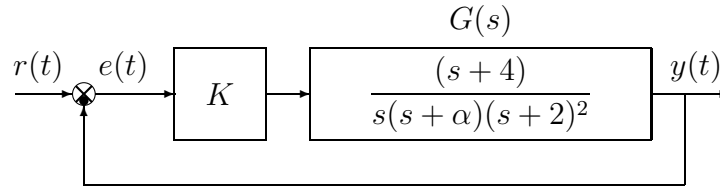


Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

a) Sia dato il seguente sistema retroazionato:

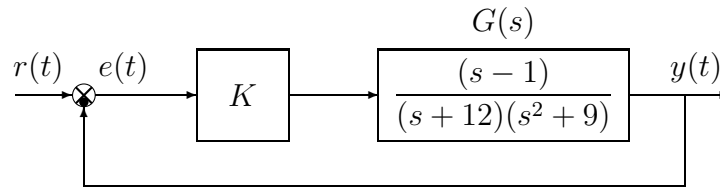


- a.1) Posto  $\alpha = 1$ , tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato per  $K > 0$ . Determinare esattamente la posizione degli asintoti. Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.
- a.2) Posto  $K = 81$ , tracciare qualitativamente il contorno delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $\alpha > 0$ . Nella graficazione si tenga conto che: a) la posizione dei poli del sistema retroazionato quando  $K = 81$  e  $\alpha = 0$  è la seguente:  $p_{1,1} \simeq -4 \pm 1.12j$ ,  $p_{3,4} \simeq 2 \pm 3.84j$ . Determinare la posizione dei punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.
- a.3) Sia data la seguente funzione di trasferimento che descrive la dinamica di un sistema fisico al variare di un parametro  $\beta$ :

$$G(s) = \frac{(s + 3)}{s^3 + 13s^2 + (42 + \beta)s + 5\beta}$$

Utilizzando la metodologia del contorno delle radici mostrare come si spostano sul piano complesso i poli della funzione  $G(s)$  al variare del parametro  $\beta > 0$ . Determinare la posizione di eventuali punti di diramazione “solo in modo qualitativo”.

b) Sia dato il seguente sistema retroazionato:

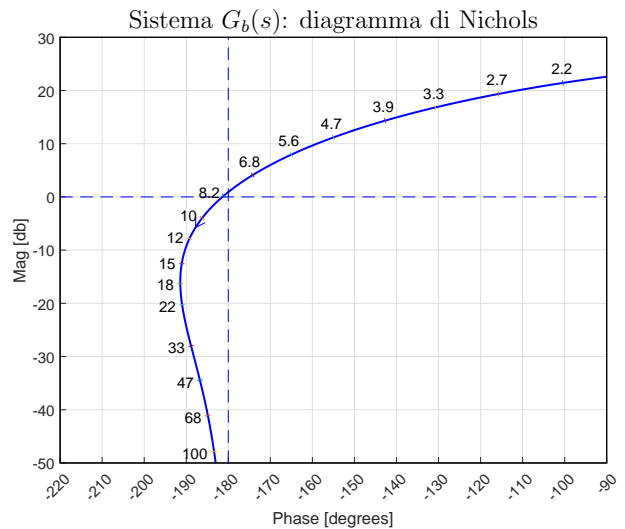
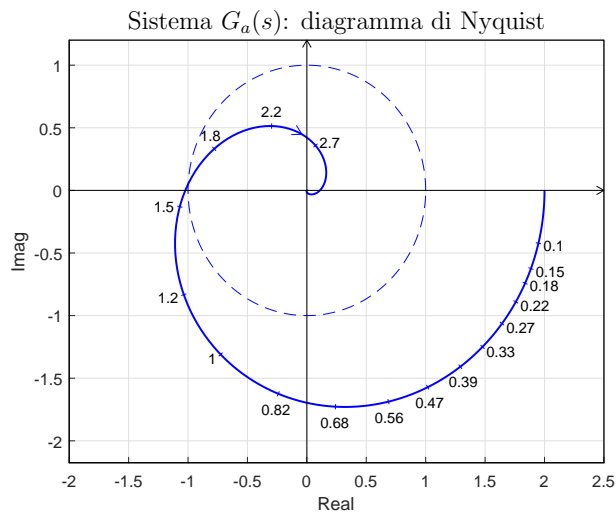


- b.1) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del sistema retroazionato al variare del parametro  $K > 0$ . Determinare per quale valore di  $K$  il sistema retroazionato è stabile. Determinare per quale valore  $K_0$  il sistema retroazionato presenta il minimo tempo di assestamento alla risposta al gradino.
- b.2) Sia data la seguente funzione di trasferimento  $G_3(s)$ :

$$G_3(s) = \frac{s + 2}{\alpha s^2 + (\alpha + 1)s + 2}$$

Mostrare graficamente come si muovono sul piano complesso i poli della funzione di trasferimento  $G_3(s)$  al variare del parametro  $\alpha > 0$ . Calcolare il valore  $\alpha^*$  a cui corrisponde il minimo tempo di assestamento del sistema  $G_3(s)$  alla risposta al gradino.

c) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi  $G_a(s)$  e  $G_b(s)$ :



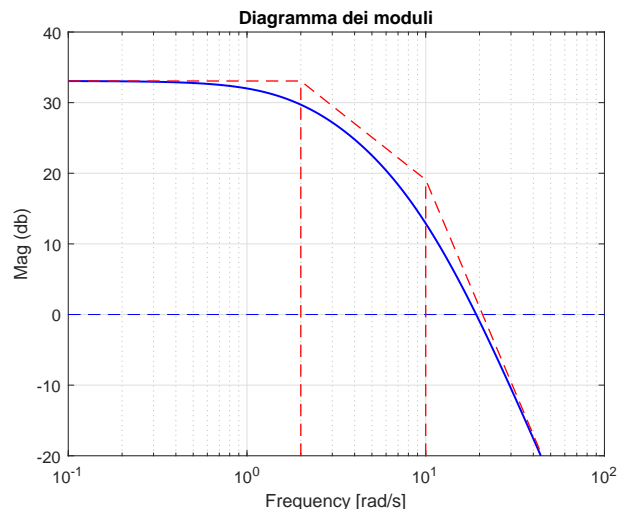
- c.1) Per il sistema  $G_a(s)$ , progettare una rete correttiva  $C(s)$  in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza  $M_a = 10$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno;
- c.2) Per il sistema  $G_b(s)$  progettare una rete anticipatrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di fase  $M_\phi = 60^\circ$ . Scegliere il valore della pulsazione  $\omega$  che si ritiene più opportuno;

d) Fornire una stima della larghezza di banda  $\omega_f$  e del tempo di salita  $t_r$  del sistema  $G_1(s)$  di cui a fianco è riportato il diagramma di Bode dei moduli:

$$\omega_f \simeq \quad t_r \simeq$$

Fornire inoltre una stima della larghezza di banda  $\omega_{f0}$  e del tempo di salita  $t_{r0}$  del corrispondente sistema retroazionato:

$$\omega_{f0} \simeq \quad t_{r0} \simeq$$



e) Partendo dalla condizione iniziale nulla  $y(0) = 0$ , calcolare la risposta  $y(n)$  del seguente sistema dinamico discreto:

$$y(n+1) = 0.5y(n) + 3x(n)$$

quando in ingresso è presente il gradino unitario  $x(n) = 1$ .

f) Utilizzando il metodo della trasformazione bilineare, discretizzare il seguente sistema tempo-continuo:

$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{(s+3)}{(s+1)}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento  $T = 0.1$ .

**Controlli Automatici B - INFO**  
**9 gennaio 2026 - Domande Teoriche**

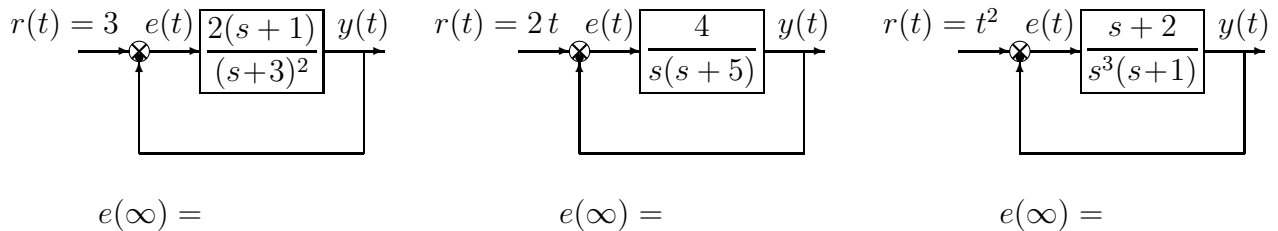
Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle domande e ai test che seguono. Per ciascuno dei test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono corrette.

1. Scrivere la funzione di trasferimento discreta  $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$  corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

$$3y_{k+2} + 4y_{k+1} + 6y_k + 5y_{k-1} = x_k + 2x_{k-1} \quad \rightarrow \quad G(z) =$$

2. Calcolare l'errore a regime  $e(\infty)$  per i seguenti sistemi retroazionati:



3. Calcolare la  $\mathcal{Z}$ -trasformata  $X(z)$  dei seguenti segnali  $x(t)$  quando  $t = kT$ ,  $a > 0$  e  $b > 0$ :

$$x(t) = 2t \quad \rightarrow \quad X(z) =$$

$$x(t) = 2a^{-3t} \quad \rightarrow \quad X(z) =$$

4. A fianco è riportato il luogo delle radici del sistema  $G(s) = \frac{-100}{(s+9.5)(s^2+16)}$  al variare del parametro  $K > 0$ . Calcolare:

- 4.1) La posizione  $\sigma_0$  dei due poli dominanti nella condizione di minimo tempo di assestamento:

