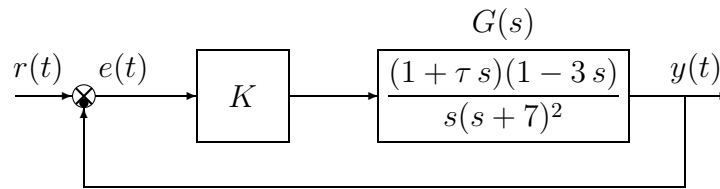


Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a.1) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



Posto $\tau = 0$ tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $K > 0$. Attenzione: il segno di K é diverso dal segno di K_1 . Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione dei punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.

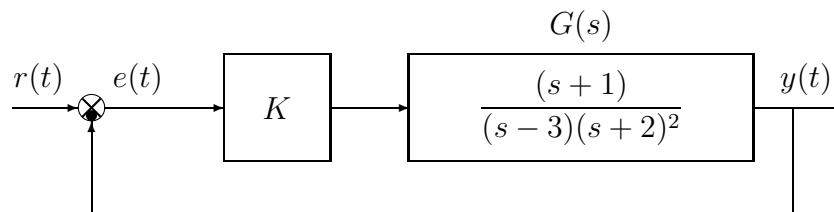
a.2) Posto $K = 1.25$ nel sistema retroazionato sopra definito, tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $\tau > 0$. Attenzione: il segno di τ é diverso dal segno di τ_1 . Nella graficazione del contorno si tenga conto che: i) per $\tau = 0$ i poli del contorno sono posizionati in $p_1 = -0.5$, $p_2 = -0.5$ e $p_3 = -5$; ii) il sistema retroazionato è stabile per $\tau < \tau^*$. Determinare la posizione dei punti di diramazione “solo in modo qualitativo”. Il calcolo di τ^* non è necessario.

a.3) Sia data la funzione $G(s)$ che descrive la dinamica del sistema mostrato in figura:

$$G(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{C s}{CL s^2 + RC s + 1}$$

Posto $C = 1$ e $R = 1$, calcolare il valore dell'induttanza L a cui corrisponde il minimo tempo di assestamento della risposta al gradino del sistema $G(s)$.

b) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



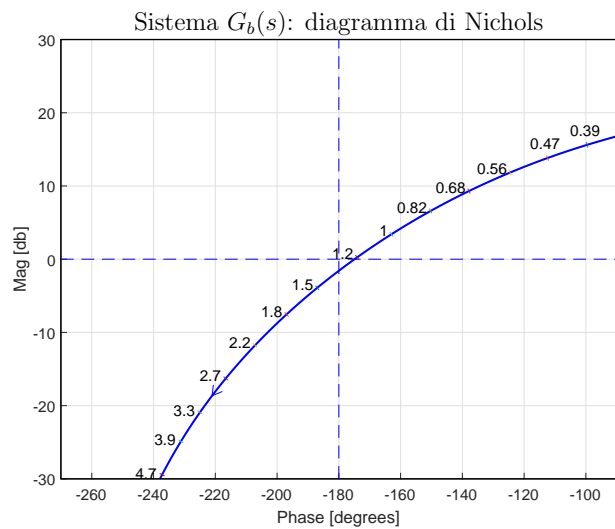
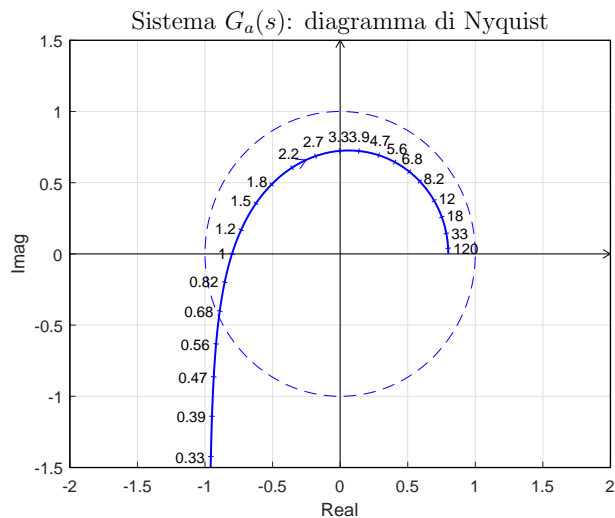
b.1) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $K > 0$. Determinare per quali valori di K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile. Determinare inoltre la posizione degli asintoti, le intersezioni ω^* con l'asse immaginario e i corrispondenti valori del guadagno K^* . Determinare per quale valore di K il sistema retroazionato presenta il minimo tempo di assestamento.

