$$\sigma_0 =$$

- e) l'ampiezza  $X^*$  dell'oscillazione autosostenuta presente all'interno del sistema retroazionato:

$$X^* =$$