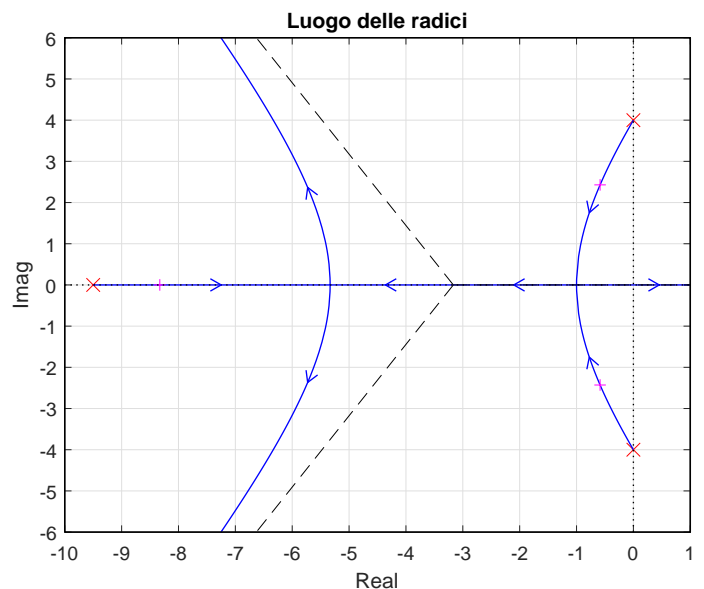
$$\sigma_0 =$$

- 4.2) Il valore  $K_0$  corrispondente alla condizione di minimo tempo di assestamento:

$$K_0 =$$

- 4.3) Per quali valori di  $K$  il sistema retroazionato è stabile:

$$\dots < K < \dots$$



5. Il valore iniziale  $x(0)$  della sequenza  $x(k)$  corrispondente alla funzione  $X(z) = \frac{z(2z+1)}{(z-1)(z-0.5)}$  è:

$x(0) = 0$ 
                 
   $x(0) = 1$ 
                 
   $x(0) = 2$ 
                 
   $x(0) = 6$

6. Il valore a regime  $x(\infty)$  della sequenza  $x(k)$  corrispondente alla funzione  $X(z) = \frac{z(2z+1)}{(z-1)(z-0.5)}$  è:

$x(\infty) = 0$ 
                 
   $x(\infty) = 1$ 
                 
   $x(\infty) = 2$ 
                 
   $x(\infty) = 6$

7. Scrivere la funzione di trasferimento  $H_0(s)$  del ricostruttore di ordine zero:

$$H_0(s) =$$

8. Si scelgano quelle corrette fra le seguenti affermazioni riguardanti le regioni di ammissibilità nel progetto di reti correttrici:
- contengono un numero infinito di punti
  - il loro tracciamento dipende dalla specifica fornita in termini di margine di fase o di ampiezza
  - sono tracciabili sui diagrammi di Nyquist, di Nichols e di Bode
  - il loro tracciamento dipende dal guadagno ad anello aperto

9. Scrivere la funzione di trasferimento  $G(s)$  di un regolatore standard PI e a fianco disegnare qualitativamente il corrispondente diagramma di Bode dei moduli:

$$G(s) =$$



10. Si scelgano quelle corrette fra le seguenti affermazioni per un sistema del primo ordine in catena aperta:
- la larghezza di banda è direttamente proporzionale alla costante di tempo
  - la larghezza di banda è inversamente proporzionale alla costante di tempo
  - la larghezza di banda è direttamente proporzionale al tempo di salita
  - la larghezza di banda è inversamente proporzionale al tempo di salita
11. Calcolare la soluzione  $y(n)$  della seguente equazione alle differenze a partire dalla condizione iniziale  $y(0) = y_0$ :

$$2y(n+1) + 0.6y(n) = 0 \quad \rightarrow \quad y(n) =$$

12. Come si determina la funzione di risposta armonica  $F(\omega)$  di un sistema discreto  $G(z)$ ?

$F(\omega) = G(e^{j\omega})$         $F(\omega) = G(j\omega)$         $F(\omega) = G(j\omega T)$         $F(\omega) = G(e^{j\omega T})$

13. Sia  $1 + KG(s) = 0$  l'equazione caratteristica di un sistema retroazionato. Il numero di asintoti presenti nel luogo delle radici al variare di  $K$ :

coincide con il grado relativo di  $G(s)$        coincide con il numero di zeri di  $G(s)$   
 coincide con il numero di poli di  $G(s)$        coincide con il tipo di  $G(s)$

14. Si consideri il sistema retroazionato riportato nella figura a fianco. Si scelgano quelle corrette fra le seguenti affermazioni:

- il sistema retroazionato è robusto alle variazioni del parametro  $\beta$  se il guadagno d'anello è in modulo molto grande
- il sistema retroazionato è robusto alle variazioni del parametro  $\alpha$  se il guadagno d'anello è in modulo molto grande
- il sistema retroazionato è robusto alle variazioni del parametro  $\beta$  se il guadagno d'anello è in modulo molto piccolo
- il sistema retroazionato è robusto alle variazioni del parametro  $\alpha$  se il guadagno d'anello è in modulo molto piccolo

