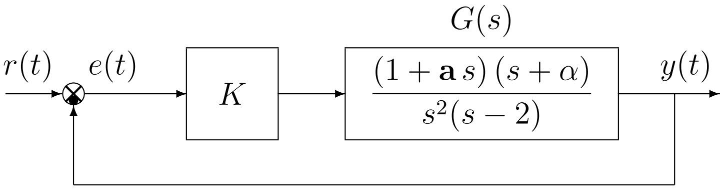
Nr.

Controlli Automatici B
16 Marzo 2009 - Esercizi
Compito Nr. **a =** **b =**

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad **a** e **b** i valori assegnati e si risponda alle domande.

a) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



a.1) Posto $\alpha = \mathbf{b}$, tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $K > 0$. Determinare esattamente la posizione degli asintoti, le intersezioni ω^* con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K^*. Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

a.2) Posto $K = 5$, tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $\alpha > 0$. Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo". Calcolare esattamente il centro e la posizione degli asintoti.

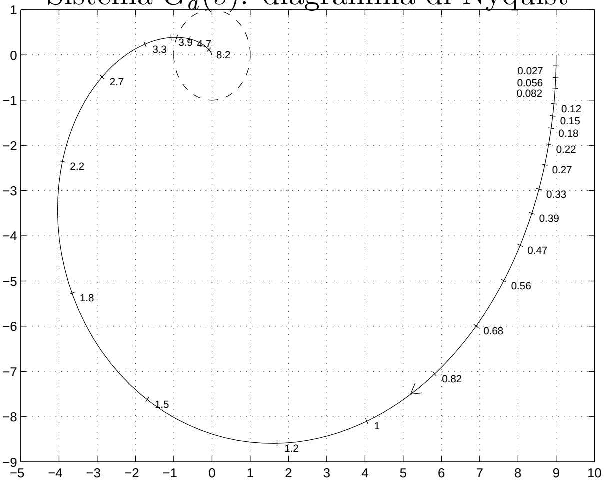
a.3) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici della seguente funzione di trasferimento:

$$G_2(s) = \frac{(s+2)^2}{s^3}$$

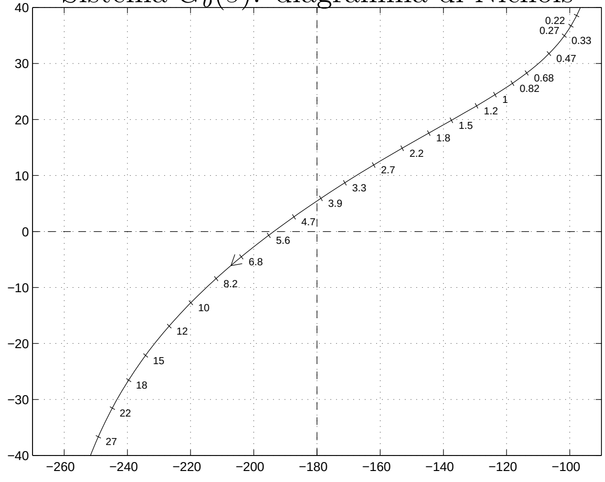
al variare del parametro $K > 0$. Calcolare esattamente la posizione σ_d di tutti i punti di diramazione e il corrispondenti valori K_d.

b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:

Sistema $G_a(s)$: diagramma di Nyquist



Sistema $G_b(s)$: diagramma di Nichols

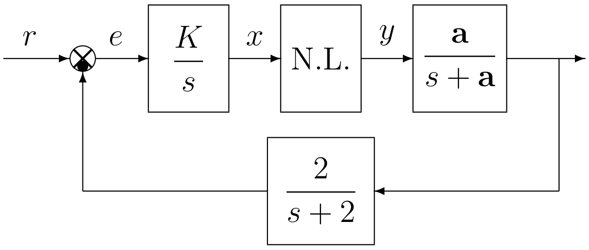


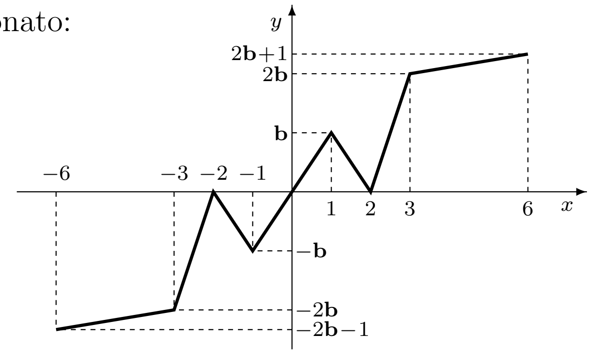
b.1) Per il sistema $G_a(s)$, progettare una rete correttrice $C_1(s) = K_1 \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$ in modo da garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_\alpha = \mathbf{a}{+}1$ e un errore a regime per ingresso a gradino unitario pari a $e_p = 0.01$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

