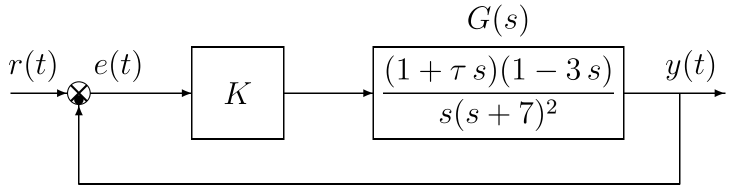
Controlli Automatici B

11 settembre 2025 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a.1) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



Posto $\tau = 0$ tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $K > 0$. Attenzione: il segno di K é diverso dal segno di K_1. Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

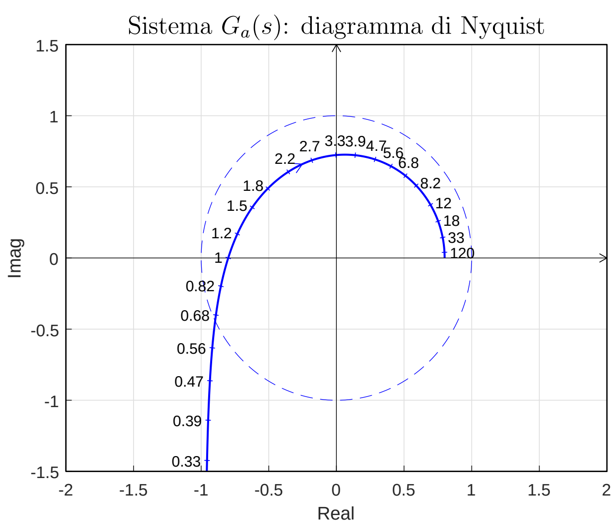
a.2) Posto $K = 1.25$ nel sistema retroazionato sopra definito, tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $\tau > 0$. Attenzione: il segno di τ é diverso dal segno di τ_1. Nella graficazione del contorno si tenga conto che: i) per $\tau = 0$ i poli del contorno sono posizionati in $p_1 = -0.5$, $p_2 = -0.5$ e $p_3 = -5$; ii) il sistema retroazionato è stabile per $\tau < \tau^*$. Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo". Il calcolo di τ^* non è necessario.

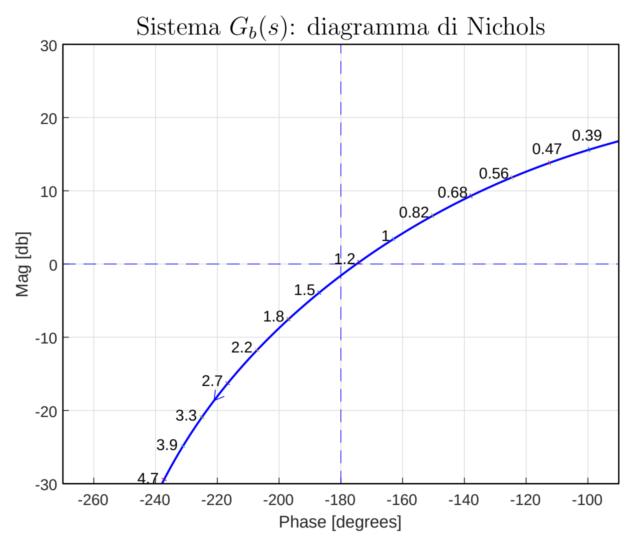
a.3) Sia data la funzione $G(s)$ che descrive la dinamica del sistema mostrato in figura:

$$G(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{C\,s}{CL\,s^2 + RC\,s + 1}$$

Posto $C = 1$ e $R = 1$, calcolare il valore dell'induttanza L a cui corrisponde il minimo tempo di assestamento della risposta al gradino del sistema $G(s)$.

b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:

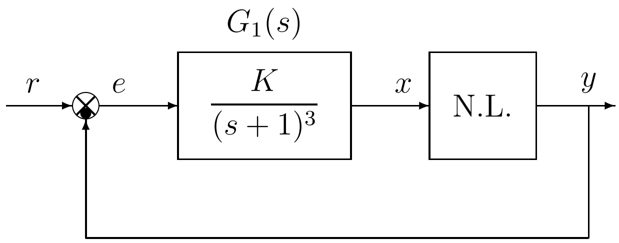


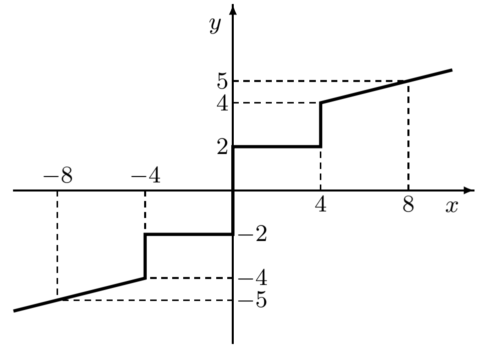


b.1) Per il sistema $G_a(s)$, progettare una rete correttrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_a = 5$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

b.2) Sempre per il sistema $G_b(s)$, progettare una rete ritardatrice in modo che la funzione di risposta armonica del sistema compensato passi per il punto $B = (-160^o,\ -10 \text{ db})$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





