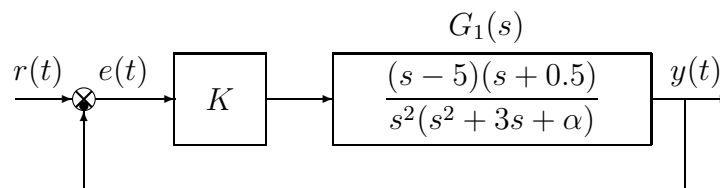


Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a1) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



Posto $\alpha = 100$, tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro K . Tracciare il luogo delle radici sia per $K > 0$ che per $K < 0$. Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione dei punti di diramazione “solo in modo qualitativo”. Nota: non é necessario calcolare le intersezioni con l’asse immaginario.

Soluzione. Posto $\alpha = 100$, l’equazione caratteristica del sistema retroazionato è:

$$1 + K_1 G_1(s) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 + K \frac{(s-5)(s+0.5)}{s^2(s^2+3s+100)} = 0$$

dove $K_1 = K$. Gli andamenti qualitativi dei luoghi delle radici del sistema $G_1(s)$ al variare di $K > 0$ e di $K < 0$ sono mostrati in Fig. 1. Il luogo delle radici è caratterizzato da due asintoti.

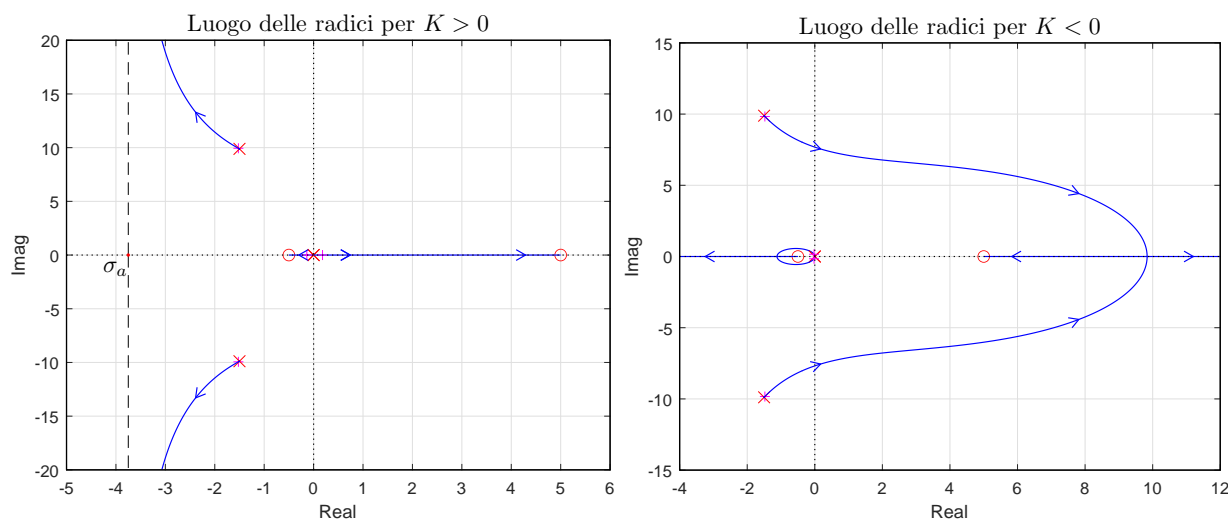


Figura 1: Luoghi delle radici del sistema $G_1(s)$ al variare di $K > 0$ e di $K < 0$.

Per $K > 0$ i due asintoti sono verticali e si incontrano nel seguente punto σ_a :

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(-3 - 5 + 0.5) = -3.75.$$

Per $K < 0$ i due asintoti coincidono con i due semiassi reali (positivo e negativo).

L’equazione caratteristica del sistema retroazionato è:

$$1 + K \frac{(s+0.5)(s-5)}{s^2(s^2+3s+100)} = 0 \quad \rightarrow \quad s^4 + 3s^3 + (K+100)s^2 + (-4.5K)s + (-2.5K) = 0$$

La tabella di Routh ha la seguente struttura:

$$\begin{array}{c|ccc} 4 & 1 & K+100 & -2.5K \\ 3 & 3 & -4.5K & \\ 2 & 7.5K+300 & -7.5K & \\ 1 & -1327.5K-33.75K^2 & & \\ 0 & -7.5K & & \end{array}$$

Imponendo che tutti gli elementi della prima colonna della tabella di Routh siano positivi si ricavano i seguenti vincoli:

$$7.5K + 300 > 0, \quad -1327.5K - 33.75K^2 > 0, \quad -7.5K > 0,$$

dai quali si ricava:

$$K > -40, \quad -39.3333 < K < 0, \quad K < 0.$$

Quindi il sistema retroazionato è asintoticamente stabile per:

$$K_1 = -39.3333 < K < 0 = K^*.$$

La pulsazione ω_1 corrispondente al valore limite K_1 è:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{-7.5K_1}{7.5K_1 + 300}} = \sqrt{\frac{-4.5K_1}{3}} = 7.6811.$$

- a.2) Posto $K = 10$, tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro $\alpha > 0$. Nella graficazione si tenga conto che: a) la posizione dei poli del sistema retroazionato quando $K = 10$ e $\alpha = 0$ è: $p_{1,2} \simeq 1 \pm 2j$, $p_3 \simeq -0.5$ e $p_4 \simeq -6$; b) il sistema retroazionato è stabile per $\alpha > \alpha^* > 0$ (il valore di α^* non deve essere determinato). Determinare la posizione dei punti di diramazione "solo in modo qualitativo".