b.2) Sia data la seguente funzione di trasferimento $G_3(s)$:

$$G_3(s) = \frac{s + 2}{s^2 + (\alpha + 2)s + 2\alpha + 1}$$

Mostrare graficamente come si muovono sul piano complesso i poli della funzione di trasferimento $G_3(s)$ al variare del parametro $\alpha > 0$. Calcolare il valore α^* a cui corrisponde il minimo tempo di assestamento del sistema $G_3(s)$ alla risposta al gradino.

c) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:



c.1) Per il sistema $G_a(s)$, progettare una rete correttiva in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_a = 5$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

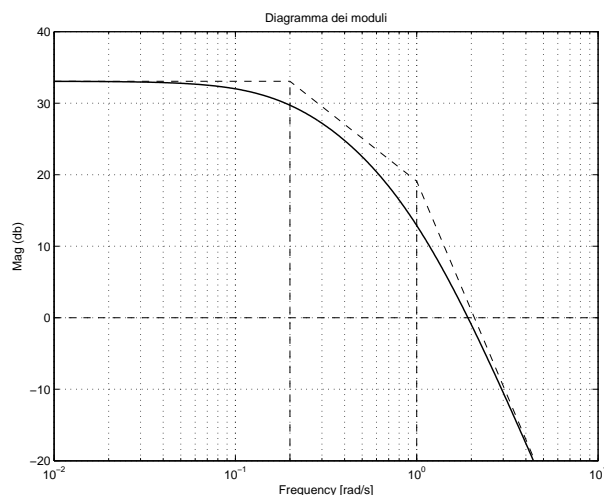
c.2) Sempre per il sistema $G_b(s)$, progettare una rete ritardatrice in modo che la funzione di risposta armonica del sistema compensato passi per il punto $B = (-160^\circ, -10 \text{ db})$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.

d) Fornire una stima della larghezza di banda ω_f e del tempo di salita t_r del sistema $G_1(s)$ di cui a fianco è riportato il diagramma di Bode dei moduli:

$$\omega_f \simeq \quad t_r \simeq$$

Fornire inoltre una stima della larghezza di banda ω_{f0} e del tempo di salita t_{r0} del corrispondente sistema retroazionato:

$$\omega_{f0} \simeq \quad t_{r0} \simeq$$



e) Partendo dalla condizione iniziale nulla $y(0) = 0$, calcolare la risposta $y(n)$ del seguente sistema dinamico discreto:

$$y(n + 1) = 0.5y(n) + 3x(n)$$

quando in ingresso è presente il gradino unitario $x(n) = 1$.

f) Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro, discretizzare la seguente rete correttiva:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s + 1)}{(s + 2)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.1$.

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

1. Scrivere la funzione di trasferimento discreta $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

$$y_{k+2} + 3y_{k+1} + 5y_k + 2y_{k-1} = 4x_{k+1} + 6x_k \quad \rightarrow \quad G(z) =$$

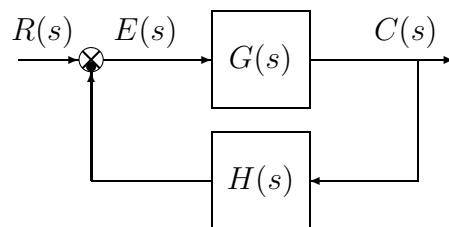
2. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{k \rightarrow 0} y(k)$ e il valore finale $y_\infty = \lim_{k \rightarrow \infty} y(k)$ del segnale $y(k)$ corrispondente alla seguente funzione $Y(z)$:

$$Y(z) = \frac{z(3+z)}{(1-z)(2z+1)} \quad \rightarrow \quad y_0 = \quad \quad \quad y_\infty =$$

3. Posto $T = 0.2$, calcolare il tempo di assestamento T_a della risposta impulsiva $g(k)$ del sistema discreto $G(z) = \frac{z}{z-0.5}$:

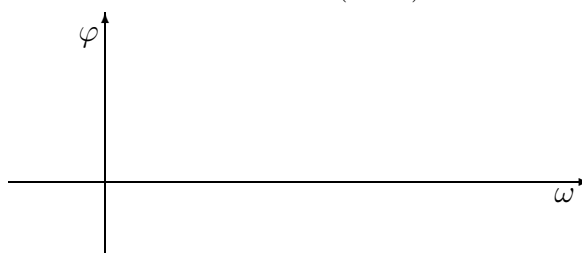
$$T_a =$$

4. Si consideri il sistema retroazionato riportato di fianco. Scrivere il legame che lega la variazione relativa del sistema $G(s)$ alla variazione relativa del sistema retroazionato $G_0(s)$ quando varia un parametro α interno alla funzione di trasferimento $G(s)$:



$$\frac{\Delta G_0(s)}{G_0(s)} = \quad \quad \quad \frac{\Delta G(s)}{G(s)}$$

5. Tracciare i diagrammi di bode (moduli e fasi) di una rete ritardatrice $C(s) = \frac{(1+\tau_1 s)}{(1+\tau_2 s)}$, ($\tau_1 < \tau_2$):



