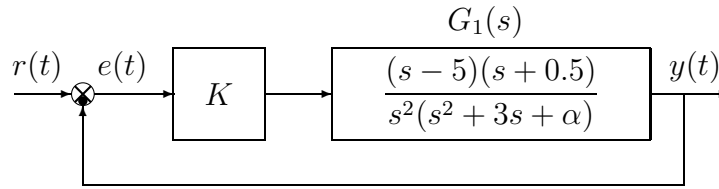


Controlli Automatici B
10 Gennaio 2024 - Esercizi

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a1) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



Posto $\alpha = 100$, tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro K . Tracciare il luogo delle radici sia per $K > 0$ che per $K < 0$. Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione dei punti di diramazione “solo in modo qualitativo”. Nota: non é necessario calcolare le intersezioni con l’asse immaginario.

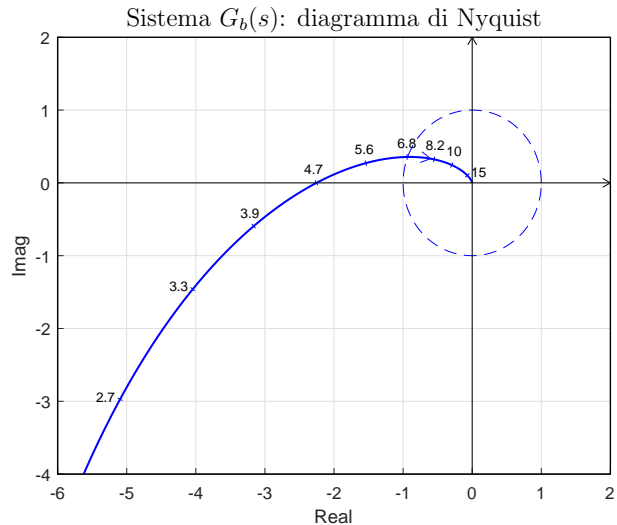
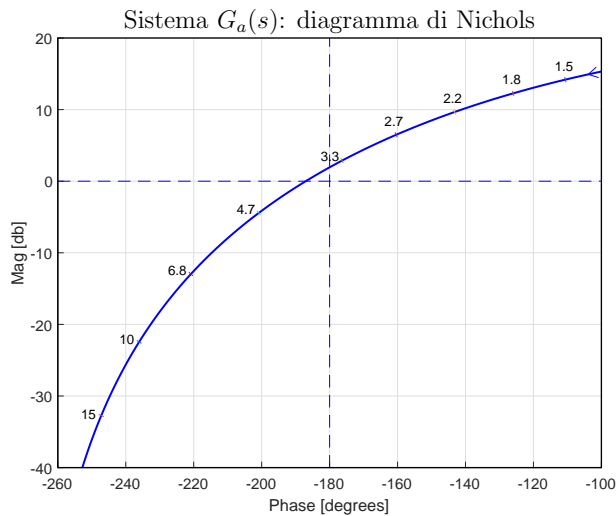
a.2) Posto $K = 10$, tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $\alpha > 0$. Nella graficazione si tenga conto che: a) la posizione dei poli del sistema retroazionato quando $K = 10$ e $\alpha = 0$ è: $p_{1,2} \simeq 1 \pm 2j$, $p_3 \simeq -0.5$ e $p_4 \simeq -6$; b) il sistema retroazionato é stabile per $\alpha > \alpha^* > 0$ (il valore di α^* non deve essere determinato). Determinare la posizione dei punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.

a.3) Sia data la seguente funzione di trasferimento $G_3(s)$ che descrive il legame tra la tensione in ingresso $V(s)$ e la velocità angolare in uscita $\omega(s)$ di un motore elettrico in corrente continua:

$$G_3(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{K_e}{(R + Ls)(b + Js) + K_e^2}$$

Posto $J = 1$, $L = 1$, $K_e = 4$ e $R = 4$, mostrare graficamente come si muovono sul piano complesso i poli della funzione $G_3(s)$ al variare del parametro $b > 0$. Calcolare il valore b^* a cui corrisponde il minimo tempo di assestamento del sistema $G_3(s)$ alla risposta al gradino.