Soluzione. Posto $K = 10$, l'equazione caratteristica del sistema retroazionato è la seguente:

$$1 + 10 \frac{(s + 0.5)(s - 5)}{s^2(s^2 + 3s + \alpha)} = 0 \quad \rightarrow \quad s^2(s^2 + 3s + \alpha) - 20(s + 0.5)(s - 5) = 0$$

da cui si ottiene la seguente equazione:

$$1 + \frac{\alpha s^2}{s^4 + 3s^3 - 20(s + 0.5)(s - 5)} = 0 \quad \leftrightarrow \quad 1 + \alpha G_2(s) = 0$$

I poli della funzione $G_2(s)$ sono i seguenti:

$$1 + \frac{\alpha s^2}{[(s - 0.95)^2 + 1.85^2](s + 0.48)(s + 5.9)} = 0$$

I poli indicati nel testo dell'esercizio sono "approssimati". Il contorno delle radici al variare del parametro $\alpha > 0$ è mostrato in Fig. 2.

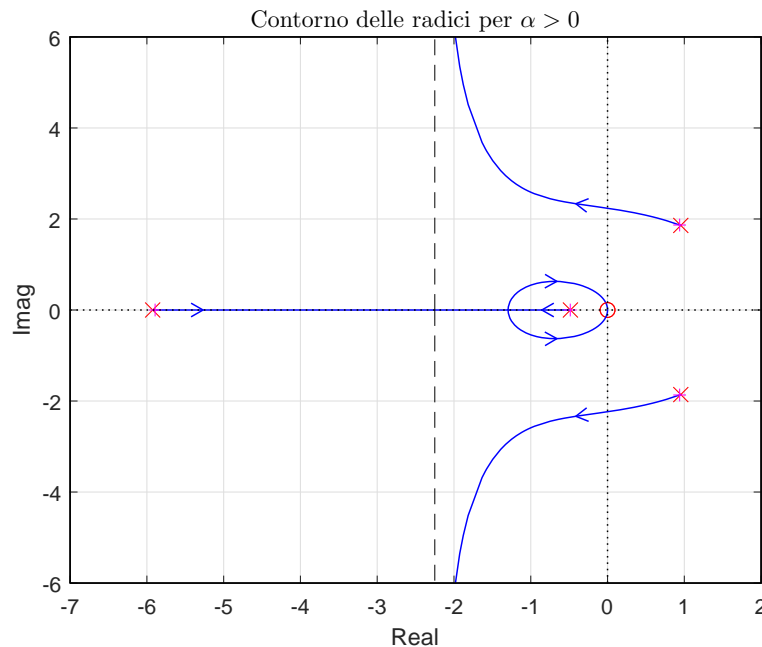


Figura 2: Contorno delle radici del sistema $G_2(s)$ al variare del parametro $\alpha > 0$.

Il contorno delle radici ha due asintoti verticali. Il centro degli asintoti σ_a è il seguente:

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(2 - 6 - 0.5) = -2.25$$

a.3) Sia data la seguente funzione di trasferimento $G_3(s)$ che descrive il legame tra la tensione in ingresso $V(s)$ e la velocità angolare in uscita $\omega(s)$ di un motore elettrico in corrente continua:

$$G_3(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{K_e}{(R + Ls)(b + Js) + K_e^2}$$

Posto $J = 1$, $L = 1$, $K_e = 4$ e $R = 4$, mostrare graficamente come si muovono sul piano complesso i poli della funzione $G_3(s)$ al variare del parametro $b > 0$. Calcolare il valore b^* a cui corrisponde il minimo tempo di assestamento del sistema $G_3(s)$ alla risposta al gradino.

Soluzione. I poli della funzione di trasferimento $G_3(s)$ coincidono con le radici del polinomio a denominatore:

$$(R + Ls)(b + Js) + K_e^2 = 0$$

Posto $J = 1$, $L = 1$, $K_e = 4$, e $R = 4$ si ottiene la seguente equazione:

$$(4 + s)(b + s) + 16 = 0$$

che, in modo equivalente, può essere riscritta nel seguente modo:

$$s^2 + 4s + 16 + b(s + 4) = 0 \quad \leftrightarrow \quad 1 + b \frac{(s + 4)}{s^2 + 4s + 16} = 0 \quad \leftrightarrow \quad 1 + b G_4(s) = 0$$

Mettendo in evidenza i poli della funzione $G_4(s)$ si ottiene:

$$1 + b \frac{(s + 4)}{(s + 2)^2 + 3.464^2} = 0$$

Il contorno delle radici al variare del parametro $b > 0$ è mostrato in Fig. 3. In questo caso il

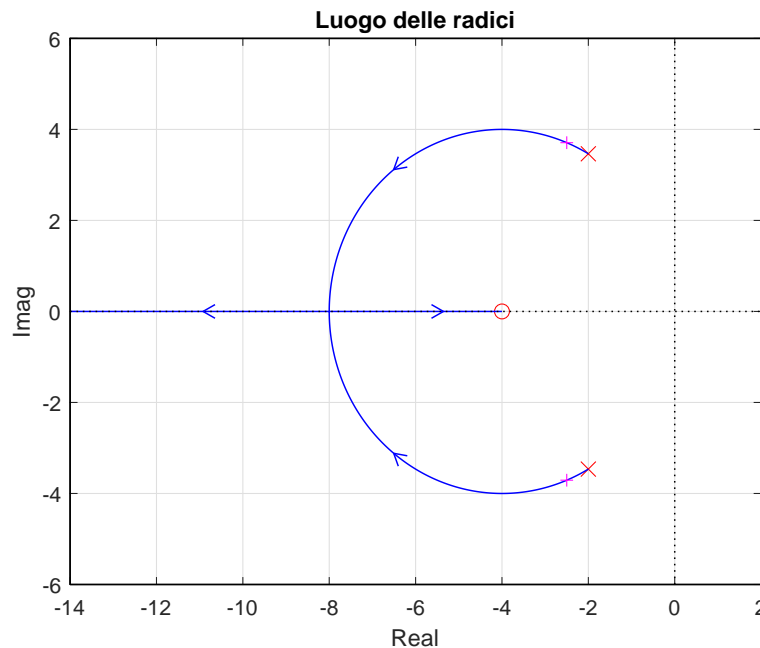


Figura 3: Contorno delle radici del sistema $G_4(s)$ al variare del parametro $b > 0$.