6. La trasformazione bilineare è definita come segue:

$$\bigcirc s = \frac{2}{T} \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \quad \bigcirc s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \quad \bigcirc s = \frac{2}{T} \frac{z+1}{z-1} \quad \bigcirc s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$$

7. Calcolare la \mathcal{Z} -trasformata $X(z)$ dei seguenti segnali tempo continui $x(t)$ quando $t = kT$:

$$x(t) = 3^{-2t} \quad \rightarrow \quad X(z) = \quad \quad \quad x(t) = 4t \quad \rightarrow \quad X(z) =$$

8. Calcolare la soluzione $y(n)$ della seguente equazione alle differenze a partire dalla condizione iniziale $y(0) = 2$:

$$y(n+1) - 0.7y(n) = 0 \quad \rightarrow \quad y(n) =$$

9. Sia $X(z) = \mathcal{Z}[x(k)]$. Enunciare il teorema della traslazione “in anticipo” nel tempo:

$$\mathcal{Z}[x(t + nT)] =$$

10. La funzione di risposta armonica $F(\omega)$ di un sistema discreto $G(z)$ si determina nel seguente modo:

- $F(\omega) = G(e^{j\omega})$
 $F(\omega) = G(e^{j\omega T})$
 $F(\omega) = G(j\omega)$
 $F(\omega) = G(j\omega T)$

11. Il teorema del baricentro del luogo delle radici può essere applicato

- anche a funzioni $G(s)$ trascendenti
 solo a funzioni $G(s)$ con grado relativo $r > 2$
 solo a funzioni $G(s)$ con grado relativo $r \geq 2$
 anche a funzioni $G(s)$ razionali fratte e instabili

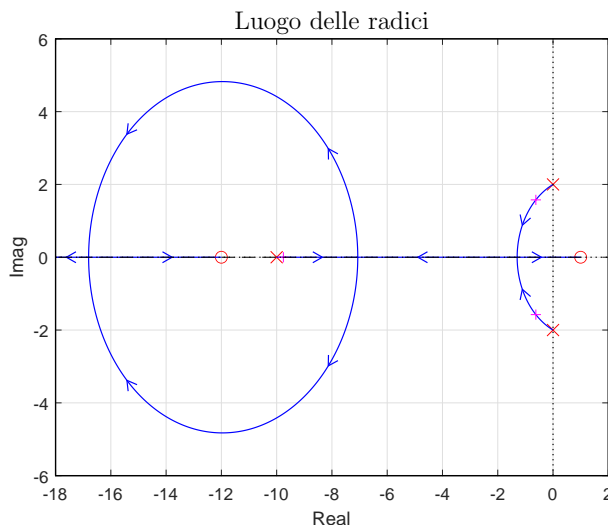
12. Si consideri il sistema

$$G(s) = \frac{(s - 1)(s + 12)}{(s^2 + 4)(s + 10)}$$

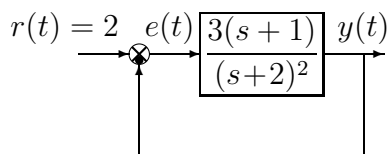
e il corrispondente luogo delle radici rappresentato in figura.

Nei limiti della precisione consentita dal grafico riportato sopra, calcolare il minimo tempo di assestamento ottenibile al variare di $K > 0$.

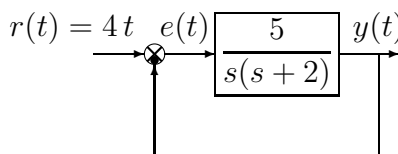
$$T_a =$$



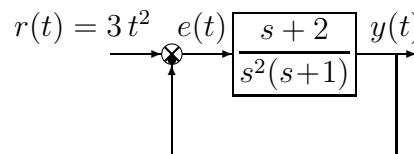
13. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:



$$e(\infty) =$$



$$e(\infty) =$$



$$e(\infty) =$$

14. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un regolatore standard PID e a fianco disegnare qualitativamente il corrispondente diagramma di Bode dei moduli:

$$G(s) =$$