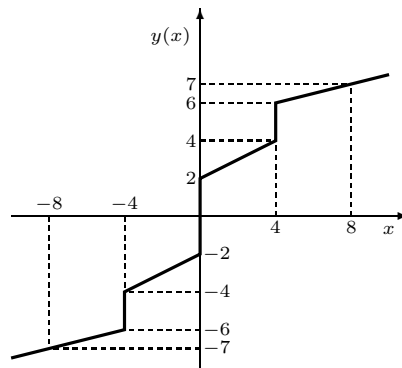
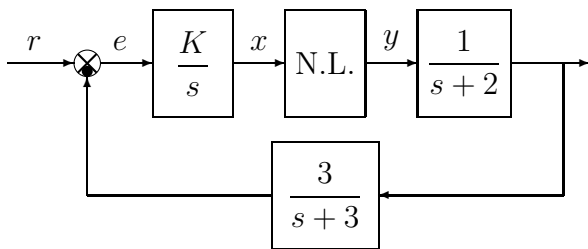
b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:



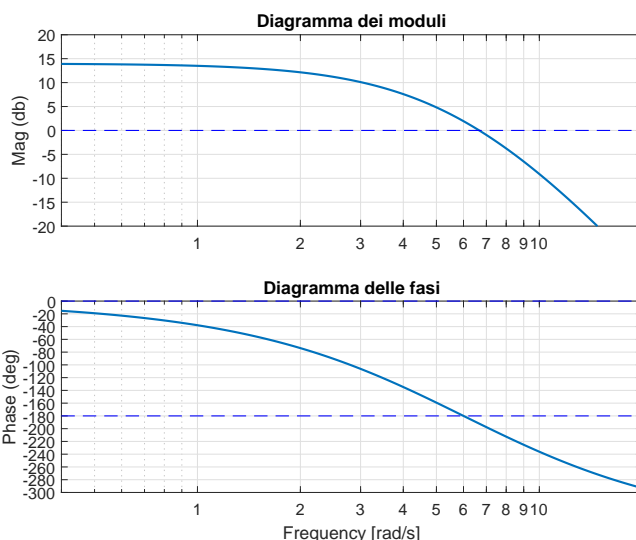
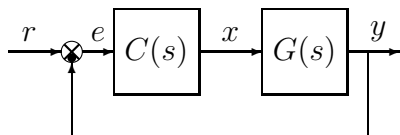
b.1) Per il sistema $G_a(s)$, progettare una rete ritardatrice in modo che la funzione di risposta armonica del sistema compensato passi per il punto $B = (-170^\circ, -14 \text{ db})$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.

b.2) Per il sistema $G_b(s)$ progettare una rete correttiva in modo da garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_\alpha = 4$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



- c.1) Posto $K = 1$, determinare per quale valore r_1 dell'ingresso r il punto di lavoro del sistema retroazionato è posizionato in $(x_1, y_1) = (2, 3)$.
- c.2) Posto $K = 1$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile o meno nell'intorno del punto $(x_1, y_1) = (2, 3)$.
- c.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ per $X > 0$. Utilizzare le variabili m_1, m_2, \dots per rappresentare gli eventuali valori minimi e massimi "non noti" della funzione $F(X)$.
- c.4) Discutere "qualitativamente", in funzione dei parametri m_1, m_2, \dots , l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.
- d) Sia dato il seguente sistema retroazionato e i diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ riportati a fianco.



- d.1) Posto $C(s) = 1$, determinare la larghezza di banda ω_f del sistema $G(s)$ e il corrispondente tempo di salita T_r :

$$\omega_f = \quad T_r =$$

- d.2) Posto $C(s) = 1$, determinare la larghezza di banda ω_{f0} del sistema retroazionato $G_0(s)$ e il corrispondente tempo di salita T_{r0} :

$$\omega_{f0} = \quad T_{r0} =$$

- d.3) Progettare una rete correttiva $C(s)$ in modo da garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = 60^\circ$ in corrispondenza della pulsazione $\omega_A = 2$. (Nota: leggere il modulo e la fase del punto A sui diagrammi di Bode.)
- e) Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro, discretizzare il seguente sistema tempo-continuo:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s+2)}{(s+3)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.1$.

- f) Partendo da condizioni iniziali nulle, calcolare la risposta $y(n)$ della seguente equazione alle differenze

$$y(n+1) = -0.4y(n) + 2x(n)$$

quando in ingresso è presente il gradino unitario $x(n) = 1$.