contorno delle radici si muove lungo una circonferenza centrata in $z = -4$. Il raggio R della circonferenza è:

$$R = \sqrt{2^2 + 3.464^2} = \sqrt{16} = 4$$

Il punto di diramazione σ_1 del contorno delle radici è:

$$\sigma_1 = -4 - 4 = -8.$$

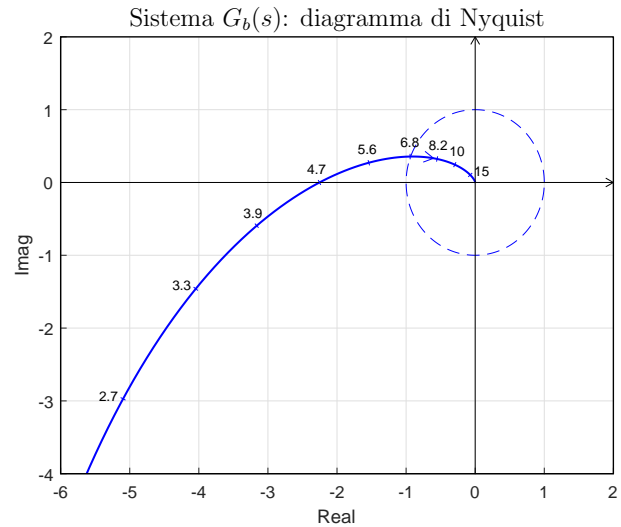
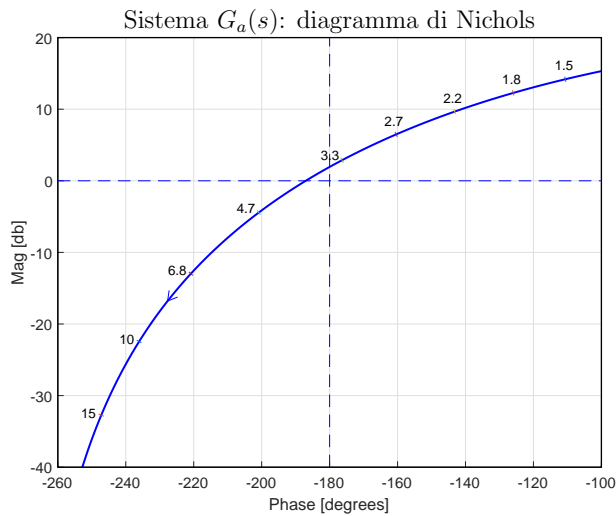
Il punto di diramazione σ_1 poteva essere calcolato anche nel seguente modo:

$$\frac{dG_4(s)}{ds} = 0 \quad \rightarrow \quad (2s + 4)(s + 4) - (s^2 + 4s + 16) = s^2 + 8s = 0 \quad \rightarrow \quad \sigma_1 = -8, \quad \sigma_2 = 0.$$

La condizione di minimo tempo di assestamento del sistema $G_1(s)$ alla risposta al gradino si ha in corrispondenza del punto di diramazione $\sigma_1 = -8$ e quindi in corrispondenza del seguente valore del parametro b^* :

$$b^* = - \left. \frac{1}{G_4(s)} \right|_{s=\sigma_1} = - \left. \frac{s^2 + 4s + 16}{s + 4} \right|_{s=-8} = 12.$$

b) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:



b.1) Per il sistema $G_a(s)$, progettare una rete ritardatrice in modo che la funzione di risposta armonica del sistema compensato passi per il punto $B = (-170^\circ, -14 \text{ db})$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.

Soluzione. La posizione del punto B è completamente determinata dalla specifica di progetto $B = M_B e^{j\varphi_B}$: $M_B = -13.98 \text{ db} = 0.2$ e $\varphi_B = -170^\circ$. La regione di ammissibilità è mostrata in grigio in Fig. 4. Il punto $A = G_a(j\omega_A)$ scelto per il progetto è quello corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 2.7$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 6.481 \text{ db} = 2.109, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = -160.4^\circ.$$

Sostituendo i valori di M , φ e ω all'interno delle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 1.982$ e $\tau_2 = 21.26$ della rete correttiva $C_1(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 0.09484, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = -9.587^\circ \quad \rightarrow \quad C_1(s) = \frac{(1 + 1.982s)}{(1 + 21.26s)}.$$

Sintesi della rete correttiva $C_1(s)$ con altri valori della pulsazione ω_A :

$$\begin{aligned} \omega_A &= [2.7 \quad 2.2 \quad 1.8 \quad 1.5] \\ M_A &= [2.109 \quad 3.044 \quad 4.107 \quad 5.12] \\ \varphi_A &= [199.6 \quad 216.8 \quad 234 \quad 249.4] \\ M &= [0.0948 \quad 0.0657 \quad 0.0487 \quad 0.0390] \\ \varphi &= [-9.587 \quad -26.82 \quad -44.04 \quad -59.39] \\ \tau_1 &= [1.982 \quad 0.8328 \quad 0.5356 \quad 0.3642] \\ \tau_2 &= [21.26 \quad 14.43 \quad 15.84 \quad 19.44] \end{aligned}$$

I diagrammi di Nichols delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$ sono mostrati in Fig. 4.

b.2) Per il sistema $G_b(s)$ progettare una rete correttiva in modo da garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_\alpha = 4$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno.

