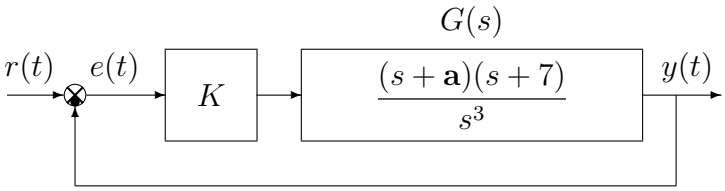
Nr.

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Controlli Automatici B
28 Giugno 2013 - Esercizi

a) Sia dato il seguente sistema retroazionato:

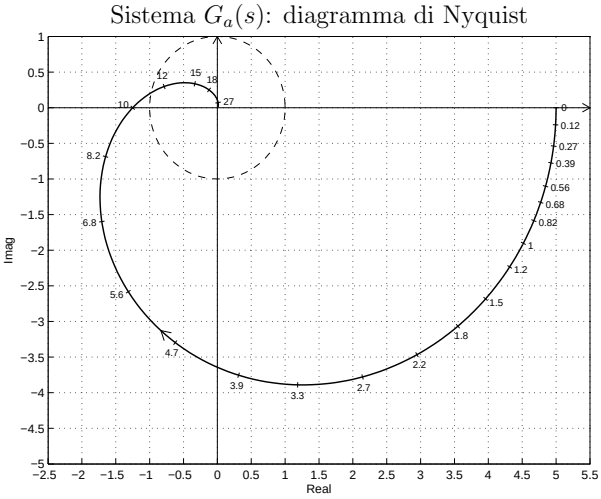


a1) Posto $\mathbf{a} = 3$, tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $K > 0$. Determinare esattamente la posizione degli asintoti, le intersezioni ω^* con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K^*. Determinare esattamente la posizione σ_i dei punti di diramazione del luogo delle radici (Nota: i calcoli sono relativamente "semplici").

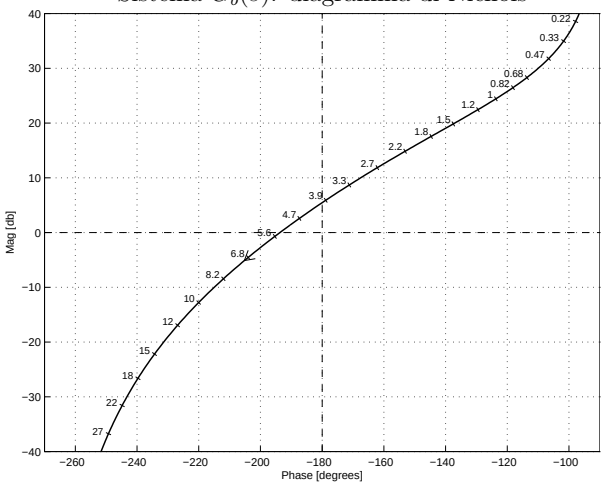
a2) Posto $K = 10$, tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $\mathbf{a} > 0$. Determinare esattamente la posizione e il centro degli asintoti. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione "solo in modo qualitativo". Determinare per quale valore $\bar{\mathbf{a}}$ del parametro $\mathbf{a}$ i poli del sistema retroazionato sono alla massima distanza dall'asse immaginario.

b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:

Sistema $G_a(s)$: diagramma di Nyquist



Sistema $G_b(s)$: diagramma di Nichols

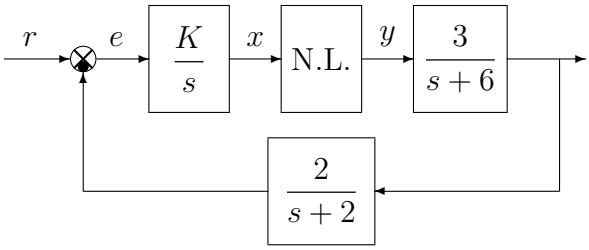


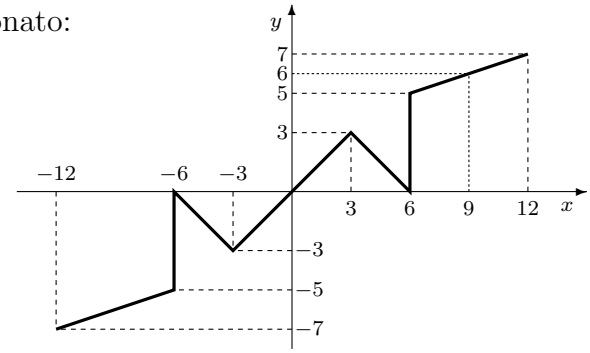
b.1) Per il sistema $G_a(s)$, progettare una rete correttrice $C(s)$ in grado di far passare la funzione di risposta armonica del sistema $C(s)G_a(s)$ per il punto B caratterizzato dalle seguenti coordinate: $B = (-0.5,\ -0.5)$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.

b.2) Per il sistema $G_b(s)$ progettare una rete ritardatrice in grado da garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_a = 5$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.

b.3) Sempre per il sistema $G_b(s)$, progettare i parametri K, τ_1 e τ_2 di una rete correttrice $C(s) = K\,\dfrac{1+\tau_1\,s}{1+\tau_2\,s}$ in modo da garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = 45^o$ e una larghezza di banda del sistema retroazionato $\omega_{f0} = 2.7$.