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

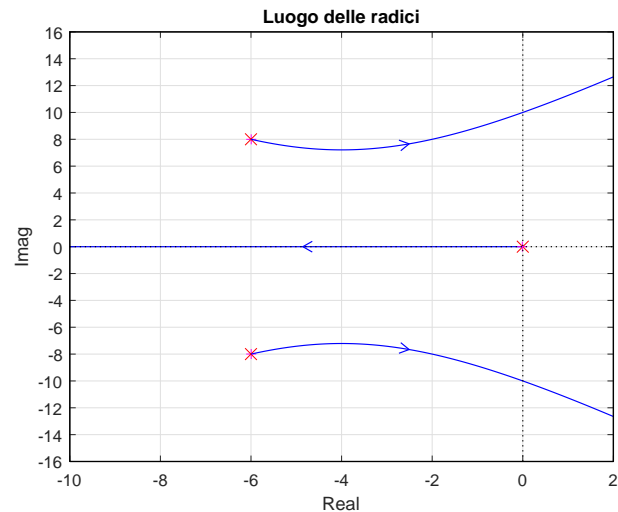
1. Scrivere la funzione $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

$$y_n = -2y_{n-1} - 3y_{n-2} - 5y_{n-2} + x_{n-1} + 4x_{n-2} + 6x_{n-3} \quad \rightarrow \quad G(z) =$$

2. Calcolare la \mathcal{Z} -trasformata $X(z)$ dei seguenti segnali tempo continui $x(t)$ quando $t = kT$:

$$x(t) = 3e^{-2t} \quad \rightarrow \quad X(z) = \qquad x(t) = 5t \quad \rightarrow \quad X(z) =$$

3. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema $G(s) = \frac{1}{s(s^2+12s+100)}$ al variare del parametro $K > 0$. Utilizzando, quando è possibile, il teorema del baricentro calcolare:



4.1) L'ascissa σ_0 corrispondente alla condizione di allineamento dei tre poli:

$$\sigma_0 =$$

4.2) Il valore K_0 corrispondente alla condizione di allineamento dei tre poli:

$$K_0 =$$

4. Sia $G(z)$ la \mathcal{Z} -trasformata della successione numerica $g(k)$. Scrivere gli enunciati dei teoremi del valore iniziale e del valore finale:

$$g(0) = g(k)|_{k=0} = \qquad g(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} g(k) =$$

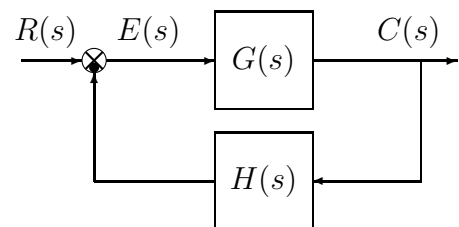
5. Una rete ritardatrice $\frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$ viene inserita in un anello di controllo

- per ridurre gli errori a regime per ingresso a gradino
- per migliorare l'andamento "a regime" del sistema retroazionato
- per migliorare l'andamento "in transitorio" del sistema retroazionato

6. La funzione descrittiva $F(X)$ di un relè ideale di ampiezza Y_1 è:

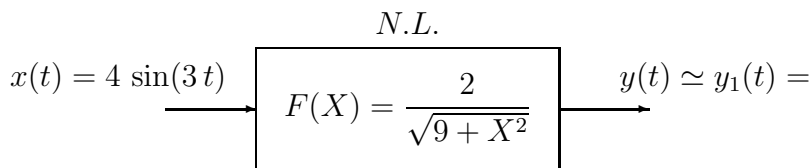
- $F(X) = \frac{\pi X}{4Y_1}$
 $F(X) = \frac{4Y_1}{\pi X}$
 $F(X) = \frac{\pi Y_1}{4X}$
 $F(X) = \frac{4X}{\pi Y_1}$