Soluzione. La posizione del punto B è completamente determinata dalla specifica di progetto $B = M_B e^{j\varphi_B}$: $M_B = 0.25$ e $\varphi_B = 180^\circ$. La regione di ammissibilità è mostrata in grigio in

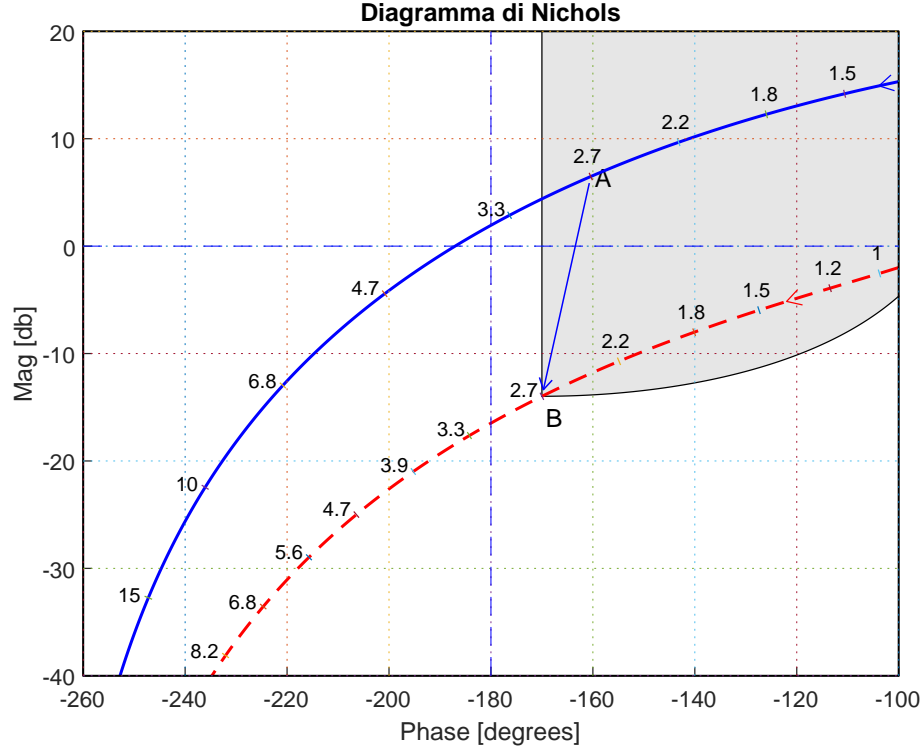


Figura 4: Diagrammi di Nichols delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$.

Fig. 5. Il punto $A = G_a(j\omega_A)$ scelto per il progetto è quello corrispondente alla pulsazione $\omega_A = 3.9$:

$$M_A = |G(j\omega_A)| = 3.217, \quad \varphi_A = \arg[G(j\omega_A)] = 190.6^\circ.$$

Sostituendo i valori di M , φ e ω all'interno delle formule di inversione si ottengono i valori dei parametri $\tau_1 = 1.258$ e $\tau_2 = 16.52$ della rete correttiva $C_1(s)$:

$$M = \frac{M_B}{M_A} = 0.07771, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = -10.63^\circ \quad \rightarrow \quad C_1(s) = \frac{(1 + 1.258 s)}{(1 + 16.52 s)}.$$

Sintesi della rete correttiva $C_1(s)$ con altri valori della pulsazione ω_A :

$$\begin{aligned} \omega_A &= [\quad 2.7 \quad 3.3 \quad 3.9] \\ M_A &= [\quad 5.9 \quad 4.3 \quad 3.217] \\ \varphi_A &= [\quad 210.2 \quad 199.9 \quad 190.6] \\ M &= [\quad 0.0423 \quad 0.0581 \quad 0.0777] \\ \varphi &= [\quad -30.25 \quad -19.85 \quad -10.63] \\ \tau_1 &= [\quad 0.604 \quad 0.7874 \quad 1.258] \\ \tau_2 &= [\quad 16.72 \quad 14.51 \quad 16.52] \end{aligned}$$

I diagrammi di Nyquist delle funzioni $G_a(s)$ e $C_1(s)G_a(s)$ sono mostrati in Fig. 5.

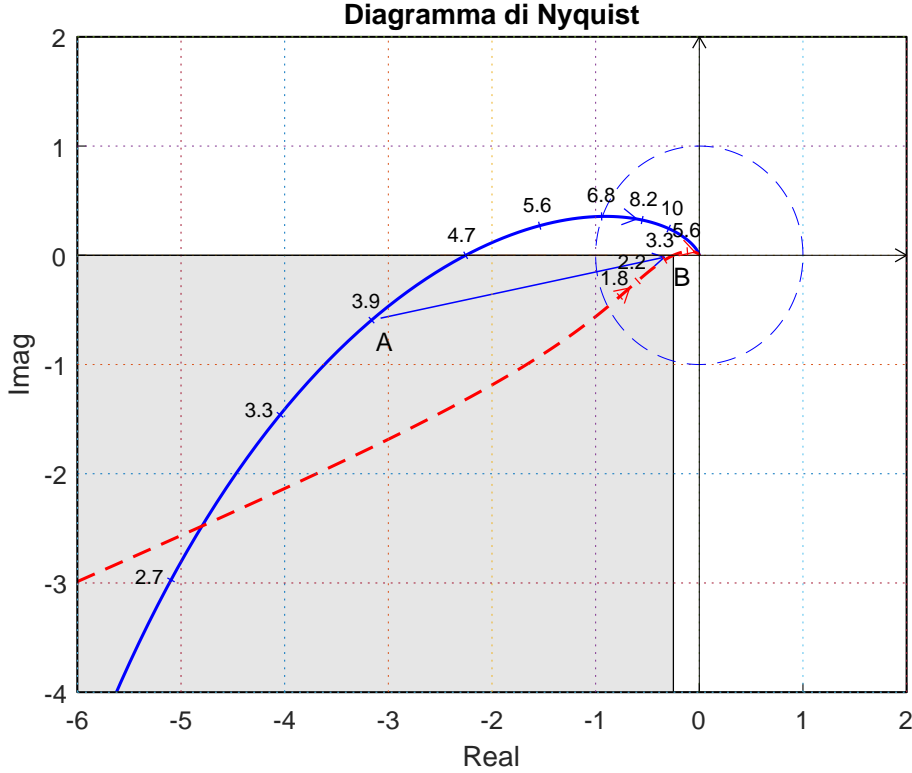
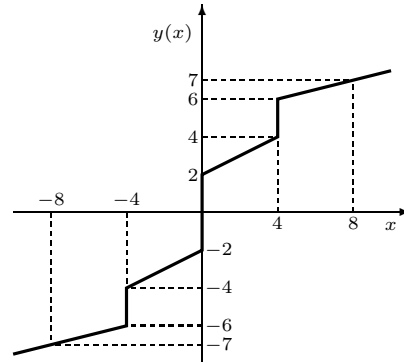
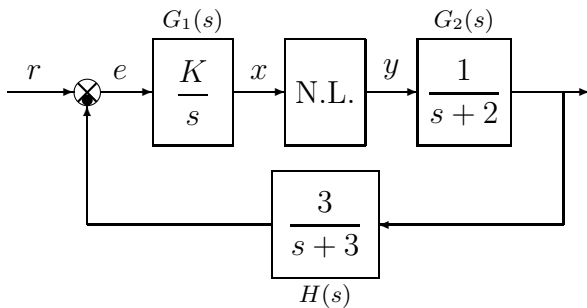