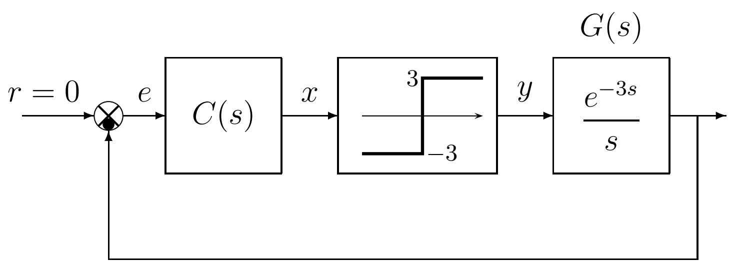
c.1) Posto $K = 1$, determinare per quale valore r^* del riferimento r il punto di lavoro del sistema retroazionato coincide con il punto $(x_0, y_0) = (-8, -5)$.

c.2) Posto $K = 1$, $r = r^*$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile nell'intorno del punto di lavoro $(x_0, y_0) = (-8, -5)$.

c.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità N.L. assegnata, prendendo l'origine come punto di lavoro. Utilizzare dei parametri ausiliari (per esempio: m_1, m_2, $\ldots$) per rappresentare gli eventuali valori non noti minimi e massimi della funzione $F(X)$.

c.4) Discutere "qualitativamente" (in funzione anche dei parametri m_1, m_2, $\ldots$) l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

d) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



d.1) Posto $C(s) = 1$, determinare l'ampiezza X^* e la pulsazione ω^* dell'oscillazione autosostenuta presente all'interno nel sistema retroazionato.

d.2) Progettare una rete correttrice $C(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$ in modo che l'oscillazione autosostenuta presente all'interno del sistema sia caratterizzata da un'ampiezza $X^* = 2$ e da una pulsazione $\omega^* = 0.3$.

e) Partendo dalla condizione iniziale nulla $y(0) = 0$, calcolare la risposta $y(n)$ del seguente sistema dinamico discreto:

$$y(n+1) = 0.5\, y(n) + 3\, x(n)$$

quando in ingresso è presente il gradino unitario $x(n) = 1$.

f) Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro, discretizzare la seguente rete correttrice:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s+1)}{(s+2)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.1$.

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Controlli Automatici B

11 settembre 2025 - Domande Teoriche

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

1. Scrivere la funzione di trasferimento discreta $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

$$y_{k+2}+3\,y_{k+1}+5\,y_k+2\,y_{k-1} = 4\,x_{k+1}+6\,x_k \qquad \rightarrow \qquad G(z) =$$

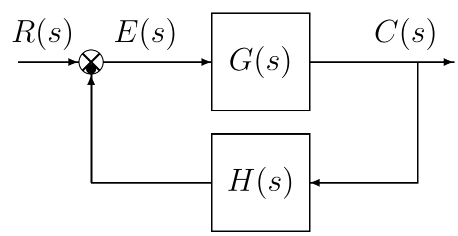
2. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim\limits_{k\to 0} y(k)$ e il valore finale $y_\infty = \lim\limits_{k\to\infty} y(k)$ del segnale $y(k)$ corrispondente alla seguente funzione $Y(z)$:

$$Y(z) = \frac{z\,(3+z)}{(1-z)(2\,z+1)} \qquad \rightarrow \qquad y_0 = \qquad\qquad\qquad y_\infty =$$

3. Posto $T = 0.2$, calcolare il tempo di assestamento T_a della risposta impulsiva $g(k)$ del sistema discreto $G(z) = \frac{z}{z-0.5}$:

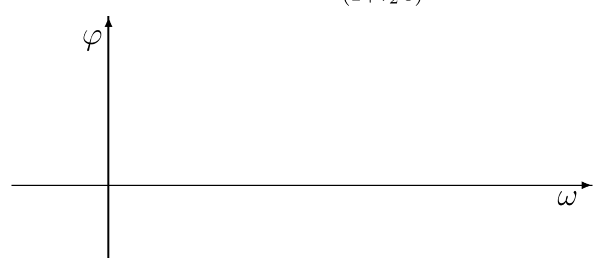
$$T_a =$$

4. Si consideri il sistema retroazionato riportato di fianco. Scrivere il legame che lega la variazione relativa del sistema $G(s)$ alla variazione relativa del sistema retroazionato $G_0(s)$ quando varia un parametro α interno alla funzione di trasferimento $G(s)$:



$$\frac{\Delta G_0(s)}{G_0(s)} = \qquad\qquad\qquad \frac{\Delta G(s)}{G(s)}$$

5. Tracciare i diagrammi di bode (moduli e fasi) di una rete ritardatrice $C(s) = \frac{(1+\tau_1\,s)}{(1+\tau_2\,s)}$, $(\tau_1 < \tau_2)$:



6. La trasformazione bilineare è definita come segue:

○ $s = \frac{2}{T}\frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}$ ○ $s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$ ○ $s = \frac{2}{T}\frac{z+1}{z-1}$ ○ $s = \frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$

7. Calcolare la $\mathcal{Z}$-trasformata $X(z)$ dei seguenti segnali tempo continui $x(t)$ quando $t = k\,T$:

$$x(t) = 3^{-2t} \quad \rightarrow \quad X(z) = \qquad\qquad\qquad x(t) = 4\,t \quad \rightarrow \quad X(z) =$$

8. Calcolare la soluzione $y(n)$ della seguente equazione alle differenze a partire dalla condizione iniziale $y(0) = 2$:

$$y(n+1) - 0.7\,y(n) = 0 \qquad \rightarrow \qquad y(n) =$$

9. Sia $X(z) = \mathcal{Z}[x(k)]$. Enunciare il teorema della traslazione “in anticipo” nel tempo:

$$\mathcal{Z}[x(t+nT)] =$$

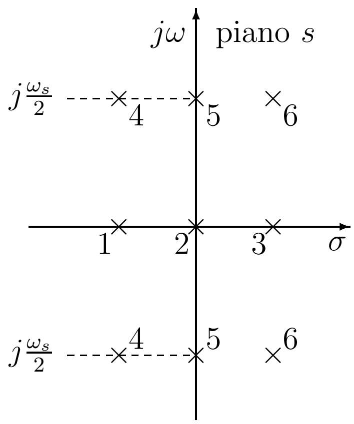
10. La funzione di risposta armonica $F(\omega)$ di un sistema discreto $G(z)$ si determina nel seguente modo:

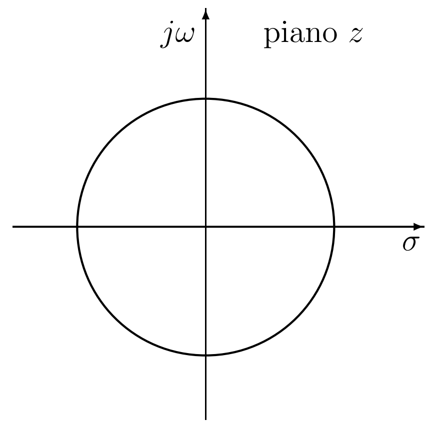
   ○ $F(\omega) = G(e^{j\omega})$ ○ $F(\omega) = G(e^{j\omega T})$ ○ $F(\omega) = G(j\omega)$ ○ $F(\omega) = G(j\omega T)$

11. Il teorema del baricentro del luogo delle radici puó essere applicato

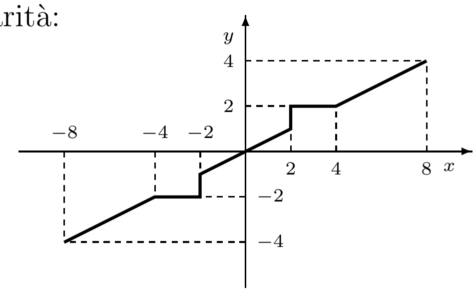
   ○ anche a funzioni $G(s)$ trascendenti
   ○ solo a funzioni $G(s)$ con grado relativo $r > 2$
   ○ solo a funzioni $G(s)$ con grado relativo $r \geq 2$
   ○ anche a funzioni $G(s)$ razionali fratte e instabili

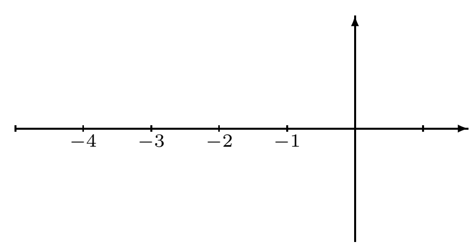
12. In base al legame teorico a tra il piano s e il piano z, tracciare qualitativamente sul piano z le posizioni dei poli 1, 2, 3, $\ldots$, 6 che sono stati evidenziati con delle crocette sul piano s:





13. Sia (0, 0) il punto di lavoro. Disegnare il cerchio critico corrispondente alle seguente non linearità:





14. Per poter applicare il metodo base della funzione descrittiva ad un sistema $G(s)$ retroazionato su una non linearità $y = f(x)$

   ○ il sistema $G(s)$ deve essere a fase minima
   ○ la non linearità $y = f(x)$ deve essere di tipo “a settore”
   ○ la non linearità $y = f(x)$ deve essere simmetrica rispetto all’origine

15. Sia $Y(X)\sin(\omega t + \varphi(X))$ la fondamentale del segnale periodico $y(t)$ presente all’uscita di una non linearità algebrica $y(t) = f(x(t))$ in risposta al segnale $x(t) = X\sin(\omega t)$ in ingresso. Fornire la definizione di funzione descrittiva $F(X)$:

$$F(X) =$$