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





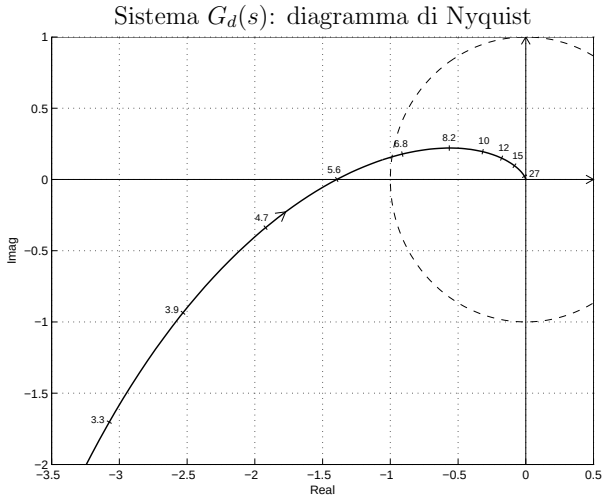
c.1) Posto $K = 1$, determinare per quali valori r_1 ed r_2 dell'ingresso r i punti di lavoro del sistema retroazionato sono posizionati in $(x_1,\, y_1) = (0,\, 0)$ e in $(x_2,\, y_2) = (9,\, 6)$.

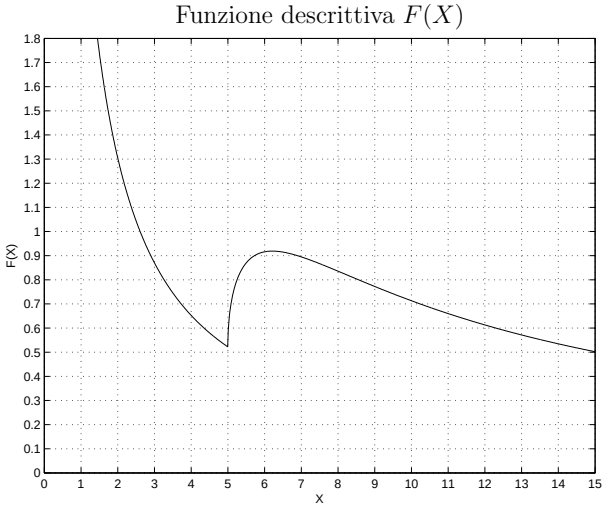
c.2) Posto $K = 1$, $r = r_2$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile o meno nell'intorno del punto $(x_2,\, y_2) = (9,\, 6)$.

c.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità $y(x)$ nell'intorno del punto $(0,\, 0)$. Utilizzare le variabili $m_0,\ m_1,\ m_2,\ \ldots$ per rappresentare gli eventuali valori minimi e massimi "non noti" della funzione $F(X)$.

c.4) Discutere "qualitativamente", anche in funzione dei parametri $m_0,\ m_1,\ m_2,\ \ldots$, l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

d) Sia dato il diagramma di Nyquist di un sistema $G_d(s)$ posto in retroazione negativa su di una non linearità $y = y(x)$ di cui viene fornita la funzione descrittiva $F(X)$.





d.1) Nei limiti della precisione dei grafici forniti, determinare l'ampiezza X^*, la pulsazione ω^* e la stabilità degli eventuali cicli limite presenti nel sistema retroazionato.

d.2) Progettare i parametri τ_1 e τ_2 di una rete correttrice $C_d(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$ da mettere in cascata al sistema $G_d(s)$ in modo che il sistema retroazionato abbia un ciclo limite stabile di ampiezza $X^* = 2$ in corrispondenza della pulsazione $\omega^* = 3.9$.

e) Partendo da condizione iniziale $y(0) = 1$, calcolare la risposta $y(n)$ del seguente sistema dinamico discreto:

$$y(n+1) + 0.5\, y(n) = 2\, x(n)$$

quando in ingresso è presente un gradino di ampiezza unitaria $x(n) = 1$.

f) Utilizzando il metodo della corrispondenza poli-zeri, discretizzare la seguente rete correttrice

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{2\,s + 1}{s + 2}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.2$ e si imponga l'uguaglianza dei guadagni statici.

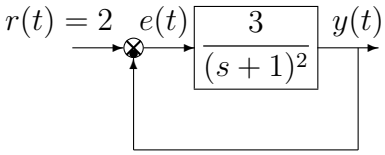
Nr. ☐

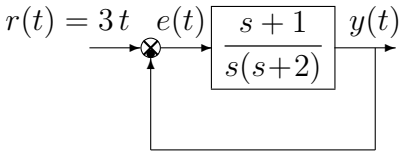
Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

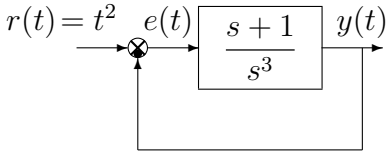
Controlli Automatici B
28 Giugno 2013 - Domande Teoriche

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. La risposta al test è considerata corretta solo se tutte le affermazioni corrette sono state contrassegnate.

1. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:







$e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$

2. Scrivere l'equazione alle differenze corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{5 + 3\,z^{-1}}{1 + 2\,z^{-1} + 4\,z^{-2}} \qquad \rightarrow$$

3. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un regolatore standard PID e a fianco disegnare qualitativamente il corrispondente diagramma di Bode dei moduli nell'ipotesi di zeri reali distinti:

$G(s) =$

4. Scrivere la funzione descrittiva $F(X)$ di un relè ideale di ampiezza Y:

$F(X) =$

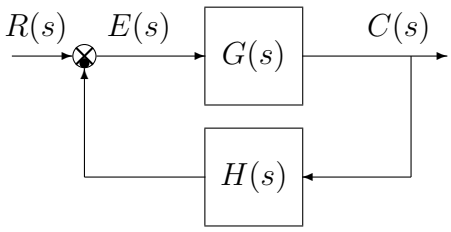
5. La trasformazione bilineare è definita come segue:

○ $s = \frac{2}{T}\frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}$ $\qquad$ ○ $s = \frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ $\qquad$ ○ $s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$ $\qquad$ ○ $s = \frac{2}{T}\frac{z+1}{z-1}$

6. Sia $G(z)$ la $\mathcal{Z}$-trasformata della successione numerica $g(k)$. Scrivere gli enunciati dei teoremi del valore iniziale e del valore finale:

$g(0) = g(k)|_{k=0} =$ $\qquad$ $g(\infty) = \lim_{k\to\infty} g(k) =$

7. Si consideri il sistema retroazionato riportato di fianco. Scrivere il legame che lega la variazione relativa del sistema $H(s)$ alla variazione relativa del sistema retroazionato $G_0(s)$ quando varia un parametro β interno alla funzione di trasferimento $H(s)$:



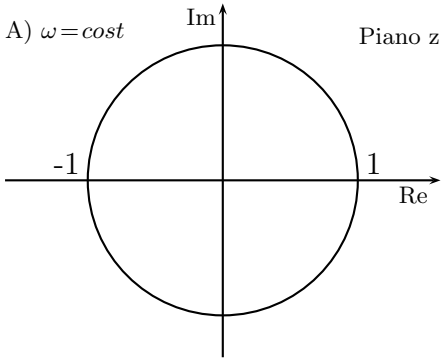
$\frac{\Delta G_0(s)}{G_0(s)} =$ $\qquad$ $\frac{\Delta H(s)}{H(s)}$

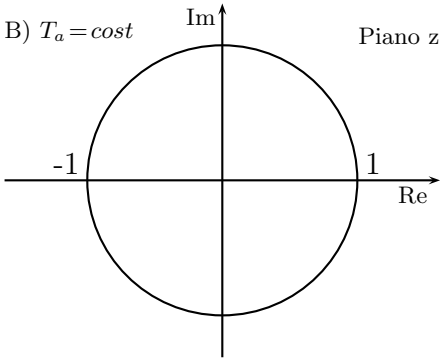
8. Calcolare la $\mathcal{Z}$-trasformata $X(z)$ dei seguenti segnali tempo continui $x(t)$ quando $t = k\,T$:

$x(t) = 2^{-3\,t} \quad \rightarrow \quad X(z) =$ $\qquad\qquad$ $x(t) = 3\,t \quad \rightarrow \quad X(z) =$

9. Tracciare i diagrammi di bode (moduli e fasi) di una rete anticipatrice $C(s) = \frac{(1+\tau_1\,s)}{(1+\tau_2\,s)}$, $(\tau_1 > \tau_2)$:

10. Tracciare qualitativamente sul piano z: A) i luoghi a pulsazione ω costante; B) i luoghi a tempo di assestamento costante





11. Scrivere il margine di ampiezza K^* e la pulsazione ω^* di attraversamento del semiasse reale negativo del seguente sistema a ritardo finito:

$$G(s) = \frac{e^{-t_0\,s}}{s} \qquad \rightarrow \qquad K^* = \qquad\qquad \omega^* =$$

12. Scrivere la funzione di trasferimento $H_0(s)$ del ricostruttore di ordine 0:

$$H_0(s) =$$

13. 1) Sia data la seguente equazione caratteristica:

$$1 + \tau\,G_1(s) = 0, \qquad\qquad 1 + \tau\,\frac{(s+1)^2}{s+3} = 0$$

Disegnare qualitativamente il contorno delle radici di $G_1(s)$ al variare del parametro $\tau > 0$.

2) Determinare la posizione dei punti di diramazione presenti sull'asse reale negativo:

$\sigma_1 =$

$\sigma_2 =$

3) Determinare per quale valore $\bar{\tau}$ di τ almeno uno dei 2 poli del sistema retroazionato si trova nella posizione $p = -4$:

$\bar{\tau} =$