Figura 5: Diagrammi di Nyquist delle funzioni $G_b(s)$ e $C_2(s)G_b(s)$.

c) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:



c.1) Posto $K = 1$, determinare per quale valore r_1 dell'ingresso r il punto di lavoro del sistema retroazionato è posizionato in $(x_1, y_1) = (2, 3)$.

Soluzione. Il sistema $G_1(s)$ è di tipo 1 per cui si ha: $K_1 = \infty$, $K_2 = 0.5$ e $K_3 = 1$. La retta di carico della parte lineare del sistema è una retta orizzontale di ordinata:

$$y = \frac{r}{K_2 K_3} = r \quad \rightarrow \quad r_1 = 1.5.$$

c.2) Posto $K = 1$ ed utilizzando il criterio del cerchio, dire se il sistema retroazionato è stabile o meno nell'intorno del punto $(x_1, y_1) = (2, 3)$.

Soluzione. Le pendenze α e β delle due rette che centrate nel punto $(x_1, y_1) = (2, 3)$ racchiudono a settore tutta la non linearità sono le seguenti:

$$\alpha = \frac{1}{4} = 0.25, \quad \beta = \frac{5}{2} = 2.5.$$

Il cerchio critico interseca il semiasse reale negativo nei punti:

$$-\frac{1}{\alpha} = -4, \quad -\frac{1}{\beta} = -\frac{2}{5} = 0.4.$$

Il margine di ampiezza K_1^* e la pulsazione ω_1^* della funzione $G_1(s)$ si determinano utilizzando il criterio di Routh:

$$G_1(s) = \frac{3}{s(s+2)(s+3)} \quad \rightarrow \quad K_1^* = \frac{2 \cdot 3 \cdot (2+3)}{3} = 10, \quad \omega_1^* = \sqrt{6} = 2.4495.$$

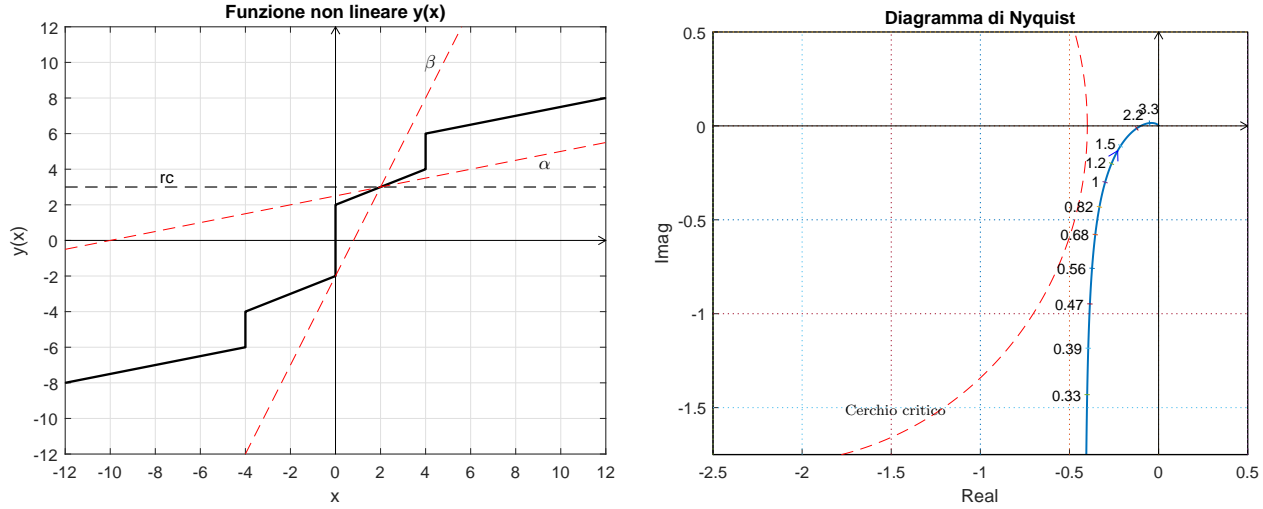


Figura 6: Settore che racchiude la non linearità e cerchio critico.

Essendo $K_1^* > \beta$, il diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ non interseca il cerchio critico e quindi, in base al criterio del cerchio, si può affermare che il sistema retroazionato è globalmente asintoticamente stabile nell'intorno del punto $(x_1, y_1) = (2, 3)$.

- c.3) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ per $X > 0$. Utilizzare le variabili m_1, m_2, \dots per rappresentare gli eventuali valori minimi e massimi "non noti" della funzione $F(X)$.

Soluzione. L'espressione esatta della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità $y(x)$ nell'intorno del punto $(0, 0)$ per $X \leq 4$ è la seguente:

$$F(X) = \frac{8}{\pi X} + \frac{1}{2}$$

L'andamento qualitativo della funzione descrittiva $F(X)$ è mostrato in Fig. 7. Indichiamo con m_1 il minimo locale della funzione $F(X)$ nel punto $X = 4$:

$$m_1 = F(X)|_{X=4} = \frac{2}{\pi} + \frac{1}{2} = 1.1366.$$

Indichiamo inoltre con m_2 il massimo locale nell'intorno di $X \simeq 5.5$ e con m_3 il valore finale a cui tende la funzione $F(X)$ per $X \rightarrow \infty$:

$$m_3 = F(X)|_{X \rightarrow \infty} = 0.25.$$

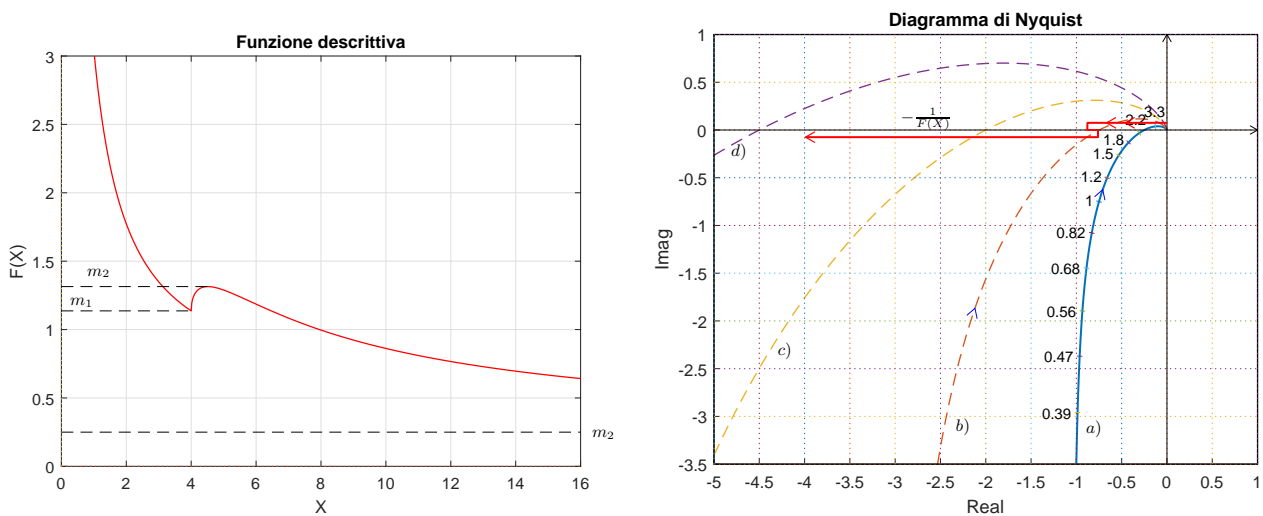


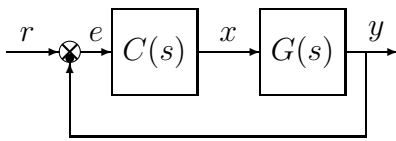
Figura 7: Funzione descrittiva $F(X)$ e discussione grafica.

c.4) Discutere “qualitativamente”, in funzione dei parametri $m_1, m_2 \dots$, l’esistenza o meno di cicli limite nel sistema retroazionato al variare del guadagno $K > 0$.

Soluzione. Per $K = 1$, il margine di ampiezza K_1^* del sistema $G_1(s)$ è $K_1^* = 10$. Per $K \neq 1$, il margine di ampiezza K^* del sistema $K G_1(s)$ è $K^* = \frac{10}{K}$. Al variare di K^* si possono avere le seguenti condizioni dinamiche per sistema retroazionato:

- Per $K^* > m_2$ il diagramma di Nyquist della funzione $G_1(s)$ interseca la funzione $-1/F(X)$ in un solo punto a cui corrisponde un ciclo limite stabile.
- Per $m_1 < K^* < m_2$, il diagramma di Nyquist della funzione $G_1(s)$ interseca la funzione $-1/F(X)$ in tre punti a cui corrispondono due cicli limite stabili (quelli esterni) e un ciclo limite instabile (quello intermedio).
- Per $m_3 < K^* < m_1$ il diagramma di Nyquist della funzione $G_1(s)$ interseca la funzione $-1/F(X)$ in un solo punto a cui corrisponde un ciclo limite stabile.
- Per $K^* < m_3$, la funzione $-1/F(X)$ è tutta interna al diagramma polare completo della funzione $G(s)$ per cui non vi sono cicli limite e il sistema retroazionato è instabile.

d) Sia dato il seguente sistema retroazionato e i diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ riportati a fianco.



d.1) Posto $C(s) = 1$, determinare la larghezza di banda ω_f del sistema $G(s)$ e il corrispondente tempo di salita T_r :

$$\omega_f \simeq 2.3 \quad T_r \simeq \frac{1}{2.3} \simeq 0.43$$

d.2) Posto $C(s) = 1$, determinare la larghezza di banda ω_{f0} del sistema retroazionato $G_0(s)$ e il corrispondente tempo di salita T_{r0} :

$$\omega_{f0} \simeq 6.5 \quad T_{r0} = \frac{1}{6.5} \simeq 0.15$$

d.3) Progettare una rete correttiva $C(s)$ in modo da garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = 60^\circ$ in corrispondenza della pulsazione $\omega_A = 2$. (Nota: leggere il modulo e la fase del punto A sui diagrammi di Bode.)

Sol. d.3) Il modulo e fase del punto B sono univocamente determinati dalla specifica sul margine di fase $M_\varphi = 50^\circ$:

$$M_B = 1, \quad \varphi_B = 240^\circ = -120^\circ$$

Il modulo e la fase del punto A alla pulsazione $\omega_A = 2$ si leggono direttamente dai diagrammi di Bode della funzione $G(s)$:

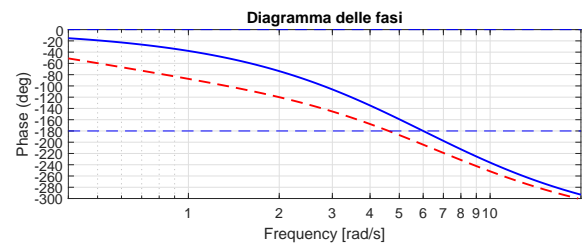
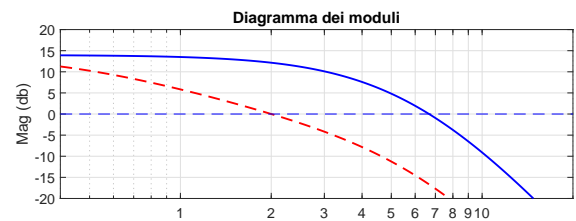
$$M_A = 4.05, \quad \varphi_A = -73.73^\circ \quad \longrightarrow \quad M = \frac{M_B}{M_A} = 0.2469, \quad \varphi = \varphi_B - \varphi_A = -46.27^\circ$$

La rete correttiva $C(s)$ si ottiene utilizzando le formule di inversione:

$$\tau_1 = \frac{M - \cos \varphi}{\omega \sin \varphi} = 0.3075, \quad \tau_2 = \frac{\cos \varphi - \frac{1}{M}}{\omega \sin \varphi} = 2.3242 \quad \longrightarrow \quad C(s) = \frac{1 + 0.3075 s}{1 + 2.3242 s}$$

e) Utilizzando il metodo delle differenze all’indietro, discretizzare il seguente sistema tempo-continuo:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s + 2)}{(s + 3)}$$



giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.1$.