7. Si consideri il sistema retroazionato riportato di fianco. Scrivere il legame che lega la variazione relativa del sistema $G(s)$ alla variazione relativa del sistema retroazionato $G_0(s)$ quando varia un parametro α interno alla funzione di trasferimento $G(s)$:



$$\frac{\Delta G_0(s)}{G_0(s)} = \qquad \frac{\Delta G(s)}{G(s)}$$

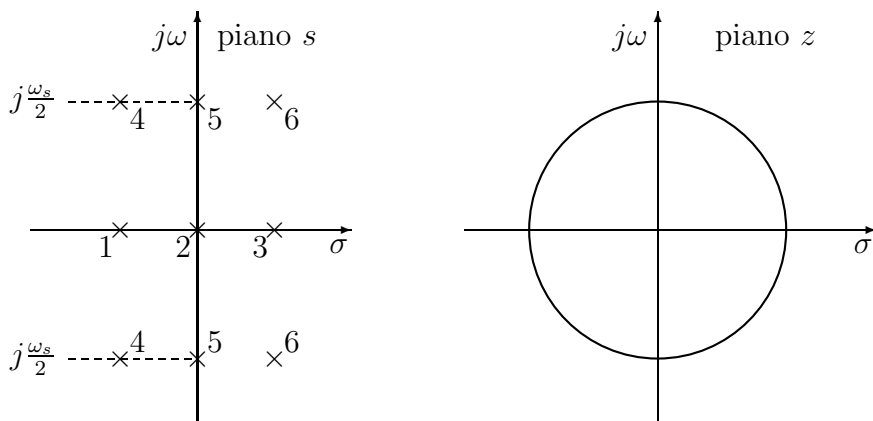
8. Sia $F(X) = \frac{2}{\sqrt{9+X^2}}$ la funzione descrittiva di un blocco non lineare N.L. sollecitato in ingresso dal segnale periodico $x(t) = 4 \sin(3t)$. Calcolare la fondamentale $y_1(t)$ del segnale periodico $y(t)$ che si ha all'uscita del blocco non lineare:



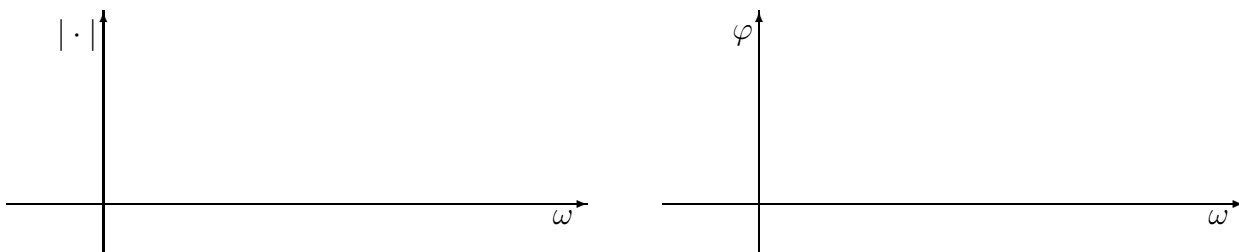
9. Calcolare la soluzione $y(n)$ della seguente equazione alle differenze a partire dalla condizione iniziale $y(0) = 3$:

$$y(n+1) + 0.6y(n) = 0 \quad \rightarrow \quad Y(z) = \quad \rightarrow \quad y(n) =$$

10. In base al legame teorico a tra il piano s e il piano z , tracciare qualitativamente sul piano z le posizioni dei poli 1, 2, 3, ..., 6 che sono stati evidenziati con delle crocette sul piano s :



11. Tracciare i diagrammi di bode (moduli e fasi) di una rete anticipatrice $C(s) = \frac{(1+\tau_1 s)}{(1+\tau_2 s)}$, ($\tau_1 > \tau_2$):



12. La trasformazione bilineare è definita come segue:

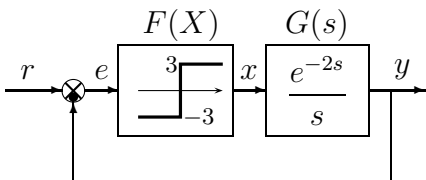
$s = \frac{2}{T} \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}$

 $s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$

 $s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$

 $s = \frac{2}{T} \frac{z+1}{z-1}$

13. Sia dato il sistema retroazionato riportato qui sotto. Calcolare:



- b) la Funzione descrittiva $F(X)$ del relé ideale:

$$F(X) =$$

- c) l'ampiezza X^* dell'oscillazione autosostenuta presente all'interno del sistema retroazionato:

$$X^* =$$

- a) il margine di stabilità K^* del sistema $G(s)$:

$$K^* =$$