b.2) Per il sistema $G_b(s)$ progettare una rete ritardatrice $C_2(s)$ in grado di far passare la funzione di risposta armonica del sistema $C_2(s)G_b(s)$ per il punto B caratterizzato dalle seguenti coordinate: $B = (-160^o{+}2\,\mathbf{b},\ -10\,\mathrm{db})$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

b.3) Sempre per il sistema $G_b(s)$, progettare i parametri K, τ_1 e τ_2 di una rete correttrice $C_3(s) = K_3 \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$ in modo da garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = (50+\mathbf{a})^o$ e una larghezza di banda del sistema retroazionato $\omega_{f0} = 2.7$;

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





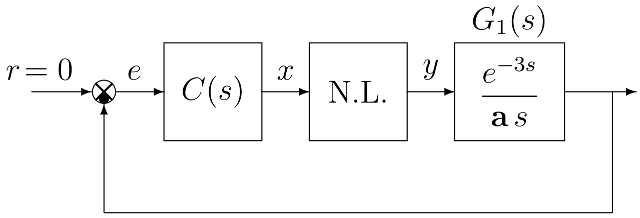
c.1) Posto $K = 1$, determinare per quali valori r_1 ed r_2 dell'ingresso r il punti di lavoro del sistema retroazionato sono posizionati in $(x_0, y_0) = (0, 0)$ e in $(x_1, y_1) = (-3, -2\mathbf{b})$.

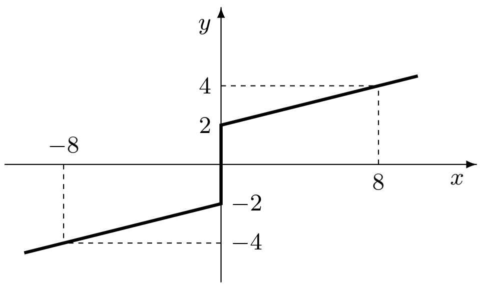
c.2) Posto $K = 1$, $r = r_2$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile o meno nell'intorno del punto $(x_1, y_1) = (-3, -2\mathbf{b})$.

c.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità $y(x)$ nell'intorno del punto $(0, 0)$. Utilizzare le variabili $m_1, m_2, \ldots$ per rappresentare gli eventuali valori minimi e massimi "non noti" della funzione $F(X)$.

c.4) Discutere "qualitativamente", anche in funzione dei parametri $m_1, m_2, \ldots$, l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

d) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





dove la nonlinarità è caratterizzata dalla funzione $y = f(x)$ mostrata in figura.

d.1) Posto $C(s) = 1$, calcolare l'ampiezza X^* e la pulsazione ω^* dell'oscillazione autosostenuta presente all'interno del sistema.

d.2) Posto $C(s) = K$, determinare il valore massimo $\bar{K}$ del guadagno K oltre il quale il sistema retroazionato è sicuramente instabile.

d.3) Calcolare i parametri τ_1 e τ_2 di una rete correttrice $C(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$ in modo da garantire che all'interno del sistema retroazionato sia presente un'oscillazione autosostenuta la cui pulsazione ω_c e la cui ampiezza X_c siano la metà di quelle calcolate al punto d.1: $\omega_c = \frac{\omega^*}{2}$, $X_c = \frac{X^*}{2}$. (Se il punto d.1 non è stato risolto, fare riferimento ai seguenti parametri: $\omega_c = 0.25$ e $X_c = \frac{1}{4\mathbf{a}}$.)

e) Utilizzando il metodo della corrispondenza poli-zeri, discretizzare la seguente rete correttrice:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s + \mathbf{a})}{s}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.1$ e si imponga l'uguaglianza dei guadagni alle alte frequenze.

f) Partendo da condizione iniziale $y(0) = \mathbf{a}$, calcolare la risposta $y(n)$ al gradino unitario $x(n) = (1, 1, 1, \ldots)$ del seguente sistema dinamico discreto:

$$y(n+1) = 0.7\, y(n) + \mathbf{b}\, x(n)$$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Controlli Automatici B

16 Marzo 2009 - Domande Teoriche

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. La risposta al test è considerata corretta solo se tutte le affermazioni corrette sono state contrassegnate.