Soluzione. Utilizzando il metodo delle differenze all'indietro si ottiene:

$$D(z) = \frac{(s+2)}{(s+3)} \Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{T}} = \frac{2T+1-z^{-1}}{3T+1-z^{-1}}$$

Sostituendo $T = 0.1$ si ottiene:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{1.2 - z^{-1}}{1.3 - z^{-1}}$$

La corrispondente equazione alle differenze ha la forma seguente:

$$m_k = \frac{1}{1.3} [m_{k-1} + 1.2 e_k - e_{k-1}]$$

cioè:

$$m_k = 0.76923 m_{k-1} + 0.92308 e_k - 0.76923 e_{k-1}$$

f) Partendo da condizioni iniziali nulle, calcolare la risposta $y(n)$ della seguente equazione alle differenze

$$y(n+1) = -0.4 y(n) + 2x(n)$$

quando in ingresso è presente il gradino unitario $x(n) = 1$.

Soluzione. L'equazione alle differenze genera la seguente funzione discreta $G(z)$:

$$y(n+1) + 0.4 y(n) = 2x(n) \quad \leftrightarrow \quad G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{2}{z+0.4}$$

La \mathcal{Z} -trasformata del segnale di ingresso $x(n) = 1$ è:

$$X(z) = \frac{z}{z-1}$$

La \mathcal{Z} -trasformata $Y(z)$ del segnale di uscita è quindi la seguente:

$$Y(z) = G(z)X(z) = \frac{2z}{(z+0.4)(z-1)}$$

Mediante il metodo della scomposizione in fratti semplici si ricava:

$$Y(z) = z \left[\frac{2}{(z-1)(z+0.4)} \right] = z \left[\frac{1.429}{(z-1)} - \frac{1.429}{(z+0.4)} \right]$$

e quindi:

$$Y(z) = \frac{1.429 z}{(z-1)} - \frac{1.429 z}{(z+0.4)} \quad \rightarrow \quad y(n) = 1.429 [1 - (-0.4)^n]$$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

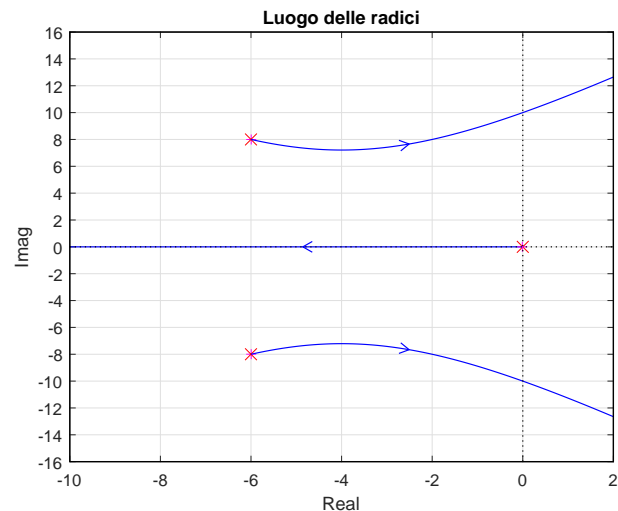
1. Scrivere la funzione $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

$$y_n = -2y_{n-1} - 3y_{n-2} - 5y_{n-3} + x_{n-1} + 4x_{n-2} + 6x_{n-3} \quad \rightarrow \quad G(z) = \frac{z^{-1} + 4z^{-2} + 6z^{-3}}{1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 5z^{-3}}$$

2. Calcolare la \mathcal{Z} -trasformata $X(z)$ dei seguenti segnali tempo continui $x(t)$ quando $t = kT$:

$$x(t) = 3e^{-2t} \quad \rightarrow \quad X(z) = \frac{3z}{(z - e^{-2T})} \qquad x(t) = 5t \quad \rightarrow \quad X(z) = \frac{5Tz}{(z - 1)^2}$$

3. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema $G(s) = \frac{1}{s(s^2 + 12s + 100)}$ al variare del parametro $K > 0$. Utilizzando, quando è possibile, il teorema del baricentro calcolare:



- 4.1) L'ascissa σ_0 corrispondente alla condizione di allineamento dei tre poli:

$$\sigma_0 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 p_i = -\frac{12}{3} = -4$$

- 4.2) Il valore K_0 corrispondente alla condizione di allineamento dei tre poli:

$$K_0 = -\frac{1}{G(s)} \Big|_{s=-4} = 272$$

4. Sia $G(z)$ la \mathcal{Z} -trasformata della successione numerica $g(k)$. Scrivere gli enunciati dei teoremi del valore iniziale e del valore finale:

$$g(0) = g(k)|_{k=0} = \lim_{z \rightarrow \infty} G(z), \qquad g(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} g(k) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1})G(z).$$

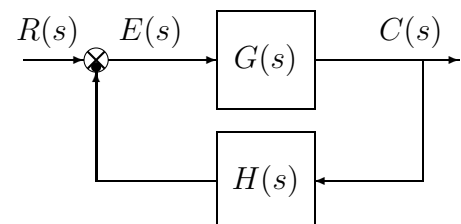
5. Una rete ritardatrice $\frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$ viene inserita in un anello di controllo

- per ridurre gli errori a regime per ingresso a gradino
- per migliorare l'andamento "a regime" del sistema retroazionato
- per migliorare l'andamento "in transitorio" del sistema retroazionato

6. La funzione descrittiva $F(X)$ di un relè ideale di ampiezza Y_1 è:

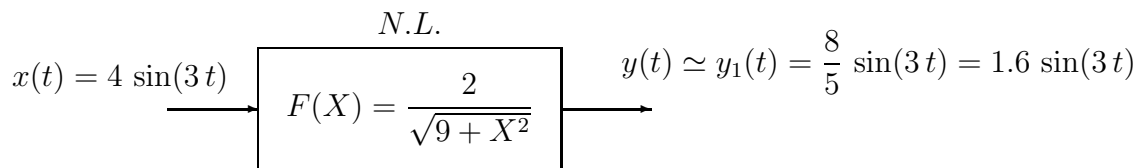
- $F(X) = \frac{\pi X}{4Y_1}$ $F(X) = \frac{4Y_1}{\pi X}$ $F(X) = \frac{\pi Y_1}{4X}$ $F(X) = \frac{4X}{\pi Y_1}$

7. Si consideri il sistema retroazionato riportato di fianco. Scrivere il legame che lega la variazione relativa del sistema $G(s)$ alla variazione relativa del sistema retroazionato $G_0(s)$ quando varia un parametro α interno alla funzione di trasferimento $G(s)$:



$$\frac{\Delta G_0(s)}{G_0(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} \frac{\Delta G(s)}{G(s)}$$

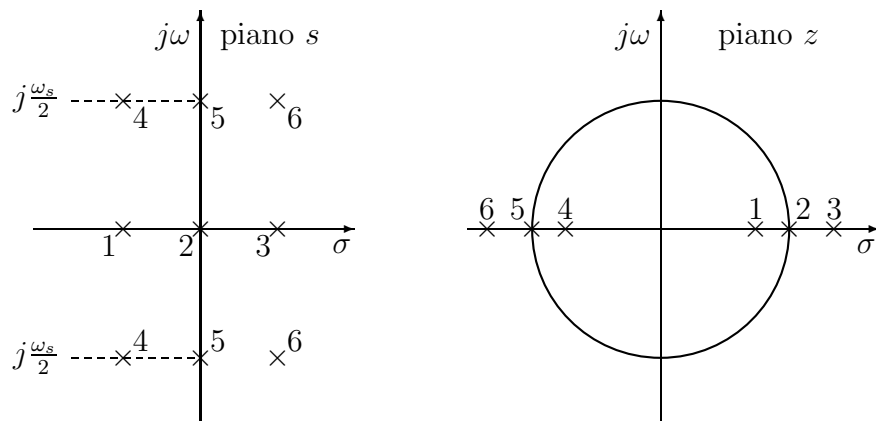
8. Sia $F(X) = \frac{2}{\sqrt{9+X^2}}$ la funzione descrittiva del blocco non lineare N.L. sollecitato in ingresso dal segnale periodico $x(t) = 4 \sin(3t)$. Calcolare la fondamentale $y_1(t)$ del segnale periodico $y(t)$ che si ha all'uscita del blocco non lineare:



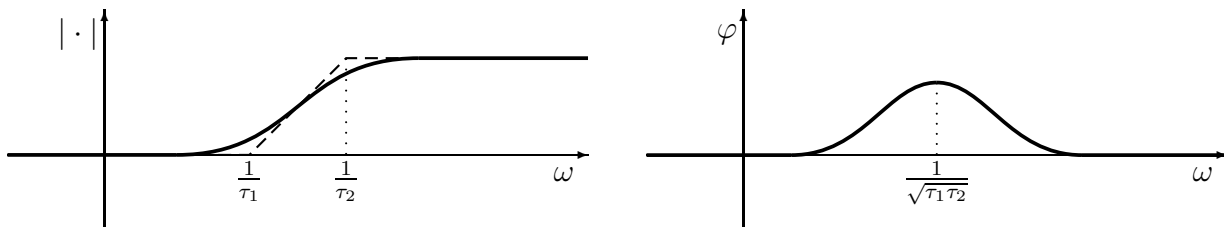
9. Calcolare la soluzione $y(n)$ della seguente equazione alle differenze a partire dalla condizione iniziale $y(0) = 3$:

$$y(n+1) + 0.6 y(n) = 0 \quad \rightarrow \quad Y(z) = \frac{3z}{(z+0.6)} \quad \rightarrow \quad y(n) = 3(-0.6)^n.$$

10. In base al legame teorico a tra il piano s e il piano z , tracciare qualitativamente sul piano z le posizioni dei poli 1, 2, 3, ..., 6 che sono stati evidenziati con delle crocette sul piano s :



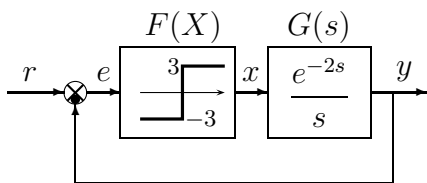
11. Tracciare i diagrammi di bode (moduli e fasi) di una rete anticipatrice $C(s) = \frac{(1+\tau_1 s)}{(1+\tau_2 s)}$, ($\tau_1 > \tau_2$):



12. La trasformazione bilineare è definita come segue:

$$\bigcirc s = \frac{2}{T} \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \quad \otimes s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \quad \otimes s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \quad \bigcirc s = \frac{2}{T} \frac{z+1}{z-1}$$

13. Sia dato il sistema retroazionato riportato qui sotto. Calcolare:



- b) la Funzione descrittiva $F(X)$ del relé ideale:

$$F(X) = \frac{12}{\pi X}$$

- c) l'ampiezza X^* dell'oscillazione autosostenuta presente all'interno del sistema retroazionato:

- a) il margine di stabilità K^* del sistema $G(s)$:

$$K^* = \frac{\pi}{2 t_0} = \frac{\pi}{4} = 0.7854$$

$$F(X^*) = K^* \quad \rightarrow \quad X^* = \frac{48}{\pi^2} = 4.8634$$