1. Calcolare la $\mathcal{Z}$-trasformata $X(z)$ dei seguenti segnali tempo continui $x(t)$ quando $t = k\,T$:

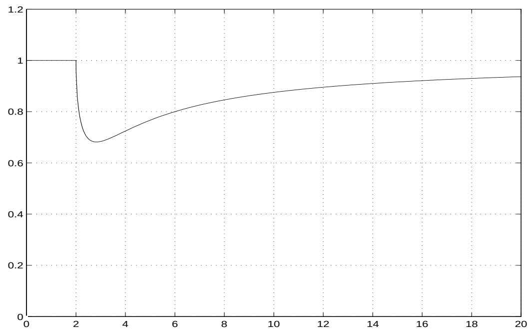
   $x(t) = 3\,\alpha^{-t} \quad \rightarrow \quad X(z) =$ $\qquad\qquad$ $x(t) = 1 + 2\,t \quad \rightarrow \quad X(z) =$

2. Scrivere l'equazione alle differenze corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

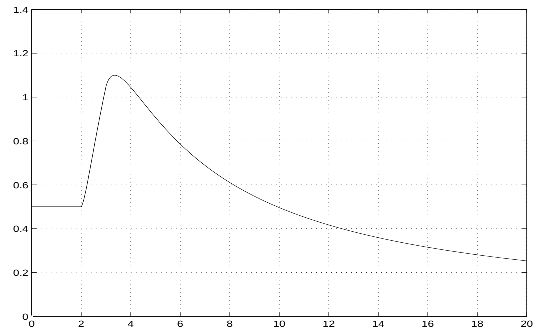
$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 3\,z^{-1}}{z + 2 + 4\,z^{-1}} \qquad \rightarrow$$

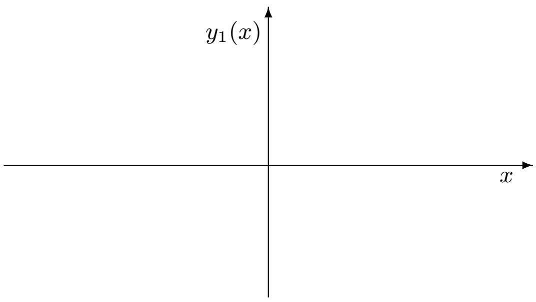
3. Date le seguenti funzioni descrittive $F_1(X)$ ed $F_2(X)$ determinare "qualitativamente" gli andamenti delle corrispondenti caratteristiche non lineari $y_1(x)$ ed $y_2(x)$ simmetriche rispetto all'origine:

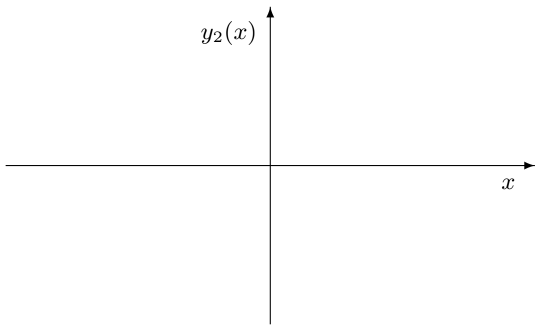
$F_1(X)$ tale che $\lim_{X\to\infty} F_1(X) = 1$



$F_2(X)$ tale che $\lim_{X\to\infty} F_2(X) = 0$







4. 1) Sia data la seguente equazione caratteristica:

$$1 + \tau\,G_1(s) = 0, \qquad\qquad 1 + \tau\,\frac{s(s+3)}{s+4} = 0$$

   Disegnare qualitativamente il contorno delle radici di $G_1(s)$ al variare del parametro $\tau > 0$.

   2) Determinare la posizione dei punti di diramazione presenti sull'asse reale negativo:

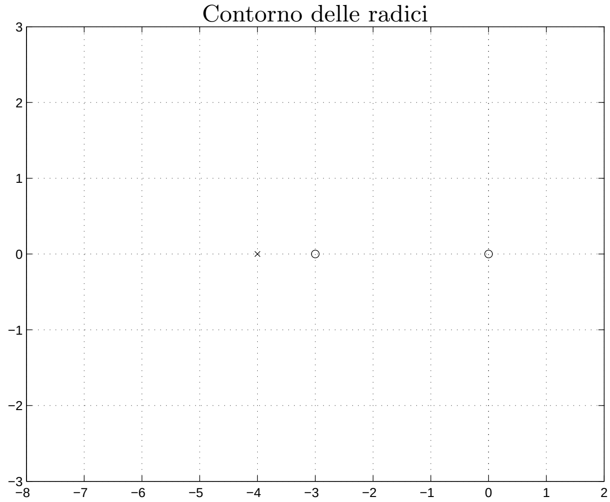
   $\sigma_1 =$

   $\sigma_2 =$

   3) Determinare per quale valore $\bar{\tau}$ di τ almeno uno dei 2 poli del sistema retroazionato si trova nella posizione $p = -2$:

   $\bar{\tau} =$

Contorno delle radici



5. Fornire l'enunciato del Criterio del cerchio:

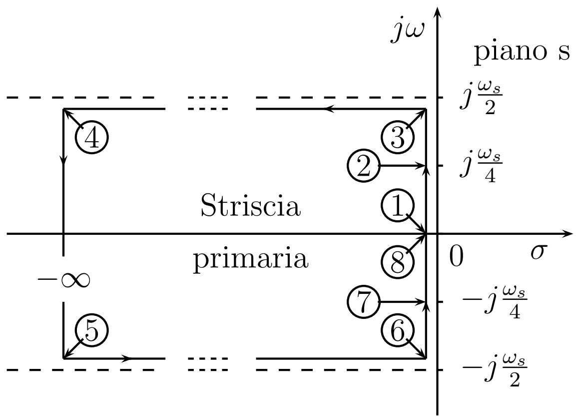
   Nell'ipotesi che la funzione di trasferimento della parte lineare del sistema $G(s)$ abbia ...

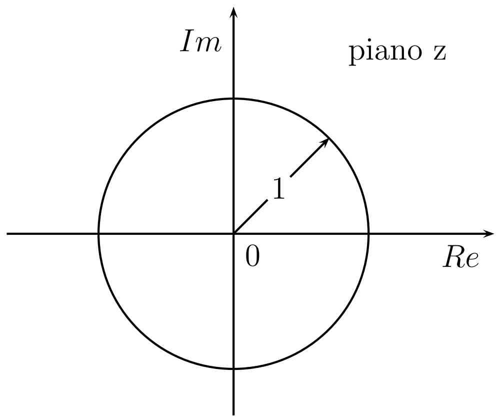
   ...

   condizione ... *affinché il sistema in retroazione sia...*

   ... *è che ...*

6. Indicare sul piano z dove sono collocati i punti della striscia primaria numerati da 1 a 8:

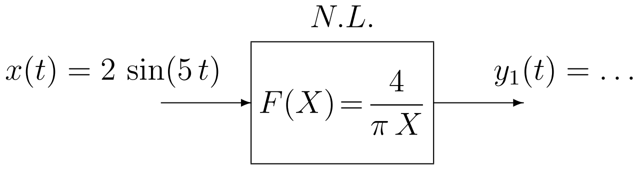




7. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un regolatore standard PID e a fianco disegnare qualitativamente il corrispondente diagramma di Bode dei moduli nell'ipotesi di zeri reali distinti:

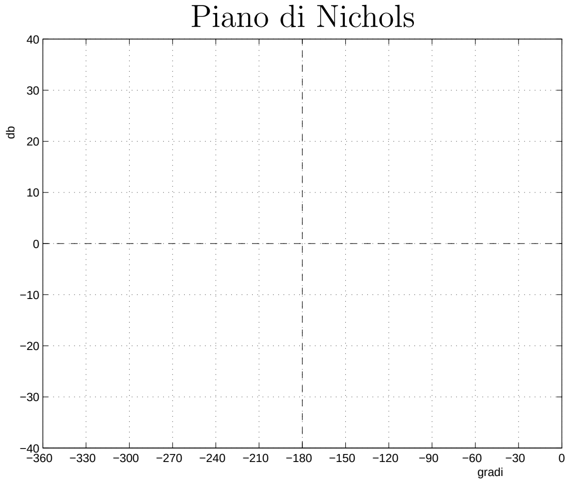
   $G(s) =$

8. Sia $x(t) = 2\sin(5t)$ un segnale periodico posto in ingresso ad un elemento non lineare N.L. caratterizzato da una funzione descrittiva $F(X) = \frac{4}{\pi X}$. Indicare qual è l'andamento temporale $y_1(t)$ della fondamentale del segnale periodico che si ha all'uscita del blocco non lineare:



9. Disegnare "qualitativamente" sia sul piano di Nichols che sul piano di Nyquist la regione dei punti del piano che possono essere utilizzati da una rete anticipatrice per imporre al sistema retroazionato un margine di ampiezza $M_\alpha = 2$.

Piano di Nichols



Piano di Nyquist